

任意斜裂纹转子的耦合振动研究¹⁾焦卫东²⁾ 蒋永华 李 刚 蔡建程

(浙江师范大学工学院, 浙江金华 321004)

摘要 对包含不同类型裂纹(横裂纹、横-斜裂纹以及任意斜裂纹)的转子的耦合振动进行研究,以揭示裂纹转子在不同方向上刚度参数的变化规律及其交叉耦合机理,特别是由此引发的振动特征.对于包含不同类型裂纹的转子轴段,采用六自由度 Timoshenko 梁单元模型对其进行单元建模,并基于应变能理论推导计算柔度参数和刚度矩阵.在此基础上,采用纽马克- β 数值算法求解裂纹转子的运动方程,获得裂纹转子在单故障或多故障激励(不平衡激励、扭转激励或不平衡激励加扭转激励)作用下的耦合振动响应,进而分析耦合振动谱特征.与横裂纹和横-斜裂纹相比,任意斜裂纹使转子刚度矩阵的交叉耦合效应更显著,导致转子发生更强烈的弯-扭耦合甚至是纵-弯-扭耦合振动.无论是在不平衡激励还是扭转激励作用下,弯曲振动与扭转振动幅度都更大.而且,包含不同类型裂纹的转子的耦合振动特征频率,例如旋转基频与二倍频、扭转激励频率及其边带成分的幅值,对裂纹面方向角具有不同的敏感性.所得的这些研究结果,可以为转子裂纹的特征参数辨识与诊断提供理论依据.

关键词 任意斜裂纹, 变刚度, 多故障, 耦合振动, 转子裂纹诊断

中图分类号: TH113.1 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-19-292

STUDY ON COUPLED VIBRATIONS OF ROTOR WITH AN
ARBITRARY SLANT CRACK¹⁾Jiao Weidong²⁾ Jiang Yonghua Li Gang Cai Jiancheng

(School of Engineering, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, Zhejiang, China)

Abstract The coupled vibrations of rotor with different type of cracks were studied, including transverse crack, transverse-slant crack and arbitrary slant crack. It aims to reveal the variation rule of stiffness parameters in different directions, their cross-coupling mechanism and especially the feature of resulted vibrations of the cracked rotor. The rotor segment with different type of cracks, including transverse crack, transverse-slant crack and arbitrary slant crack, was respectively modeled using the Timoshenko beam element, considering all six degrees of freedom including longitudinal, bending and torsional directions. Flexibility coefficients and then stiffness matrix was derived, based on strain energy theory. On this basis, motion equation of the cracked rotor was solved by numerical algorithm 'Newmark-beta' to obtain the time-domain response of coupled vibrations of the cracked rotor under different excitations by single or multiple faults such as unbalanced excitation, torsional excitation and combined excitation of unbalanced with torsional. The spectral

2019-10-21 收稿, 2020-02-15 录用, 2020-02-16 网络版发表.

1) 国家自然科学基金资助项目 (51575497).

2) 焦卫东, 教授, 主要研究方向: 转子动力学、智能检测与故障诊断. E-mail: jiaowd1970@zjnu.cn

引用格式: 焦卫东, 蒋永华, 李刚, 蔡建程. 任意斜裂纹转子的耦合振动研究. 力学学报, 2020, 52(2): 533-543

Jiao Weidong, Jiang Yonghua, Li Gang, Cai Jiancheng. Study on coupled vibrations of rotor with an arbitrary slant crack. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2020, 52(2): 533-543

characteristics of coupled vibrations were then analyzed. Compared to either transverse crack or transverse-slant crack, the stiffness matrix governed by arbitrary slant crack is more populated with additional cross coupled coefficients, and its cross coupling effect is more significant, which contributes to stronger coupled vibrations in bending-torsional direction or even longitudinal-bending-torsional direction. The amplitudes of both bending vibration and torsional vibration are larger than that at the situation of either transverse crack or transverse-slant crack, under the action of either unbalanced excitation or torsional excitation. Moreover, the characteristic frequencies of coupled vibrations of rotor with different type of cracks including transverse crack, transverse-slant crack and arbitrary slant crack, are of different sensitivities to oriented angle of crack surface, for example the rotating fundamental frequency and its second harmonic frequency, the torsional excitation frequency and its sideband components. These research results can provide theoretical basis for both characteristic parameters identification and diagnosis of rotor cracks.

Key words arbitrary slant crack, stiffness variation, multi-fault, coupled vibrations, crack diagnosis of rotors

引 言

裂纹是旋转机械的常见故障, 对设备运行安全的潜在危害很大. 转子在旋转过程中, 裂纹面承受拉、压应力的交替作用, 裂纹开/合 (或呼吸) 行为引起转轴刚度的周期性变化, 导致转子复杂的耦合振动^[1-6]. 对裂纹转子的耦合振动机理与特性进行研究, 是转子裂纹诊断的基础.

对于最简单的横裂纹, 即裂纹面同时垂直于转轴轴线与基面, Darpe 等^[7] 深入研究了裂纹转子刚度变化的机理, 分析了裂纹转子的纵向、弯曲与扭转耦合振动的特征. 随后, 又将横裂纹推广至更一般的横-斜裂纹情形, 即裂纹面垂直于基面但不垂直于转轴轴线. 从刚度变化机理与耦合振动特性两方面, 与横裂纹进行了对比研究. 相比于横裂纹, 横-斜裂纹导致转子更多刚度参数发生耦合, 引起弯曲、扭转甚至纵向耦合振动^[8]. 纵观国内、外现有的研究, 主要集中于横裂纹或横-斜裂纹转子的振动机理与特性问题^[9-16]. 但在某些特殊工况下, 转子裂纹会呈现出更加复杂的几何形态, 例如裂纹面既不垂直于基面也不垂直于转轴轴线, 即任意斜裂纹. 例如, 在大扭矩和强弯矩载荷作用下裂纹会沿着螺旋方向扩展, 从而形成螺旋裂纹或斜裂纹^[17]; 由齿轮啮合力所导致的大扭矩, 引发裂纹的斜向扩展^[18]. 转子旋转过程中, 张开型裂纹承受恒定方向的拉应力作用, 导致转子刚度发生定值削弱. 不同于张开型裂纹, 呼吸型裂纹承受拉、压应力的交替作用, 激起转轴刚度的周期性变化^[1,19]. 因此当转子包含有呼吸型任意斜裂纹时, 由于裂纹面两个方向角的交互作用, 其刚度参数的变化规律及其交叉耦合机理明显不相同于横裂

纹与横-斜裂纹转子, 不同方向上的刚度参数发生广泛、强烈且复杂的耦合, 引起具有不同特征的多自由度耦合振动^[20]. 目前, 这方面的研究还不够深入.

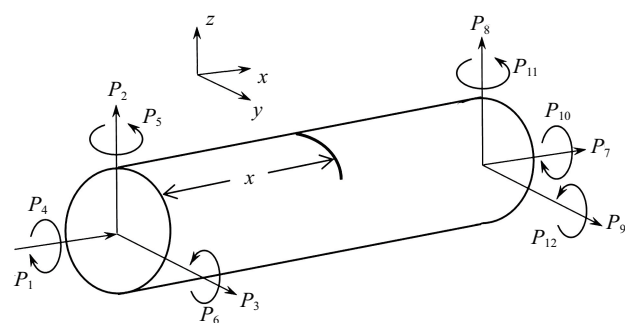
本工作采用计算机仿真方法, 基于力学以及数值分析理论, 研究包含不同类型裂纹特别是任意斜裂纹转子的变刚度机理, 以及由此引发的不同故障激励作用下的耦合振动特性, 以期能为转子裂纹诊断提供参考数据.

1 裂纹转子的耦合振动机理

1.1 裂纹转子的刚度^[7-8,20]

横裂纹、横-斜裂纹以及任意斜裂纹的坐标系及其空间变换关系如图 1 所示.

图 1 中, xoy 面为基面. 图 1(d) 描述了各坐标系统的空间变换关系. 显然, 从最基础的横裂纹 (坐标系 xyz) 出发, 其裂纹面绕 z 轴旋转一定角度 θ_1 ($0^\circ < \theta_1 < 90^\circ$), 即可得到横-斜裂纹 (坐标系 $x'y'z'$);



(a) 包含横-裂纹的转子轴段^[7]
(a) Rotor segment including a transverse crack^[7]

图 1 裂纹转子的坐标系

Fig. 1 The coordinate systems of cracked rotor

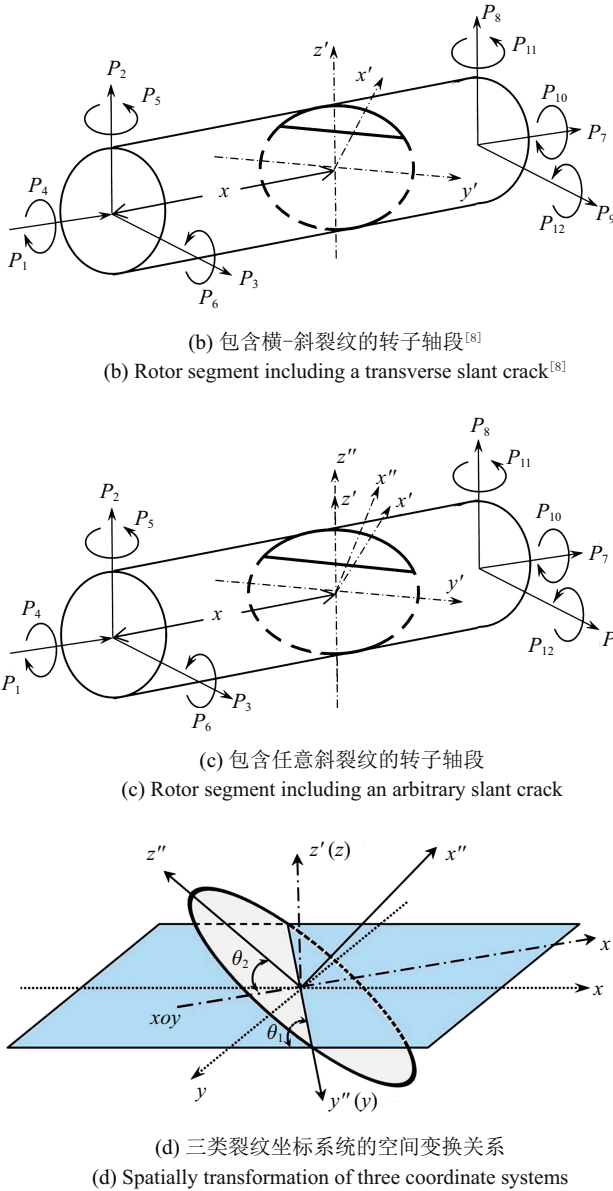


图 1 裂纹转子的坐标系 (续)

Fig. 1 The coordinate systems of cracked rotor (continued)

横-斜裂纹的裂纹面绕其坐标轴 y' 再旋转一定角度 θ_2 ($0^\circ < \theta_2 < 90^\circ$), 即可得到任意斜裂纹 (坐标系 $x''y''z''$).

在材料疲劳裂纹与断裂性能分析中, 基于应变能理论的有限元方法得到广泛应用^[21-24]. 例如, 文龙飞等^[21] 重点研究了动载荷作用下扩展裂纹尖端应力强度因子的求解方法; 王晓明等^[22] 将表征能量耗散的变量引入到应变能函数中, 形成新的弹性势的显式表达, 从而得到精确匹配实验数据的数值模拟结果. 本文采用 Timoshenko 梁单元对转子单元进行建模, 考虑如图 1 所示的纵向、弯曲及扭转所有 6 个

方向自由度. 根据卡斯蒂利亚诺定理, 裂纹单元的柔度参数表达为^[25-26]

$$g_{ij} = \frac{\partial}{\partial P_j} (u_i) = \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} (U^0 + U^c) \quad (1)$$

式中, u_i 和 P_i 分别为沿着第 i 个坐标方向的节点位移与节点力. U^0 为无裂纹单元的应变能, U^c 为裂纹导致的外加应变能.

无裂纹单元的弹性应变能表达式为

$$U^0 = \frac{1}{2} \left(\frac{P_1^2 l}{AE} + \frac{\alpha_s P_2^2 l}{GA} + \frac{P_2^2 l^3}{3EI} + \frac{\alpha_s P_3^2 l}{GA} + \frac{P_3^2 l^3}{3EI} + \frac{P_4^2 l}{GI_0} + \frac{P_5^2 l}{EI} + \frac{P_6^2 l}{EI} - \frac{P_2 P_6 l^2}{EI} + \frac{P_3 P_5 l^2}{EI} \right) \quad (2)$$

式中, $A = \pi R^2$ 为转子轴横截面积, E 为杨氏模量, G 为刚性模量, I 为转轴截面面积矩, I_0 为截面极惯矩, α_s 为 Timoshenko 梁剪切系数.

由裂纹导致的外加应变能为

$$U^c = \frac{1}{E'} \int_A \left[\left(\sum_{i=1}^6 K_i^I \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^6 K_i^{II} \right)^2 + m_s \left(\sum_{i=1}^6 K_i^{III} \right)^2 \right] dA \quad (3)$$

式中, $E' = E/(1-\nu)$, $m_s = 1+\nu$, ν 为泊松比.

裂纹面的位移可以用张开、滑移与剪开 3 种模式来描述. 基于三向应力分析, 分别推导 3 种位移模式的应力密度因子 K_i^I , K_i^{II} 与 K_i^{III} , 进而通过面积积分计算 U^c , 最终得到裂纹单元的各个柔度参数 g_{ij} , $i, j = 1, 2, \dots, 6$. 考虑裂纹单元各节点位移 q_i , $i = 1, 2, \dots, 12$ 的静平衡条件, 有 $[q_{1-12}]^T = T[q_{1-6}]^T$, T 为变换矩阵. 从而, 裂纹单元的刚度矩阵为 $K^c = TG^{-1}T^T$, 其中柔度矩阵 $G = [g_{ij}]$.

1.2 裂纹转子的振动响应

在全局静态坐标系 q 下, 裂纹转子的运动学方程以矩阵向量形式表达为

$$M^s \ddot{q}^s + C^s \dot{q}^s + K^s q^s = f^s \quad (4)$$

式中, M^s , C^s 以及 K^s 分别为总体质量、阻尼以及刚度矩阵, f^s 则为总体激励力向量.

总体质量矩阵 M^s 由单元质量矩阵组装而成, 单元质量矩阵的计算采用一致性方法^[27], 考虑六自由度 Timoshenko 梁的剪切变形与转动惯量效应. 同理, 总体刚度矩阵 K^s 也需要由所有单元 (包括无裂纹单

元与裂纹单元)的刚度矩阵借助合适的方法组装生成^[28]. 对于总体阻尼矩阵 $\mathbf{C}^s$, 采用文献[7]或[8]所建议的比例阻尼进行估算, 估计式为 $\mathbf{C}^s = \alpha_d \mathbf{M}^s + \beta_d \mathbf{K}^s$. 此外, 在构建总体激励力向量 $\mathbf{f}^s$ 时, 需要全面考虑转子有限元模型中各个节点所受到的外部激励作用, 例如转子质量不平衡离心力、动-静碰摩力、非线性油膜力或外加的扭转激励等^[29-34].

相比于无裂纹转子, 裂纹转子的振动响应直接受裂纹单元刚度值的影响, 而由裂纹引起的刚度参数变化则需要借助总体应力密度因子值的符号由振动响应进行估算. 实际仿真过程中, 假设总体质量与阻尼矩阵 $\mathbf{M}^s$ 与 $\mathbf{C}^s$ 保持不变, 只有 $\mathbf{K}^s$ 因裂纹的呼吸行为而不断变化, 其值在转子每旋转一度后被更新一次. 具体实施时, 以节点力估计总体的应力密度因子值, 其符号用于确定裂纹闭合线的位置, 进而确定裂纹柔度系数积分运算的积分限, 获得裂纹单元柔度矩阵与刚度矩阵的估计. 再经过静态坐标系变换, 即可组装为总体刚度矩阵 $\mathbf{K}^s$. $\mathbf{K}^s$ 连同根据转子最新位置更新的 $\mathbf{f}^s$ 一起用于估算下一个旋转角度的转子振动响应. 如此不断重复, 即可获得裂纹转子的振动响应.

2 仿真分析

考虑一个两端支撑单盘转子系统, 裂纹位于转子盘右端靠近盘的位置. 转轴长度 $L = 0.7$ m, 直径 $D = 0.015$ m, 转子盘质量 $m = 1$ kg. 整个转轴共划分为14个单元, 包含15个节点. 裂纹几何参数包括裂纹深度 a 与裂纹面方向角(θ_1 与 θ_2), 裂纹的类型主要取决于后者.

在随后的仿真计算中, 所用到的仿真参数如裂纹单元柔度系数的积分计算参数 α_i 与 δ_i 以及纽马克- β 数值算法中的时间步长 Δt 等, 参照相关文献进行选取.

2.1 裂纹单元的变刚度特性分析

裂纹单元长度 $l = 0.7/14 = 0.05$ m, 裂纹深度比 $\bar{a}/D = 0.3$, 裂纹面方位角设置为 $\theta_1 = 45^\circ$, $\theta_2 = 60^\circ$. 如图2所示, 包含横裂纹(T)、横-斜裂纹(TS)以及任意斜裂纹(AS)单元的刚度参数分别以线型“-----”、“---”和“—”表示. 图2中横坐标“CCL Position”意为裂纹闭合线(crack closure line, CCL)位置. CCL概念由Darpe等提出, 用于精确求解式(3)所示的面积积分^[7].

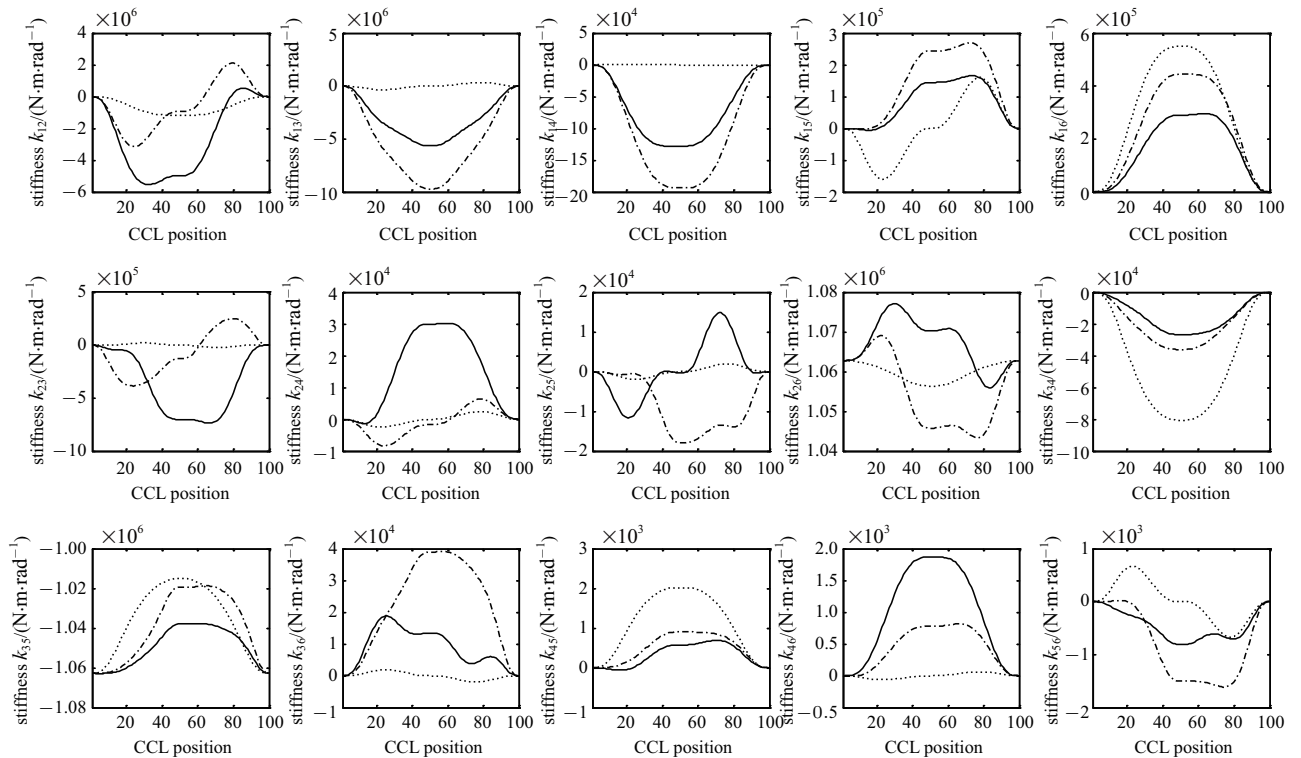


图2 三类不同裂纹的交叉耦合刚度参数(k_{ij} , $i, j = 1, 2, \dots, 6$)

Fig. 2 The cross-coupled stiffness coefficients k_{ij} , $i, j = 1, 2, \dots, 6$ of three different types of crack

交叉耦合刚度参数 k_{ij} , $i \neq j$, 是造成裂纹转子不同方向振动耦合的内因^[35]. 对于 AS 型裂纹转子, 刚度参数交叉耦合的现象更明显. 如图 2, 在水平剪切-垂直剪切 (k_{23})、水平剪切-扭转 (k_{24})、水平剪切-垂直弯曲 (k_{25}) 以及垂直剪切-水平弯曲 (k_{36}) 等方向均出现强烈的交叉耦合现象.

保持裂纹面方位角 $\theta_1 = 45^\circ$ 不变, θ_2 在 30° 到 90° 之间变化. 具有不同方位角的 AS 型裂纹单元的刚度特性曲线如图 3 所示. 图中分别以线型“----”、“---”、“—”、“-+”以及“-o-”线型按照 θ_2 递增的

顺序加以对比描述.

由图 3 可见, 随着方向角 θ_2 的增大, 在纵向 (k_{11})、垂直剪切方向 (k_{33})、扭转方向 (k_{44}) 以及垂直弯曲方向 (k_{55}) 的刚度值单调下降. 但是, 在水平弯曲方向 (k_{66}) 以及水平剪切方向 (k_{22}) 则不存在这种变化趋势, 刚度参数曲线彼此出现了明显交叉, 表明 AS 型裂纹的裂纹面方向角 θ_1 与 θ_2 之间的交互作用效应. 显然, 在整个旋转周期的不同位置, 这种交互效应对刚度的影响是不同的, 特别是在水平弯曲 (k_{66}) 和水平剪切 (k_{22}) 方向, 呈现出明显的非线性特征.

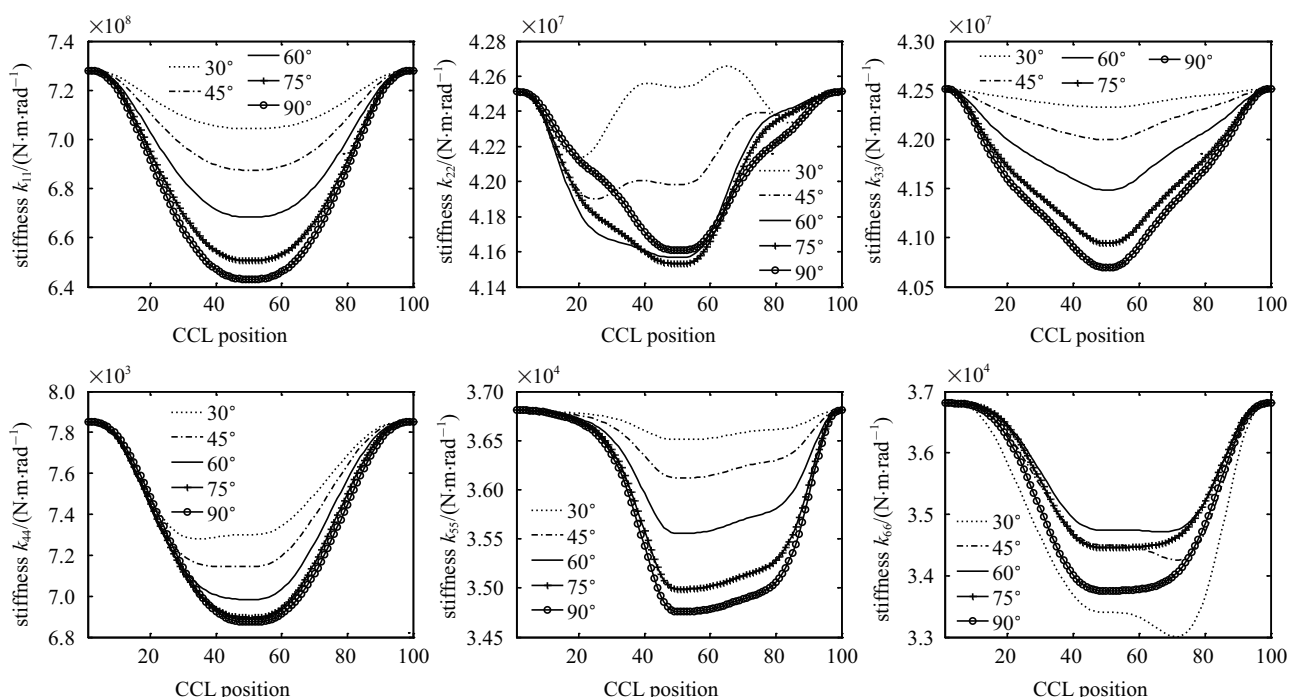


图 3 方位角 (θ_2) 对包含任意斜裂纹的转子单元的变刚度特性影响

Fig. 3 The influence of oriented angle (θ_2) on stiffness variation of the rotor element including an arbitrary slant crack

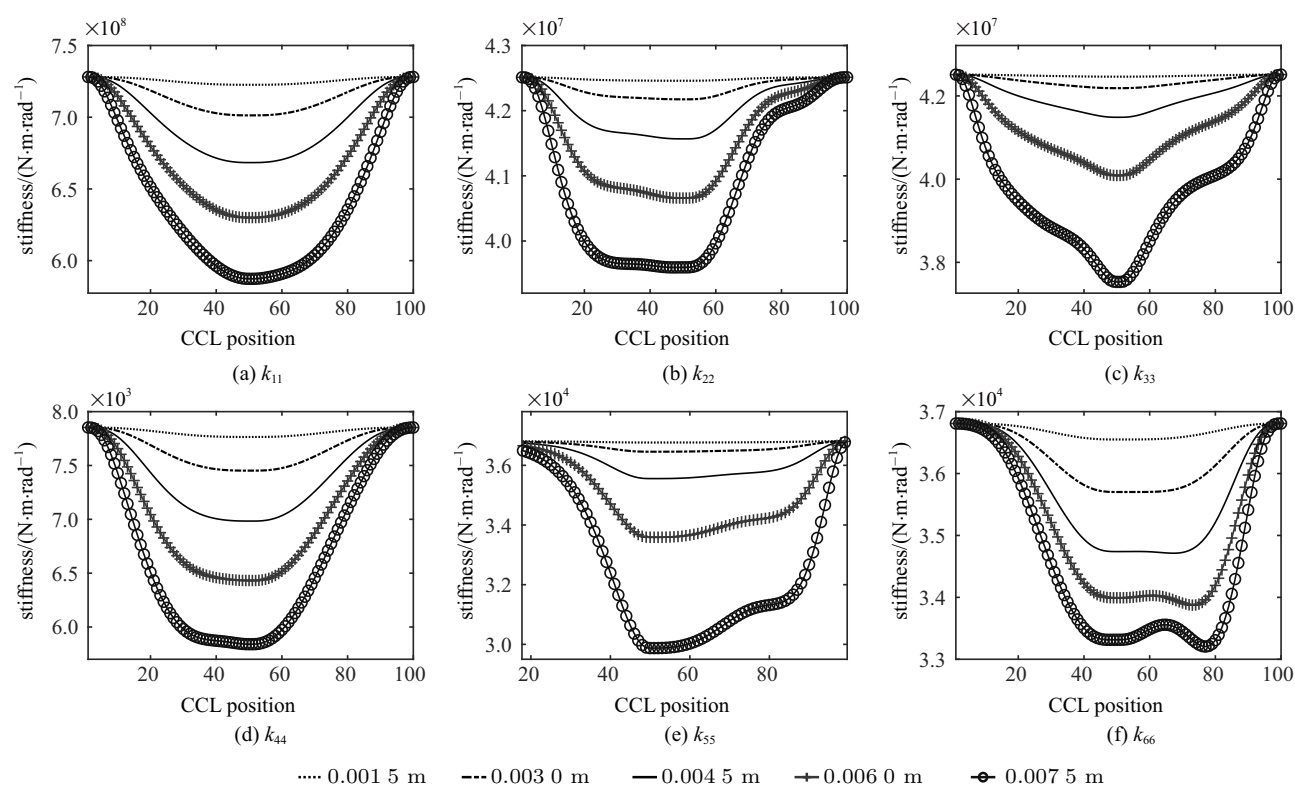
接下来, 考虑一个包含 AS 型裂纹的转子轴段, 保持裂纹面方位角 $\theta_1 = 45^\circ$, $\theta_2 = 60^\circ$ 不变, 裂纹深度 a 以 $1/10$ 倍的转轴直径 D (0.015 m) 为增量从 0.0015 m 均匀增大到 0.0075 m, 即裂纹深度比 ($\bar{a}/D$) 从 0.1 均匀增大到 0.5 , 裂纹转子的刚度特性如图 4 所示. 对应于不同裂纹深度的刚度特性曲线, 采用与图 3 相同的线型按照 a 或 $\bar{a}$ 递增的顺序进行描述.

由图 4 可以看到, 随着裂纹深度 a 或 $\bar{a}$ 的增大, AS 型裂纹转子在所有 6 个自由度方向上的正刚度参数 k_{ii} , $i = 1, 2, \dots, 6$ 均呈现出单调减小的趋势, 即裂纹深度越大, 裂纹转子的刚度值就越小. 而且, 这种刚度值单调变化趋势是整体性的、连续性的, 发生在

转子整个旋转周期的不同转角位置 (以裂纹面闭合线位置 “CCL position” 来确定, 见图 4 横坐标). 虽然裂纹转子的刚度参数值相对于转角位置的变化曲线明显是非线性的, 但是对应于不同裂纹深度的转子变刚度特性曲线几乎具有相同的走向或变化方向.

2.2 裂纹转子的耦合振动特征分析

考虑无外加的扭转激励情况. 不平衡质量偏心距为 1.6×10^{-5} m, 转子转速 22 rad/s (3.5 Hz), 约等于 $1/10$ 倍的弯曲自然频率 (35.2 Hz). 当无裂纹转子只受到不平衡激励作用时, 振动谱图中以旋转频率 (或基频) 为主, 水平与垂直两个方向的弯曲振动基频的幅

图4 裂纹深度 a 对裂纹转子变刚度特性的影响Fig. 4 The influence of crack depth a on stiffness variation characteristics of cracked rotor

值水平差不多;当转子包含不同空间方向 ($\theta_1 = 45^\circ$ 且 $\theta_2 = 30^\circ, 60^\circ$ 和 90°) 的任意斜裂纹时,裂纹导致转子的柔度增大,基频分量的幅值水平相比于无裂纹情况也显著增加。在水平与垂直两个方向的弯曲振动谱中,还包括二倍频和三倍频谐波分量。而且,从纵向与扭转方向的振动谱中可以发现明显的基频、二倍频以及微弱的四倍频谐波成分,而此时裂纹转子系统只受到弯曲方向的不平衡激励,并无外加的纵向与扭转方向激励,说明此时系统的振动行为主要受弯曲与扭转耦合机理的支配。对 $\theta_1 = 45^\circ$, θ_2 分别为 $30^\circ, 60^\circ$ 和 90° 三种情况进行对比研究,发现水平、垂直弯曲方向振动谱的基频、二倍频、三倍频以及扭转方向振动谱的基频、二倍频、四倍频谐波分量幅值水平与裂纹面方向角 θ_2 呈负相关关系,即 θ_2 越大,幅值水平越低;纵向振动谱则相反,其基频、二倍频、四倍频谐波分量幅值水平与 θ_2 呈正相关关系,即 θ_2 越大,幅值水平越高。由于篇幅限制,无外加扭转激励情况的仿真图未给出。文献 [8] 尽管以 TS 型裂纹转子作为研究对象,但在只有不平衡激励的情况下,转子的振动响应特性与这里研究的 AS 型裂纹转子

具有较大的相似性,可以作为参考,特别是该文献给出的图 8 (无裂纹转子的不平衡振动响应) 和图 9 (裂纹转子的不平衡振动响应)。

考虑存在外加的扭转激励情况。此时,不平衡激励与扭转激励同时作用。采用谐波扭转激励 $T \sin(\omega_e t)$, 其中 $T = 10 \text{ N}\cdot\text{m}$, 扭转频率 $\omega_e = 35 \text{ Hz}$ (约等于弯曲自然频率 ω_0)。在不同裂纹面方向角 ($\theta_1 = 45^\circ, \theta_2 = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$) 下弯曲 (y 与 z)、纵向 (u) 与扭转 (θ) 方向振动响应的时域与频域波形如图 5~图 7 所示。需要注意的是,当 $\theta_2 = 90^\circ$ 时实际上对应的是横-斜裂纹。

从图 5~图 7 可以观察到,不平衡激励叠加扭转激励下裂纹转子的变刚度特性明显不同于无外加扭转激励情况。当只有不平衡激励作用时,裂纹转子的刚度参数与转轴旋转频率同步变化且趋势平缓;不平衡激励与扭转激励共同作用时,裂纹转子的刚度参数与扭转激励频率的变化趋势剧烈。

扭转激励作用下裂纹转子刚度的突变特性,是导致拍振与振动调制的根本原因 [7]。其中,振动调制表现为以扭转激励频率 ω_e 为中心、转轴旋转频率

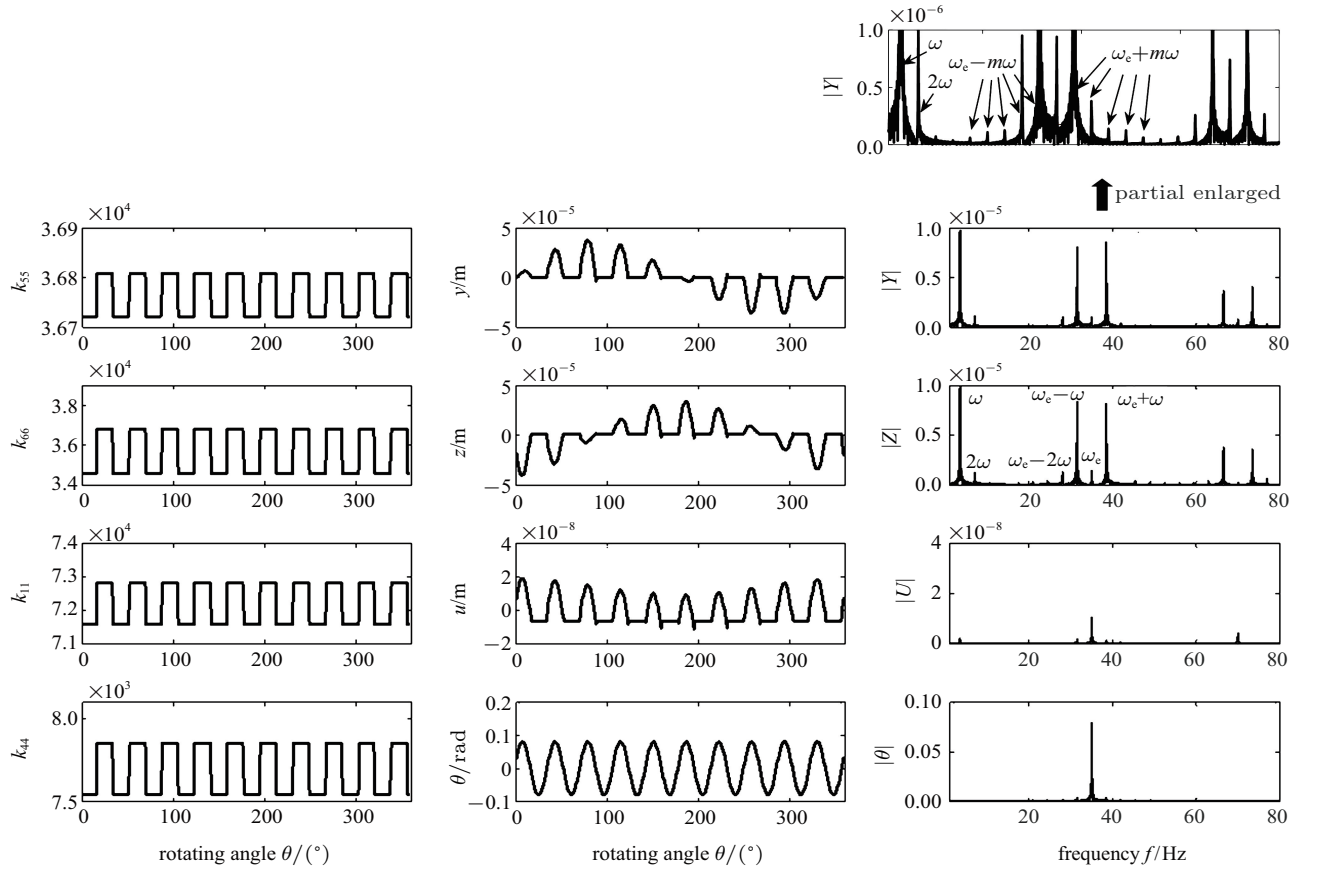


图 5 不平衡激励与扭转激励共同作用下任意斜裂纹转子的不平衡振动响应 ($\theta_1 = 45^\circ$, $\theta_2 = 30^\circ$)

Fig. 5 Unbalance response of the arbitrary slant crack rotor with torsional excitation: $\theta_1 = 45^\circ$, $\theta_2 = 30^\circ$

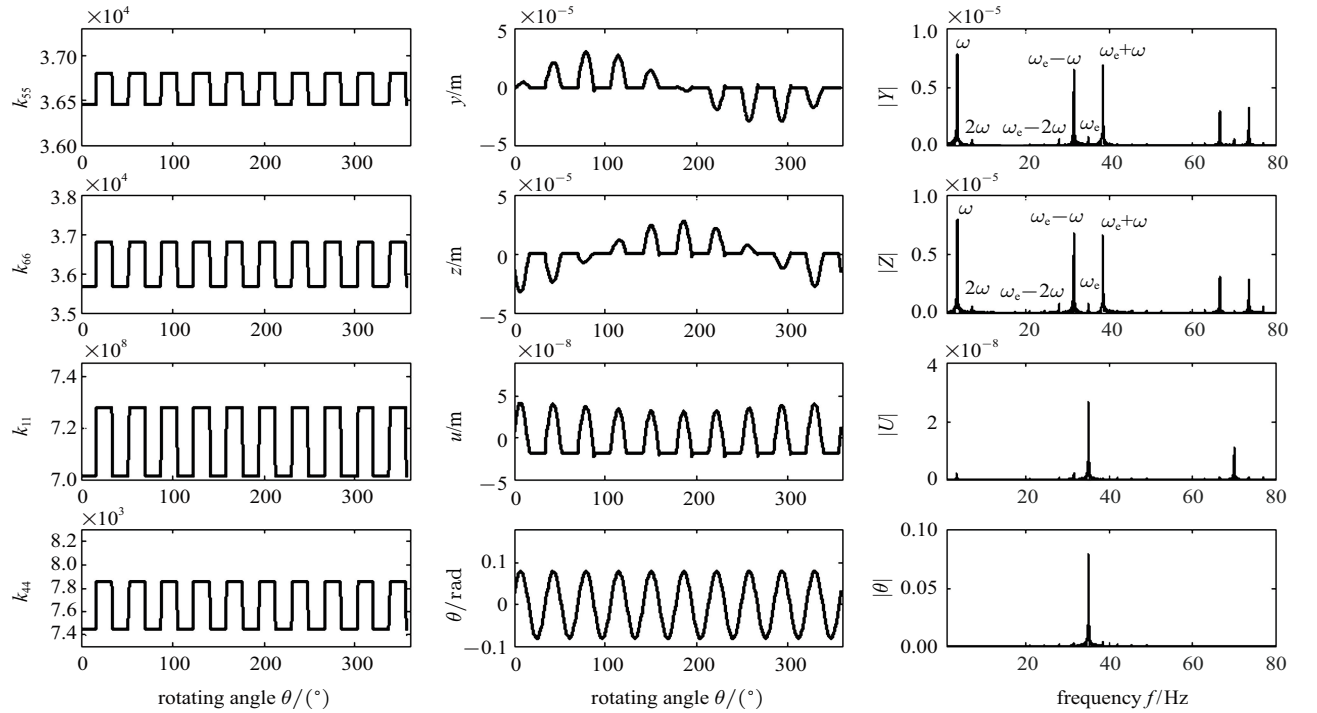


图 6 不平衡激励与扭转激励共同作用下任意斜裂纹转子的不平衡振动响应 ($\theta_1 = 45^\circ$, $\theta_2 = 60^\circ$)

Fig. 6 Unbalance response of the arbitrary slant crack rotor with torsional excitation: $\theta_1 = 45^\circ$, $\theta_2 = 60^\circ$

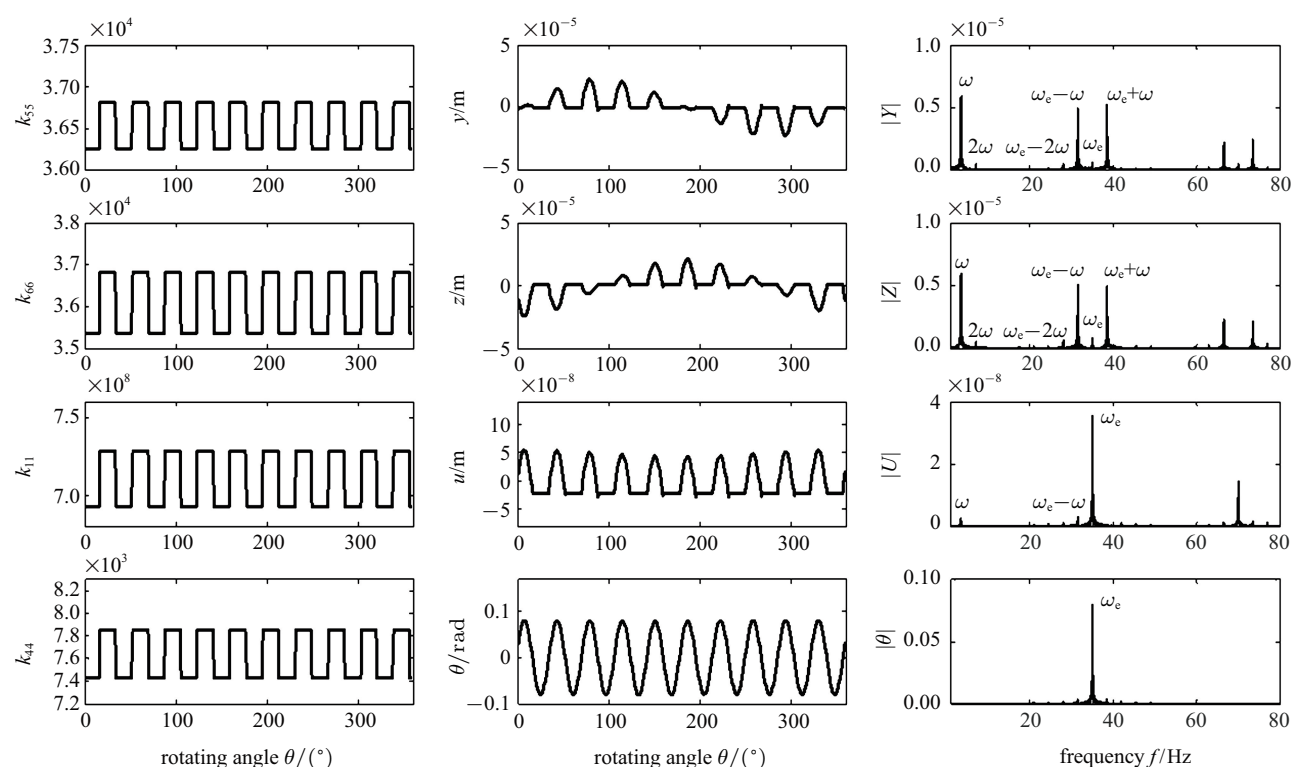


图7 不平衡激励与扭转激励共同作用下任意斜裂纹转子的不平衡振动响应 ($\theta_1 = 45^\circ$, $\theta_2 = 90^\circ$)

Fig. 7 Unbalance response of the arbitrary slant crack rotor with torsional excitation: $\theta_1 = 45^\circ$, $\theta_2 = 90^\circ$

ω 为半带宽的对称边带调制现象. 在水平和垂直两个方向上, 转轴旋转频率 ω 以及扭转激励频率 ω_e 两侧的边带频率的幅值近似相等; 弯曲与扭转振动的耦合, 使扭转激励频率出现在弯曲振动谱中, 而且被旋转频率及其高次谐波分量所调制. 扭转激励频率 ω_e 与转轴旋转频率 ω 及其高次谐波分量 $m\omega$ 之间的相互作用, 导致围绕 ω_e 两侧的边带频率 $\omega_e \pm m\omega$ 的出现. 在图 5~图 7 的原始振动响应谱图中, 由于各特征频率的幅值彼此差异较大, 导致一些围绕扭转激励频率 ω_e 的高级调制边带成分无法被观察到. 通过调整原始谱图的纵坐标对其进行局部放大, 可以清楚地显示出这些特征频率的存在. 例如图 5 右上角的局部放大图所示的 $\omega_e \pm m\omega$ 成分. 在纵向上, 与只有不平衡激励情况相比, 不平衡激励叠加扭转激励下裂纹转子的振动谱出现明显变化. 扭转激励的引入, 导致谱图中高频分量的产生, 并在时域波形中出现显著的削波现象, 其机理见文献 [7], 不再赘述.

最后, 将不平衡激励与谐波扭转激励联合作用下任意斜裂纹转子的弯曲振动谱特征参数 (ω , 2ω , ω_e 与 $\omega_e \pm \omega$) 的幅值对方向角 θ_2 的敏感性综合于图 8.

横-斜裂纹转子的弯曲振动谱特征参数对方向角 θ_1 的敏感性在图 9 中也对比给出.

从图 9 可以清楚地看到, 横-斜裂纹转子的弯曲振动谱中旋转频率 ω 以及扭转激励频率 ω_e 的第一级边带分量 $\omega_e \pm \omega$ 的幅值对方向角 θ_1 相当敏感. 随着 θ_1 从 10° 增大到 90° , 这些分量的幅值迅速减小; 而对于其他的谱分量如旋转频率 ω 的二次谐波 2ω 、扭转激励频率 ω_e 及其第一级边带分量 $\omega_e \pm \omega$, 情况则有所不同. 例如, 在水平方向, 随着 θ_1 增大, 旋转频率 ω 的二次谐波 2ω 的幅值增大, 扭转激励频率 ω_e 的幅值减小; 而在垂直方向, 两者均增大. 当 $\theta_1 = 90^\circ$ 时, 情况出现了变化, 即扭转激励频率 ω_e 的幅值在水平方向上增大而在垂直方向上减小. 实际上, 此时的裂纹类型已经由横-斜裂纹转变为横裂纹了.

对于如图 8 所示的任意斜裂纹转子振动, 这些特征频率的幅值与方向角 θ_1 与 θ_2 两者均有着密切的关系, 呈现出不同的变化模式. 当 θ_1 很小时, 例如 $\theta_1 = 30^\circ$ 的情况, 随着 θ_2 从 10° 增大到 90° , 弯曲振动谱中旋转频率 ω 、扭转激励频率 ω_e 的第一级边带频率 $\omega_e \pm \omega$ 的幅值均单调减小; 当 θ_1 中等大小时, 例

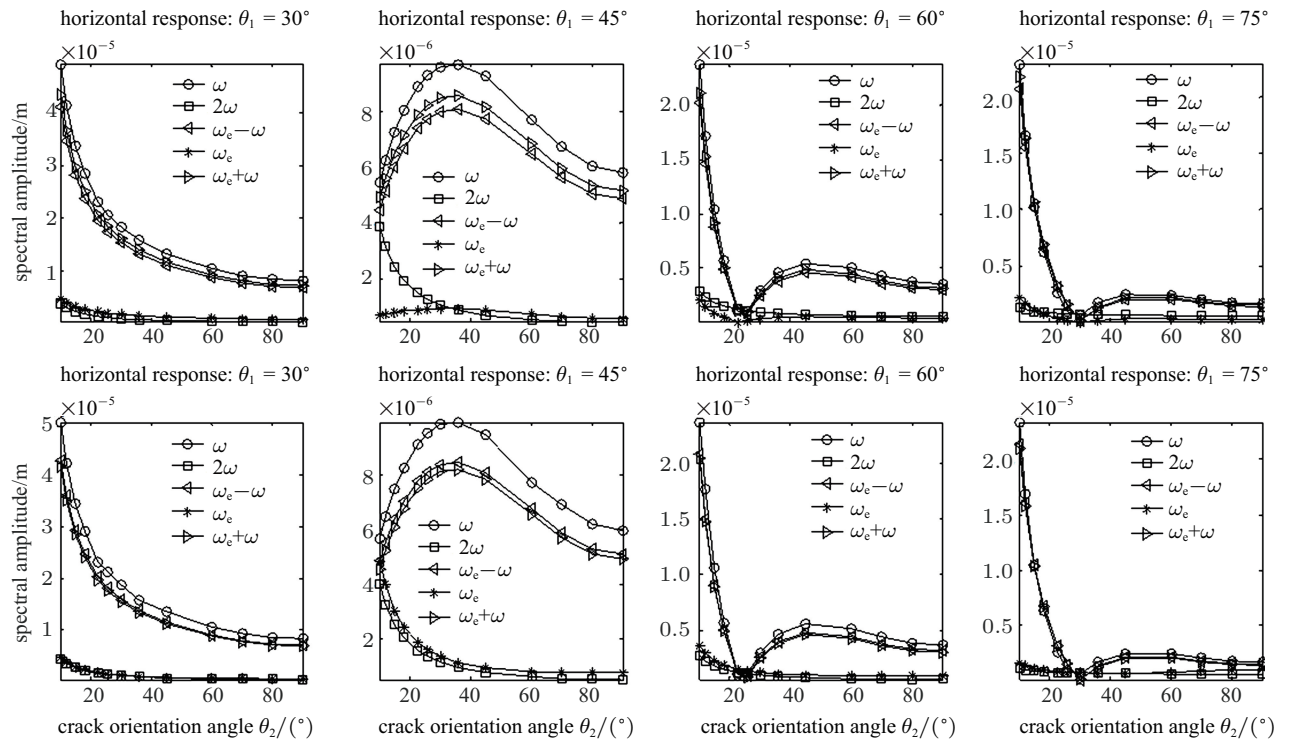


图 8 任意斜裂纹转子振动谱特征参数对方向角的敏感性: $\theta_1 = [30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ]$, $\theta_2 = 10^\circ \sim 90^\circ$

Fig. 8 Sensitivity of spectral parameters of the arbitrary slant crack to orientation angle: $\theta_1 = [30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ]$, $\theta_2 = 10^\circ \sim 90^\circ$

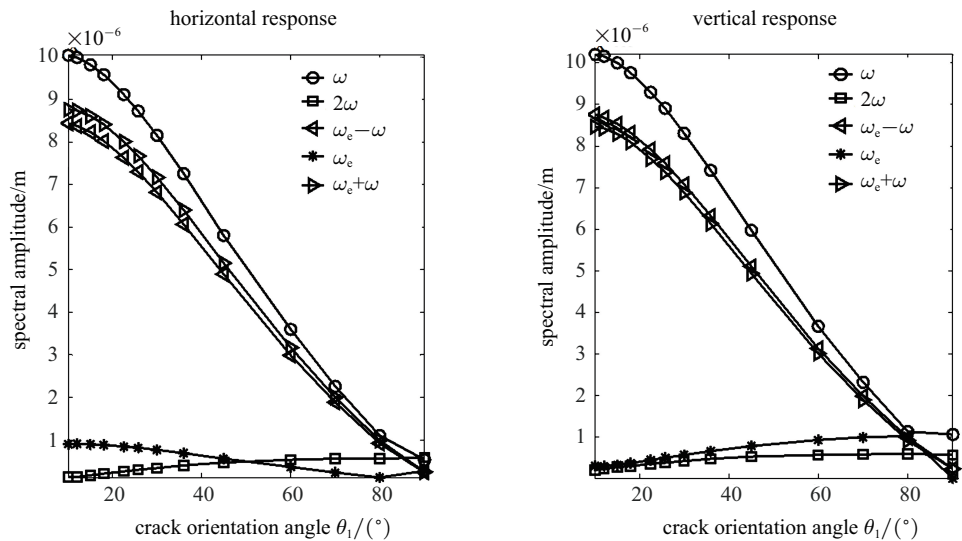


图 9 横-斜裂纹转子振动谱特征参数对方向角的敏感性: $\theta_1 = 10^\circ \sim 90^\circ$, $\theta_2 = 90^\circ$

Fig. 9 Sensitivity of spectral parameters of the transverse slant crack to orientation angle: $\theta_1 = 10^\circ \sim 90^\circ$, $\theta_2 = 90^\circ$

如 $\theta_1 = 45^\circ$ 的情况, 这些特征频率幅值先增大然后减小, 趋势变化拐点近似在 $\theta_2 = 36^\circ$ 左右; 当 θ_1 较大时, 例如 $\theta_1 = 60^\circ$ 或 75° 的情况, 这些特征频率幅值先减小后增大, 然后又减小, 变化拐点分别近似在 $\theta_2 = [25.71^\circ, 45^\circ]$ 和 $\theta_2 = [30^\circ, 45^\circ]$ 左右。

横-斜裂纹与任意斜裂纹转子弯曲振动谱中特征频率幅值的不同变化特性, 体现了两类裂纹对裂纹

面方向角参数敏感性的差异。应该注意的是, 在 θ_1 较大的情况, 任意斜裂纹转子弯曲振动谱中 ω 和 $\omega_e \pm \omega$ 两者的幅值在第一个减小阶段的变化趋势相比于图 9 所示的横-斜裂纹情况, 突变性更加强烈, 这说明任意斜裂纹比横-斜裂纹对裂纹面方向角的敏感度更高。此外, 与横-斜裂纹相比, 如图 8 所示的任意斜裂纹具有明显的方向敏感性, 暗示了任意斜裂纹转

子所具有的不同振动特征. 文献 [8] 已导出一些用于裂纹类型 (横或横-斜) 辨识的有效准则. 本仿真分析所获得的一些结果, 则有助于揭示任意斜裂纹转子的振动特征, 便于对振动检测所获取的谱特征甚至裂纹参数进行评估, 例如弯曲振动谱中旋转基频与二倍频分量、扭转激励频率及其边带成分以及裂纹面方向角等.

3 结 论

由于裂纹面两个方向角的交互作用, 任意斜裂纹转子在不同方向上刚度参数的变化规律及其交叉耦合机理明显不同于横裂纹与横-斜裂纹. 这种交互效应不仅体现在刚度参数的量值上, 还体现在刚度曲线的变化趋势上, 具有明显的非线性特征. 任意斜裂纹所具有的复杂变刚度特性, 导致裂纹转子发生复杂的非线性振动, 并在纵向、弯曲与扭转多个自由度方向上发生强烈耦合. 无论是在不平衡激励还是在扭转激励的作用下, 弯曲振动与扭转振动的幅度都更大, 危害也更严重.

任意斜裂纹转子相比于其他两类裂纹转子, 其振动谱特征也不同. 从弯曲振动谱特征参数 (如旋转基频与二倍频、扭转激励频率及其边带成分的幅值) 的敏感性分析结果来看, 这些参数对裂纹面方向参数相当敏感. 从而, 通过比较弯曲振动谱中垂直与水平方向的扭转激励频率的幅值大小, 可以对裂纹面的方向参数进行估计. 此外, 在只有不平衡激励情况下, 扭转振动的时域与频域波形显示: 当裂纹类型从任意斜裂纹转变为横-斜裂纹时, 特征频率的幅值呈现单调变化, 这一结果对于裂纹类型的辨识也是有帮助的.

参 考 文 献

- 1 Chen YS, Zhang HB. Review and prospect on the research of dynamics of complete aero-engine systems. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2011, 32(8): 1371-1391
- 2 吴玉香, 张景, 王聪. 基于径向基函数神经网络的转子系统裂纹故障诊断. *控制理论与应用*, 2014, 31(8): 1061-1068 (Wu Yuxiang, Zhang Jing, Wang Cong. Fault diagnosis of cracked rotor systems based on radial basis function neural networks. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(8): 1061-1068 (in Chinese))
- 3 路振勇, 陈予恕, 侯磊等. 常开空心轴裂纹转子系统的动力学特性. *航空动力学报*, 2015, 30(2): 422-430 (Lu Zhenyong, Chen Yushu, Hou Lei, et al. Dynamic characteristics of an open crack in hollow shaft rotor system. *Journal of Aerospace Power*, 2015, 30(2): 422-430 (in Chinese))
- 4 徐玉秀, 赵晓菲, 熊一奇. 基于传递路径的多级齿轮箱齿轮裂纹故障识别. *仪器仪表学报*, 2016, 17(5): 1018-1024 (Xu Yuxiu, Zhao Xiaofei, Xiong Yiqi. Gear crack fault identification for multi-stage gearbox based on signal propagation path. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2016, 17(5): 1018-1024 (in Chinese))
- 5 宁少慧, 韩振南, 武学峰等. 嵌入式传感器的齿轮裂纹故障诊断. *振动与冲击*, 2018, 37(11): 42-47 (Ning Shaohui, Han Zhennan, Wu Xuefeng, et al. Gear crack fault diagnosis based on embedded sensors. *Journal of Vibration and Shock*, 2018, 37(11): 42-47 (in Chinese))
- 6 向玲, 张悦. 基于轴心轨迹形态的转子裂纹故障分析与诊断. *振动、测试与诊断*, 2019, 39(4): 760-766, 903-904 (Xiang Ling, Zhang Yue. Fault analysis and diagnosis of cracks based on the rotor orbit shape. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2019, 39(4): 760-766, 903-904 (in Chinese))
- 7 Darpe AK, Gupta K, Chawla A. Coupled bending, longitudinal and torsional vibrations of a cracked rotor. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 269(1): 33-60
- 8 Darpe AK. Coupled vibrations of a rotor with slant crack. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 305(1-2): 172-193
- 9 Lu WX, Chu FL. Shaft crack identification based on vibration and AE signals. *Shock and Vibration*, 2011, 18(1-2): 115-126
- 10 杨丹, 甘春标, 杨世锡等. 一类初弯曲转子的裂纹-碰摩故障响应分析. *浙江大学学报 (工学版)*, 2014, 48(8): 1496-1501 (Yang Dan, Gan Chunbiao, Yang Shixi, et al. Analysis on response of a rotor with initial bend deformation under coupling fault of crack and rub-impact. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2014, 8: 1496-1501 (in Chinese))
- 11 Ebrahimi A, Heydarin M, Behzad M. A continuous vibration theory for rotors with an open edge crack. *Journal of Sound and Vibration*, 2014, 333(15): 3522-3535
- 12 Chen XL. Nonlinear responses analysis caused by slant crack in a rotor-bearing system. *Journal of Vibroengineering*, 2016, 18(7): 4369-4387
- 13 Wang Z, Xu Q, Liu ZL, et al. Research on local rub fault transfer mechanism in rotor system. *Journal of Vibroengineering*, 2017, 19(4): 2534-2547
- 14 路振勇, 侯磊, 侯升亮等. 含裂纹故障的航空发动机转子系统动力学特性分析. *振动与冲击*, 2018, 37(3): 40-46 (Lu Zhenyong, Hou Lei, Hou Shengliang, et al. Dynamic characteristics of an aero-engine rotor system with crack faults. *Vibration and Shock*, 2018, 37(3): 40-46 (in Chinese))
- 15 Sandeep S, Rajiv T. Model based identification of crack and bearing dynamic parameters in flexible rotor systems supported with an auxiliary active magnetic bearing. *Mechanism & Machine Theory*, 2018, 122: 292-307
- 16 Conor PC, James AD, Hollis MJ, et al. Applications of fractography for aircraft defect causal analysis. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 2012, 35(1): 84-91
- 17 Bachschmid N, Pennacchi P, Tanzi E. Some remarks on breathing mechanism, on non-linear effects and on slant and helicoidal cracks. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2008, 22(4): 879-904
- 18 Han QK, Zhao JS, Chu FL. Dynamic analysis of a geared rotor system considering a slant crack on the shaft. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, 331(26): 5803-5823

- 19 Papadopoulos CA, Dimarogonas AD. Coupled longitudinal and bending vibrations of a rotating shaft with an open crack. *Journal of Sound and Vibration*, 1987, 117(1): 81-93
- 20 焦卫东, 蒋永华, 施继忠等. 空间任意斜裂纹引起的转子刚度变化机理研究. 振动工程学报, 2018, 31(3): 490-499 (Jiao Weidong, Jiang Yonghua, Shi Jizhong, et al. Study on rotor stiffness variation mechanism caused by an arbitrary spatial slant crack. *Journal of Vibration Engineering*, 2018, 31(3): 490-499 (in Chinese))
- 21 文龙飞, 王理想, 田荣. 动载下裂纹应力强度因子计算改进型扩展有限元法. 力学学报, 2018, 50(3): 599-610 (Wen Longfei, Wang Lixiang, Tian Rong. Accurate computation on dynamic using improved XFEM. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(3): 599-610 (in Chinese))
- 22 王晓明, 吴荣兴, 肖衡. 显式模拟类橡胶材料 Mullins 效应滞回圈. 力学学报, 2019, 51(2): 484-493 (Wang Xiaoming, Wu Rongxing, Xiao Heng. Explicit modeling the hysteresis loops of the mulling effect for rubber-like materials. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(2): 484-493 (in Chinese))
- 23 于思淼, 蔡力勋, 姚迪等. 准静态条件下金属材料的临界断裂准则研究. 力学学报, 2018, 50(5): 1063-1080 (Yu Simiao, Cai Lixun, Yao Di, et al. The critical strength criterion of metal materials under quasi-static loading. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(5): 1063-1080 (in Chinese))
- 24 李亚波, 宋清源, 杨凯等. 试样疲劳性能尺度效应的概率控制体积方法. 力学学报, 2019, 51(5): 1363-1371 (Li Yabo, Song Qingyuan, Yang Kai, et al. Probabilistic control volume method for the size effect of specimen fatigue performance. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(5): 1363-1371 (in Chinese))
- 25 殷有泉, 励争, 邓成光. 材料力学 (修订版). 北京: 北京大学出版社, 2006 (Yin Youquan, Li Zheng, Zheng Chengguang. *Mechanics of Materials (Revised Edition)*. Beijing: Beijing University Press, 2006 (in Chinese))
- 26 孙训方, 方孝淑, 陆耀洪. 材料力学 (第 3 版). 北京: 高等教育出版社, 2012: 152-161 (Sun Xunfang, Fang Xiaoshu, Lu Yaohong. *Mechanics of Materials (The third edition)*. Beijing: Higher Education Press, 2012 (in Chinese))
- 27 Wu J, Chen C. Free vibration analysis of the 3-d frameworks with effects of shear deformation and rotary inertia considered. *Journal of Taiwan Society of Naval Architects and Marine Engineers*, 2008, 27(3): 131-144
- 28 刘艳芳. 汽车覆盖件冲压成形有限元数值模拟中关键技术的研究与开发. [博士论文]. 北京: 北京航空航天大学, 2006 (Liu Yanfang. Study and development of the key techniques of finite element numerical simulation of automobile panels stamping forming processes. [PhD Thesis]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2006 (in Chinese))
- 29 Shen XY, Jia JH, Zhao M, et al. Coupled torsional-lateral vibration of the unbalanced rotor system with external excitations. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 2007, 42(6): 423-431
- 30 Ding Q, Zhang KP. Lateral and torsional vibrations of a two-disk rotor-stator system with axial contact. *AIP Conference Proceedings*, 2010, 1233: 999-1004
- 31 Krishna IRP, Padmanabhan C. Experimental and numerical investigations on rotor-stator rub. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2018, 232(18): 3200-3212
- 32 Sun WP, Yan ZM, Tan T, et al. Nonlinear characterization of the rotor-bearing system with the oil-film and unbalance forces considering the effect of the oil-film temperature. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 92(3): 1119-1145
- 33 Alzibdeh A, Alqaradawi M, Balachandran B. Effects of high frequency drive speed modulation on rotor with continuous stator contact. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2017, 131-132: 559-571
- 34 Hua CL, Cao GH, Rao ZS, et al. Coupled bending and torsional vibration of a rotor system with nonlinear friction. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2017, 31(6): 2679-2689
- 35 Patel TH, Darpe AK. Coupled bending-torsional vibration analysis of rotor with rub and crack. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 326(3-5): 740-752