

三向光测弹性力学中聚敛光法的应力计算*

云 大 真
(大连工学院)

一、引言

本文把三向光测弹性力学中的聚敛光法和平行光法结合起来研究,即在基本原理和实验装置上采用聚敛光法^[1,2],而在应力计算上则采用平行光法的概念^[3]。本方法区别于平行光法的基本点在于,平行光法在实验时必须以不同的角度向切片进行数次投射,才能根据所得的应力光图进行应力计算,本方法则只需在同一聚敛光图(一点的应力光图)中取若干点(一般取三点即可),根据晶体光学理论计算这些点的中心距角(相当于光线的投射角),便能进行全部应力计算;区别于聚敛光法的基本点在于,进行应力计算时不用该方法原有的那一组方程,而用平行光法所用的、根据弹性力学应力转轴公式所得的一组方程。在进行应力计算时,本方法的主要优点是能避免确定光轴角的困难,而直接得到未知应力的数值。

用本方法重新处理了文献[1]有关聚敛光法的全部例题,二者结果完全一致。

二、基本原理

1. 基本概念 光测弹性力学的基本依据是应力光图——等色线和等倾线图案。晶体光学研究指出,聚敛光下的应力光图实质上反映了光线以不同的角度锥集地向一点投射,即正投射与斜投射的综合。由于这些光线的光路的差异,它们通过晶体切片后,便形成了该点的应力光图(次等色线和次等倾线图案)。这是聚敛偏光法最基本的特点之一。其次,不管这些图案如何复杂,它们主要是反映入射点的应力状态的形式,利用入射点的应力光图,可以独立地解决相应于该点的主应力或应力分量而不依赖于邻近点的应力状态。这是聚敛偏光法的基本特点之二。从这两个基本概念出发,结合弹性力学的应力转轴公式,可以得到一组完全不依赖于光轴角的应力计算的基本方程。

2. 应力计算基本方程 依据上述的两个基本概念,在进行一点的应力计算时,只需根据该点的次等色线和次等倾线的位置和方向并结合应力转轴公式,便可计算该点的应力分量。

选定如图1所示的坐标系。沿 x, y, z 轴方向在应力光图上取 P, Q, O 三点,这相当于通过切片的一点 O ,进行三次不同方向的投射(一次正投射和两次斜投射)。如图1所示,由该点的应力光图和应力转轴公式,可得到下面的方程组:

$$\sigma_x - \sigma_y = (\sigma'_1 - \sigma'_2)_O \cos 2\alpha_O, \quad (1a)$$

$$\sigma_y - \sigma_z \cos^2 \varphi_P - \sigma_x \sin^2 \varphi_P + \tau_{xz} \sin 2\varphi_P = (\sigma'_1 - \sigma'_2)_P \cos 2\alpha_P, \quad (1b)$$

* 1962年9月18日收到。

$$\sigma_x - \sigma_y \cos^2 \varphi_O - \sigma_z \sin^2 \varphi_O - \tau_{yz} \sin 2\varphi_O = (\sigma'_1 - \sigma'_2)_O \cos 2\alpha_O, \quad (1c)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} (\sigma'_1 - \sigma'_2)_O \sin 2\alpha_O, \quad (1d)$$

$$\tau_{xy} \cos \varphi_P - \tau_{yz} \sin \varphi_P = \frac{1}{2} (\sigma'_1 - \sigma'_2)_P \sin 2\alpha_P, \quad (1e)$$

$$\tau_{xz} \sin \varphi_O + \tau_{xy} \cos \varphi_O = \frac{1}{2} (\sigma'_1 - \sigma'_2)_O \sin 2\alpha_O, \quad (1f)$$

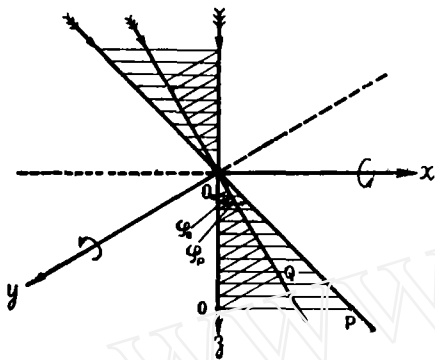


图1 坐标系

式中 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}$ 和 τ_{xz} 为测定点的应力分量; φ_P 和 φ_O 为光线通过切片时沿 x 和 y 轴方向的倾斜角, 它们与光学系统和应力光图上选定点 P 和 Q 的位置有关, 称为中心距角, 可由晶体光学理论求出; α_O, α_P 和 α_Q 分别为 O, P, Q 三点的次主应力方向, 可由该三点的次等倾线决定; $(\sigma'_1 - \sigma'_2)_O, (\sigma'_1 - \sigma'_2)_P$ 和 $(\sigma'_1 - \sigma'_2)_Q$ 分别为 O, P, Q 三点的次主应力差, 由该三点的次等色线条数决定。

O, P, Q 三点的次主应力差与次等色线条数以及它们与中心距角的关系, 可由下式联系起来:

$$(\sigma'_1 - \sigma'_2)_i = \frac{m_i \sigma_0^{1,0} \cos \varphi_i}{t}, \quad (2)$$

式中 i 依次表示属于点 O, P, Q 的量; m_i 依次等于点 O, P, Q 的次等色线条数; $\sigma_0^{1,0}$ 为光弹性常数; t 为切片厚度; φ_i 依次为点 O, P, Q 的中心距角。

分析方程组(1)可见, 当 φ_i 已知时, 只要再按切应力差法补充一个方程

$$\sigma_y = \sigma_{y_0} - \sum_1^n \frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta x} \Delta y - \sum_1^n \frac{\Delta \tau_{yz}}{\Delta z} \Delta y, \quad (3)$$

任意点 O_n 的全部应力分量便可由方程(1),(2),(3)确定。

3. 中心距角 φ_i 的确定

由晶体光学知(图2)

$$D_i = K \sin \varphi'_i, \quad (4)$$

式中 D_i 为应力光图的中心点到选定点 i 之间的距离, 称为中心距; K 为与偏光弹性仪(或偏光显微镜)的光学系统有关的常数; φ'_i 为通过点 O_n 的光线在空气中的倾斜角。

常数 K 可事先用已知光轴角为 $2\Omega_H$, 折射率为 n_H 和中心距为 D_H 的标准晶片(例如云母片)在同一光学系统的仪器上测定, 并由下式计算:

$$D_H = K n_H \sin \Omega_H. \quad (5)$$

在进行实验时, 若已知光弹性材料的折射率为

$$n_g = \frac{\sin \varphi'_i}{\sin \varphi_i},$$

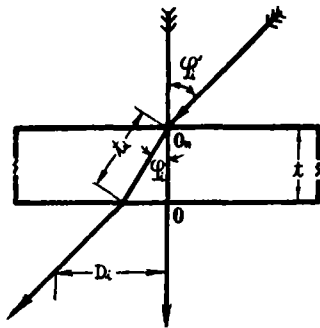


图2 中心距和中心距角

則把它代入式(4)便可得到

$$D_i = Kn_g \sin \varphi_i. \quad (6)$$

于是由式(6)可計算任一点的中心距角——相当于斜投射角。

應該指出,若切片是沿着某一主应力方向进行,例如三向应力状态的对称截面和表面应力,則全部切应力分量为零,正应力分別为主应力所代替, α_0 , α_p 及 α_θ 与主方向重合。这时方程組(1)将大为簡化。

4. 应力計算步驟 按式(5)算出 K 值,将它代入式(6),中心距角 φ_i 便可确定。相应于 φ_i 的中心距 D_i 可由聚斂光图确定。再根据 m_i 和 α_i 而利用方程(1)—(3),便可进行应力計算。

三、討 論

1. 曾用本文的方法重新計算了文献[1]有关聚斂光法的所有例題,二者結果完全一致。用本方法的主要优点是避免了光軸角的确定。从而在一定程度上簡化了实验技术和减少了計算工作量。

2. 文献[1]的具体例子均属于单向和二向应力状态,且主应力方向是已知的,問題比較簡單。因此,用本文方法来解决三向問題,尤其是主軸方向未知时的应力分析問題,可能会遇到的困难也許沒有显示出来。关于这个問題,有待进一步研究。

3. 为了克服聚斂光法中确定光軸角的困难,不少学者曾把晶体光学和平行光法結合起来研究三向光测弹性力学問題。其中較实用的方法是 Jessop 和 Wells^[4] 用簡化旋轉台求主軸方向,从而計算光軸角,然后按晶体光学理論与广义的应力-光学定律进行主应力計算。該方法的基本点与本方法不一样。

4. 用聚斂光法进行三向問題的应力分析时,为了克服确定光軸角这一困难,迄今已有不少的方法^[1,4-8],并取得了初步成效。可是,不管用哪一个方法进行应力計算,都必須再补充一个方程。文献[9]曾提出用“解冻”的方法来建立这一补充方程,但由于量测技术的困难,所得結果很不理想。因此,如何从理論上,同时又在实验上去解决这一問題,是很有实际意义的。

本文所提供的方法,从目前情况看来,对于解决某些已知主应力方向和沿对称截面进行切片的三向問題或表面的应力分析問題,可能有一定的实用意义。

参 考 文 献

- [1] 应力測定技术委员会編,应力測定法,朝仓书店,日本,1956(昭和30年),654—672。
- [2] Wahlstrom, Ernest E., Optical Crystallography, 1953 (王大純等譯,晶体光学,地質出版社,北京,1959)。
- [3] Краснов, В. М., Поляризационно-оптический метод исследования, Труды конференции 13—21 февраля 1958 года, 1960, 72。
- [4] Jessop, H. T., Wells, M. K., The tilting stage method of exploration of three dimensional stresses, *Brit. J. Appl. phys.*, 1, 1950, 184。
- [5] 国尾武,收札 μ 光弹性实验法,机械学会志,日本, 58-No: 439, 1955, 593。
- [6] 湯浅龟一、山本胜郎,机械学会志,日本, 51-No: 357, 1948, 223。
- [7] 湯浅龟一、山本胜郎,机械学会志,日本, 51-No: 359, 1948, 304。
- [8] 湯浅龟一、山本胜郎,机械学会志,日本, 51-No: 360, 1948, 357。
- [9] Прейсс, А. К., Поляризационно-оптический метод исследование напряжений, 1956, 113—137。