

“弹性圆柱薄壳的一般稳定性”的結束語*

罗祖道 吳連元

作者首先对程世祐先生的宝贵評論表示深切的感謝。我們十分同意边界条件将毫无疑问地对载荷的临界值产生不同程度的影响;并且根据不同具体情况,这种边界影响的一般性質亦确是一个值得深入研究的問題。但是应该指出,这一問題并不属于本文討論的范围。本文主要企图对圆柱壳体处于复合载荷作用下的临界值进行初步的分析,并定性地建立不同载荷参数之間相互影响的近似关系;亦即建立复合载荷情况下的上临界载荷曲面。虽然如此,我們知道,上述临界值的确定仍不能不顾及边界的实际情况。本文中选用之挠曲函数一方面考虑問題的簡化,使能减少数学上的繁复运算,同时另一方面亦设法符合边界条件的要求。一般而言,应用能量法求解問題,几何边界条件常是其中主要的条件。显然,式(15)之挠曲函数满足两端挠度等于零这一主要几何条件。而且对于单独軸压或单独橫向外压以及軸压与橫向压力联合作用的情况,它并同时符合两端力矩等于零的簡支边界条件。而在所有其他载荷情况下,它至少亦将平均地满足簡支条件,也就是沿周边总的力矩等于零。其实一般实验中的簡單支承装置,往往也只能基本上达到这一要求。因此作者认为式(15)之挠曲函数作为第一級近似形式,似应称为合理。

在橫向外压作用下,圆柱薄壳稳定性的米賽斯(von Mises)理論中,采用了簡支的边界支承条件,它与本文結果是接近的。同时从唐納耳(Donnell)新近的研究^[1]可知,对于較长壳体本文結果亦基本与絕對簡支情况相一致。对于短壳的情况,边界影响确較显著,因此米賽斯理論与固支边界的实验結果的差別較大是容易理解的。但是应该指出,这种偏差并非完全由于边界条件不同所造成的。这点已曾由作者之一所指出^[2]。

在单独扭轉作用的情况,应用式(15)作为挠曲函数的結果,除極短壳体外,它与唐納耳固定边界条件下的精确解极为相近^[3]。由此可見,扭轉临界载荷受边界的影响尤不显著。

至于复合载荷的情况,首先在軸压与橫向内压的联合作用之下,这时理論与实验結果所存在的显著区别主要是由于綫性理論的局限性。罗旭^[4],許內耳^[5](Schnell)等已先后应用了大挠度理論使問題初步获得解决。作者认为应用壳体原始几何缺陷的概念有可能进一步解释实验观察中的某些重要現象,这部分工作目前正在进行中。再如扭轉与橫向外压的复合情况,苏安尔(Suer)和海立斯(Harris)^[6]采用双三角函数形式作为壳体的挠曲函数。它显然满足簡支的边界条件,而本文之結果基本上与其相一致,这亦說明应用式(15)中之挠曲函数所得之結果具有足够的近似性。最后值得提醒一下,壳体理論的严密性与完整性,都不应该超过壳体理論中基本假設的近似范围,否則往往会使問題的研究趋于复杂而有損重点,如无助于解的精确度之改善,反而失却其实际意义。

* 1961年9月20日收到。

最后作者愿再度声明,本文中之讨论只是极其肤浅而不成熟的见解,其中一定存在不少问题和缺点,不过作者希望能够通过讨论促使问题进一步深入发展,以上区区数点拟与程先生商榷。

参 考 文 献

- [1] Donnell, L. H., Effect of Imperfections on Buckling of Thin Cylinders with Fixed Edges under External Pressure, Proc. 3rd. U. S. National Congress of Applied Mechanics, 1958.
- [2] Loo, T. T., An Extension of Donnell's Equation for a Circular Cylindrical Shell, *J. Aero. Sci.*, **24**, No. 5, 1957.
- [3] Loo, T. T., Effects of Large Deflections and Imperfections on the Elastic Buckling of Cylinders under Torsion and Axial Compression, Proc. 2nd U. S. National Congress of Applied Mechanics, 1954.
- [4] Lo, H., Crate, H. and Schwartz, E. B., Buckling of Thin-walled Cylinders under Axial Compression and Internal Pressure, NACA Report, 1027, 1951.
- [5] Schnell, W., Zur Stabilität Dünnwandiger Langgedruckter Kreiszyklinderschalen Bei Zusätzlichem Innendruck, Proc. of the Symposium on the Theory of Thin Elastic Shells, Delft, Holland, 1960.
- [6] Suer, H. S., Harris, L. A., The Stability of Thin-walled Circular Cylinders under Torsion and Lateral External Pressure or Hydrostatic Pressure, *J. App. Mech.*, **26**, No. 1, 1959.