2019 年 9 月

生物、工程及交叉力学

一种基于超声共振谱的低 *Q* 值材料 共振频率提取方法¹⁾

张强樊璠 王蕊 沈飞 牛海军 2)

(北京航空航天大学生物医学工程高精尖创新中心,生物与医学工程学院,北京 100083)

摘要 超声共振谱技术通过测量样本在超声激励下产生的固有共振频率来计算弹性参数,而共振频率的提取 是整个测量过程的关键. 低 *Q* 值 (品质因数) 材料由于其衰减特性,导致共振谱平缓并无法直观地从谱图上观 察得到共振频率,为从中提取更为有效的共振频率,本文提出了一种新的共振频率提取方法. 采用经验模态分 解法将材料频率响应自适应分解为有限个具有特殊振荡特性的固有模态函数分量,根据材料的超声共振谱先 验信息选择具有共振频率特性的固有模态函数分量,并从中提取共振频率. 以短切纤维环氧树脂材料 (仿骨材 料, *Q* ≈ 25) 为例,通过实验与传统线性预测方法进行对比,计算弹性系数和工程模量. 实验结果表明新方法的 计算效率高,对弱激发模态更为敏感,共振频率的匹配数量 (26) 多于传统方法 (21) 且满足 5 倍于弹性系数的 估计要求,优化后的弹性模量更接近标准值. 新方法可从低 *Q* 值材料平缓的频谱中提取数量足够且有效的共 振频率,不仅有效提升了力学参数估计的可靠性,而且拓展了超声共振谱技术的应用范围.

关键词 超声共振谱,低 Q 值材料,共振频率提取,弹性

中图分类号: O426.9,O341 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-19-049

A RESONANCE FREQUENCY EXTRACTION METHOD FROM LOW Q-FACTOR MATERIALS BASED ON RESONANT ULTRASOUND SPECTROSCOPY¹⁾

Zhang Qiang Fan Fan Wang Rui Shen Fei Niu Haijun²⁾

(Beijing Advanced Innovation Center for Biomedical Engineering, School of Biological Science and Medical Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China)

Abstract Resonant ultrasound spectroscopy (RUS) allows identification of the elastic coefficients of solid materials vibrating under an ultrasonic excitation from the measurement of their inherent frequencies. Retrieving the resonant frequencies is therefore a key signal processing step in RUS. However, according to the attenuation characteristics of low Q-factor (quality factor) materials, the resonance spectrum obtained by the experiment is flat and the resonance frequencies can not be directly observed from the spectrum. Therefore, in order to retrieve more effective resonance frequencies than traditional approach from the low Q-factor materials, a new extraction method of resonance frequencies was proposed to solve the limitation in this paper. The empirical mode decomposition method was used to decompose the frequency response of the specimen into finite Intrinsic Mode Function (IMF) components with special oscillation characteristics.

引用格式: 张强, 樊璠, 王蕊, 沈飞, 牛海军. 一种基于超声共振谱的低 *Q* 值材料共振频率提取方法. 力学学报, 2019, 51(5): 1500-1506 Zhang Qiang, Fan Fan, Wang Rui, Shen Fei, Niu Haijun. A resonance frequency extraction method from low *Q*-factor materials based on resonant ultrasound spectroscopy. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(5): 1500-1506

²⁰¹⁹⁻⁰³⁻⁰² 收稿, 2019-07-23 录用, 2019-07-23 网络版发表.

¹⁾ 国家自然科学基金资助项目 (11772037, 31570945).

²⁾ 牛海军, 教授, 主要研究方向: 生物力学, 医学超声, 生物医学信号处理等. E-mail: hjniu@buaa.edu.cn

According to the prior information of resonant ultrasound spectroscopy (RUS), the relevant IMF component was selected to retrieve reliable resonance frequencies from the resonance spectrum. The short fiber filled epoxy (a kind of bone-like materials, $Q \approx 25$) was adopted as the specimen to calculate the elastic coefficients and engineering moduli compared with the traditional linear prediction method. The experimental results show that the new method has high computational efficiency and is more sensitive to the weak excitation modes of low *Q*-factor materials. The number of effective resonance frequencies (26) are more than traditional linear prediction methods (21), which also satisfied 5 times estimation requirement of elastic constants. In addition, the optimized elastic moduli are closer to the standard values of the short fiber filled epoxy. In conclusion, the EMD-based method can retrieve a sufficient quantity and effective resonance frequencies from the flat spectrum of low *Q*-factor materials, which can not only improve the reliability of the estimation of mechanical parameters, but also extend the application range of resonant ultrasound spectroscopy.

Key words resonant ultrasound spectroscopy (RUS), low *Q*-factor material, resonance frequency retrieve, elastic properties

引 言

超声共振谱^[1-3](resonant ultrasound spectroscopy, RUS) 是二十世纪九十年代发展起来的一种材料力学 特性测量方法,被物理学家认为是测量高 Q 值 (品质 因数) 固体材料弹性系数最准确的方法.基本原理 是运用超声激励样本产生自由振动,根据测得的多 个固有共振频率频谱,利用反演方法计算材料的弹 性系数^[2].方法的独特之处在于可用于尺寸极小^[4] (<1 mm) 材料样本的无损检测,一次实验能够估计 样本的全部弹性系数和力学参数,且具有高度可重 复性.

品质因数 [5-7] Q 是材料在拉伸、剪切、体积压 缩、纵向压缩中测量得到的储能模量与损耗模量之 比,是弹性材料的一个重要参数.Q值愈大,说明材料 变形中储能占比愈大,材料愈接近理想弹性.低 Q 值 材料 (通常 O < 50) 包括生物硬组织材料 [8-9](牙齿、 骨骼)和一些合成材料,其力学特性的准确测量对深 刻理解其功能,选择力学相容性材料和研究内部结 构变化等方面具有重要的理论研究意义和实际应用 价值. 然而, RUS 在用于低 Q 值材料测量时存在天然 缺陷. 主要原因在于材料的高衰减特性 [10] 导致了共 振谱的谱峰平缓,无法直观地从谱图上观察得到共振 频率. 为了能够获取共振频率, Lebedev 等^[11-13]研究 者结合线性预测法,提出了平缓共振谱中的共振频 率提取技术,并在内含缺陷的低 Q 值岩石样本的固 有共振频率提取研究中得到了良好结果. 随后, Kinney 等[14-15] 通过洛伦兹线性拟合方法提取了干湿状 态下牙本质的固有共振频率,研究了牙组织的弹性 系数与力学特性. 近年来 Pascal 的研究小组 [16-18] 利 用线性预测法成功测量了 Q 值更低的皮质骨的弹性 系数, 打破了 RUS 对于低 Q 值材料弹性常数测量的 限制. Niu 的研究小组^[19] 同样运用上述方法提取牙 本质的共振频率, 结合 RUS 测量估计了多个弹性系 数, 并计算了弹性模量与泊松比, 得到了一致性较好 的重复测量结果.

目前,线性预测法仍是提取低 Q 值材料共振频率主流方法,并在生物材料中得到了广泛应用.但是,该方法在提取共振频率时存在 3 个问题 ^[11,16]: (1)方法假设谱线是由多个洛伦兹线型叠加而成的, 而拟合叠加后的曲线与原谱线存在着差异,很可能 导致共振频率的信息损失;(2)为降低拟合的复杂度, 传统方法须人为对共振频谱分段,但重叠频段中提 取的共振频率往往存在不一致的情况,导致频率的 筛选较为困难;(3)在拟合过程中,线性预测滤波器 的阶数会影响提取效果,缺乏相应的标准,需反复多 次试验或人为确定阶数.

针对上述问题,本文提出了一种针对平缓共振 峰中共振频率提取的自适应方法,基于经验模态分 解和 RUS 先验条件,提高低 *Q* 值材料共振频率提取 的数量和有效性,从而有助于提升 RUS 对力学参数 估计的可靠性.

1 实验和方法

1.1 共振频率提取算法

本文将引入经验模态分解^[20](empirical mode decomposition, EMD) 方法对低 *Q* 值材料平缓的共振谱 进行分解和研究, EMD 作为一种非平稳信号处理方 法, 可根据信号自身的特征进行平稳化处理, 将复杂 的信号序列分解为有限平稳的固有模态函数 (intrinsic mode function, IMF), IMF 需满足两个条件, 一是在整个数据段内, 局部极值点和过零点的数目必须相等, 或最多相差 1 个; 二是在任意时刻, 有局部极大值点形成的上包络线和局部极小值点形成的下包络线的平均值为零. 因此, 任何一个信号可以分解成若干有限个 IMF 分量之和, 其筛选步骤如下:

步骤1 找出数据序列的 *x*(*n*) 中所有极大值和极小值,利用三次样条插值函数拟合出上下包络线,得到第一个均值记为 *p*₁(*n*), *x*(*n*) 与均值的差值记为 *h*₁(*n*)

$$h_1(n) = x(n) - p_1(n)$$
 (1)

步骤 2 *h*₁(*n*) 作为新的数据序列, 检查其是否满足 IMF 成立的条件. 如果不符合, 返回第一步将 *h*₁(*n*) 替换 *x*(*n*), 再次进行筛选至满足条件, 例如进行了 *k* 次筛选

$$h_k(n) = h_{k-1}(n) - p_k(n)$$
 (2)

步骤 3 将满足条件的 *h_k(n)* 作为第一阶分量 IMF 分量 *c*₁(*n*), 用原始信号 *x*(*n*) 减去 *c*₁(*n*) 得到残 余数据 *r*₁(*n*)

$$r_1(n) = x(n) - c_1(n)$$
 (3)

步骤 4 将 *r*₁(*n*) 作为新的原始信号重复上述筛 选步骤,直到筛选得到的差值数据 *r*_{m+1}(*n*) 单调时终止

$$r_{m+1}(n) = r_m(n) - c_{m+1}(n)$$
(4)

步骤 5 还原信号, 原始信号 *x*(*n*) 可以表示成 IMF 分量与残余项和形式

$$x(n) = \sum_{i=1}^{m} c_i(n) + r_{m+1}(n)$$
(5)

式中, 残余项 r_{m+1}(n) 代表了信号中的平均趋势, 而各 个 IMF 分量 c_i(n) 则表征了信号从高频到低频的分 布. 这种方法高效、简便且具有完备性. 相比传统线 性预测方法, 信号经过 EMD 分解后得到的 IMF 分量 能够将原始信号完全重构, 不损失原始信号的任何 信号特性. 将 r_{m+1}(n) 作为第 m+1 个 IMF 分量, 频率 响应FR可看作

$$FR(f) = \sum_{k=1}^{m+1} IMF_k(f)$$
(6)

将式 (5) 两边分别平方得

$$x^{2}(n) = \sum_{i=1}^{m+1} c_{i}^{2}(n) + \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^{m+1} c_{i}(n) c_{j}(n)$$
(7)

原始信号的正交指数 OI 定义为

报

$$OI = \sum_{n=0}^{N} \left(\sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^{m+1} c_i(n) c_j(n) / x^2(n) \right)$$
(8)

若OI为 0,则表明 IMF 分量具有正交特性. Huang 等^[20] 通过大量的试验发现,一般信号的正交性指标 通常不会超过 1%,因此认为各 IMF 分量是近似正交的,且具有特殊的物理意义,即每个 IMF 分量代表原 始信号在不同尺度上的振荡特性.基于 IMF 分量的 正交特性,我们假设实验材料的共振谱信号经 EMD 分解后,存在某一 IMF 分量具有与共振频率相一致 的振荡特性,其局部极大值即为对应的共振频率值.

在存在噪声等干扰时, EMD 分解很可能出现模 式混叠问题^[21-23], 导致 IMF 包含不同的振荡模式或 单个振荡模式分布于多个 IMF 中.本文进一步采用 集成的方法^[24-25](ensemble empirical mode decomposition, EEMD) 解决该问题, EEMD 是一种噪声辅助数 据分析方法, 在目标数据 *x*(*n*) 中依次加入多组高斯 白噪声序列 *s*(*n*), 通过取平均的方式消除模式混叠, 使各 IMF 分量更具独有的物理特性.

至此, 我们将低 Q 值材料中共振频率的提取问题转化为识别具有共振频率特性的 IMF 分量, 并从中提取所需的共振频率. 频率响应 FR 经 EEMD 分解得到具有完备性和正交性的 IMF 分量, 从材料先验信息^[16]中得到理论共振频率的数量 N_{cal}, 目标 IMF的波峰数量 N_{imf} 最接近且小于 N_{cal}, 具体实现过程如图 1 所示.

1.2 实验系统

本文选用已知工程模量的短切纤维环氧树脂^[17](常用仿骨材料, Sawbone 公司产品, *Q* < 30) 为实验对象, 样本呈立方体状, 采用低速金刚石切 割机 (SYJ-150, 沈阳科晶自动化设备有限公司, 精度 0.01 mm) 和全烧结金刚石锯片 (厚 0.3 mm), 在喷水 状态下切割样本, 然后分别使用 500, 800, 2000 目 砂纸对切割后的样本进行打磨.测得尺寸 40 mm× 50 mm×60 mm, 重量为 196.3 mg. 实验系统由一组 超声探头、信号发生与接收器和计算机组成 (如图 3). 样本的两个对角夹在两个剪切波接触式超声探头 (V154RM, Panametrics Inc., US) 之间, 其超声探头频 率为 2.25 MHz, 分辨率约为 26 Hz. 矢量分析仪 (Bode 100, Omicron electronics GmbH, AT) 为激励探头提供



张强等:一种基于超声共振谱的低 O 值材料共振频率提取方法



70~400 kHz 的扫频信号,频率响应由上方的探头接收,由电荷放大器 (HQA-15M-10T, Femto Messtechnik GmbH, DE) 放大后送回矢量分析仪记录,共振谱分析和力学参数计算在计算机中进行^[26].



图 2 超声共振测量实验平台

Fig. 2 Experiment platform of resonant ultrasound spectroscopy

1.3 理论共振频率计算

第 5 期

假设样本为横观各向同性^[27]材料, 其有 5 个独 立的弹性常数, 如式 (9) 所示. 由于短切纤维环氧树 脂常用作仿骨材料, 这里采用一组皮质骨弹性系数作 为初始值^[17], *C*₁₁ = 15.0 GPa, *C*₁₂=7.6 GPa, *C*₁₃ = 8.4 GPa, *C*₃₃ = 23.1 GPa, *C*₄₄ = 4.3 GPa.

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \end{pmatrix}$$
(9)

根据弹性常数 C_{ij} 初值, 利用寻找拉格朗日方程 L 驻点的方法可以计算样本理论共振频率

$$L = \int \left(\frac{1}{2} \sum_{i} \rho \omega^2 u_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i,j,k,l} c_{ijkl} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_l}\right) \mathrm{d}V \quad (10)$$

其中, ρ 和 V 分别为样本密度和体积, c 为材料初始 弹性常数, u_i 为位移场. 采用瑞利里兹法^[8](RayleighRitz) 进行式 (10) 的求解, 通过定义目标函数 F(C)

$$F(C) = \sum_{i=1}^{N} w_i \left(f_i^{\exp} - f_i^{cal}(C) \right)^2$$
(11)

其中, f_i^{cal} 为第 i 个理论共振频率, f_i^{exp} 为第 i 个实验 共振频率, N 为实验共振频率个数, w_i 为权重. 采用 莱文贝格–马夸特方法 ^[2](Levenberg-Marquardt) 计算, 在收敛条件下, F(C) 达到最小时的 C 即为所测量样 本的弹性常数.

2 结果

如图 3 所示, 样本频谱除了有几个明显的波峰 外, 大部分谱线相对平缓. 为更多激发某些不敏感的 共振模式, 需多次调整样本与超声探头的位置, 我们 对样本共测量 6 次, 标准差阈值设为 0.5%^[28]. 新方 法提取的共振频率如图 3 所示, 通过比较发现新方 法计算更为高效, 相同条件下提取效率约为线性预 测法的 15 倍.



图 3 样本在 70~400 kHz 范围中一次频率响应和用新方法提取的 26 个共振频率(*标出的位置为 6 次实验中出现 3 以上的共振峰位置, 百线表示共振峰均值)

Fig. 3 One of 6 frequency response of the specimen between 70 and 400 kHz and 26 resonant frequencies distributions by new method (*: The calculated resonant frequencies presented in at least 3 times; vertical line: the mean values of the resonant frequencies)

1503

根据样本的密度及尺寸, 计算样本的理论共振频率并选取前 50 阶, 作为超声共振实验的扫频范围参考.如表 2 所示, 单个共振频率的匹配以相对误差 Err%为阈值, 而样本整体的弹性系数估计以均方根误差 RMS 为筛选标准. Ulrich 等^[29]认为在测量低 *Q* 值材料 (如含缺陷岩石)时, RMS 小于 1%即为有效, 短切纤维环氧树脂材料的 Q 值约为 25, 这里将 Err %设置为 1%, 通过试错法^[16]分别匹配了 26 和 21 个共振频率, 验证了假设, 最终得到的 RMS 分别为 0.44%和 0.45%.

表1 优化后的理论共振频率与实验共振频率配对结果

 Table 1 Pair comparisons of experiment frequencies with calculated frequencies after optimization

	EMD-	based metho	od	Linear prediction			
Matching	Identified	Optimized		Identified	Optimized		
mode	resonant	theoretical	Err/0/	resonant	theoretical	Err/0/	
	frequency	frequency	L11/ 70	frequency	frequency	L11/ 70	
	f ^{exp} /kHz	f ^{cal} /kHz	-	f ^{exp} /kHz	f ^{cal} /kHz	-	
1	113.26	113.68	0.37	113.25	113.22	-0.03	
2	_	_		165.12	164.76	-0.22	
3	171.90	171.98	0.05	_	_		
4	_	_		178.61	178.58	-0.02	
5	210.23	209.77	-0.22	211.32	210.71	-0.29	
6	—	—	—	213.76	215.00	0.58	
7	225.58	224.83	-0.33	—	—		
8	—		—	232.15	230.06	-0.90	
9	235.08	235.16	6 0.04 237.17 2		235.76	-0.60	
10	247.94	248.65	0.29	250.22	250.46	0.10	
11	256.00	255.61	-0.15 — —		_	_	
12	270.30	267.74	-0.95	—		—	
13	276.16	278.57	0.87	273.96	273.58	-0.14	
14	283.22	282.05	-0.42	—		_	
15	288.18	287.76	-0.14	288.39	288.15	-0.08	
16	293.42	292.67	-0.26	293.73	293.16	-0.20	
17	295.97	296.54	0.19	—	—	—	
18	305.47	303.77	-0.55	—		_	
19	312.50	313.98	0.47	313.57	313.51	-0.02	
20	316.69	316.56	-0.04	—	—		
21	_		_	326.88	324.16	-0.83	
22	330.49	327.79	-0.82	330.12	330.28	0.05	
23	_			336.73	338.06	0.40	
24	_	_	_	343.58	346.58	0.87	
25	344.56	342.12	-0.71	344.78	345.19	0.12	
26	355.40	352.74	-0.75	353.94	356.03	0.59	
27	363.22	363.48	0.07	_		_	
28	366.04	367.09	0.29	369.17	369.71	0.15	
29	374.59	374.23	-0.10	374.40	374.28	-0.03	
30	377.55	379.16	0.43				
31	381.95	380.99	-0.25	_	_	_	
37	388 12	380.75	0.16	380.00	386.36	_0.69	
32	307.54	306.20	0.10	567.00	560.50	-0.08	
33	397.54	390.32	-0.51		_		

迭代优化后的弹性系数和工程模量如表 2 所示, *E*_τ 表示横向的工程模量, *E*_α 表示纵向拉伸和压缩的 工程模量^[30-31], 样本标准值由拉压实验得到, 新方法 提取的共振频率得到的工程模量更为准确.

表2 弹性系数与工程模量的优化结果

Table 2 Optimized results of elastic constants and

engineering moduli

Elastic constants/GPa	<i>C</i> ₁₁	C_{12}	C_{13}	C ₃₃	C_{44}	E_{τ}	E_{α}
EMD-based method	13.01	3.65	7.43	26.89	5.36	10.2	15.9
linear prediction	12.04	3.13	5.66	25.25	6.15	10.7	13.0
standard value					_	10.0	16.0~16.7

3 讨论与总结

本文提出了一种从低 Q 值材料中提取固有共振 频率的新方法,采用经验模态分解法将材料频率响 应自适应分解成多个具有独立物理特性的 IMF 分量, 根据材料的超声共振谱先验信息选择具有共振峰特 性的 IMF 分量,提取相应的共振频率和品质因子. 以 已知工程模量的短切纤维环氧树脂样本为例,比较两 种方法提取的共振频率在 RUS 应用中的计算效果, 验证所提方法的有效性.

Migliori 等^[2] 认为可靠的弹性系数估计要求共 振频率为弹性系数的5倍以上(最优是8~10倍),但 在低 Q 值材料中很难实现. 我们假设样本为横观各 向同性材料,即需25个有效实验共振频率,表1表明 仅有新方法可以实现共振频率的提取数量要求. 从 表 2 中不难发现, 采用传统线性预测法得到的工程 模量 E_a 严重失真 (误差约为 20%), 而采用新方法提 取的共振频率,能够估计得到更为准确的工程模量, 表明方法能够从平缓的频谱中准确识别出有效的固 有共振频率,为 RUS 测量低 Q 值材料的力学性质提 供保障. 主要原因在于新方法在假设和算法特点方 面更适用于低 Q 值材料: 第一, 经验模态分解具有 完备性,各IMF分量合成后的曲线与原曲线一致,避 免了信息丢失的问题; 第二, 新方法可自适应提取共 振频率,无需设定参数和划分频段,所得共振频率具 有全局特征; 第三, 通过集成后的 IMF 分量更具独特 的振荡特性,有助于提高共振频率的识别率和提取 精度.

本文采用的短切纤维环氧树脂材料 (Q ≈25) 属 于高衰减材料, RUS 应用于低 Q 值材料的局限性主 要在于共振谱相对平缓,导致难以准确提取共振频 率. 实际过程中仅能提取部分共振频率, 在后续的匹配过程中还将剔除误差较大的共振频率, 导致实际匹配数量远低于理论值. 对比两种方法的共振频率匹配结果, 不仅证明了低 Q 值材料共振频率的提取难度, 而且反映出新方法的有效性. 从表 1 中发现新方法在低幅值的高频区域 (360~400 kHz) 提取效果更好, 表明目标 IMF 能够更好地识别弱激发模态. 表 2 中由新方法计算得到的工程模量较传统线性预测法更接近样本标准值, 但二者均低于且不在其标准值范围内, 原因可能是某些共振频率缺失导致的计算偏差, 也侧面印证了 RUS 应用于测量低 Q 值材料弹性系数的难度.

RUS 中弹性系数估计是一个多参数并行优化的 问题,误差较大的共振频率容易导致整体估计出现严 重错误,这对共振峰提取提出了更高的要求.根据表 1匹配结果发现,传统线性预测法提取的某些共振频 率间隔过于接近,可能是仅为满足洛伦兹拟合结果 而并不真实存在的共振峰,代入 RUS 计算后导致整 体计算结果出现严重偏差,而表 2 结果从侧面印证 了基于经验模态分解的共振频率提取算法能够得到 更丰富且有效的共振频率,从而为后续的弹性系数 准确估计提供了保障.与此同时,我们采用了不同样 本进行实验,并得到了一致的结论.

综上所述,本文提出的新方法计算效率较高,能 够从低 *Q* 值材料的平缓共振谱中识别更多且有效的 共振频率,满足 RUS 方法对共振峰的数量要求,对弱 激发振动模态更为敏感,提取结果与理论共振频率 匹配效果更好,比传统线性预测方法有着明显的优 势,拓宽了 RUS 的应用范围,使其能够更为有效地测 量低 *Q* 值材料的力学性质.

参考文献

- 1 Migliori A, Sarrao JL, Visscher WM, et al. Resonant ultrasound spectroscopic techniques for measurement of the elastic moduli of solids. *Phys B*, 1993, 183(1-2): 1-24
- 2 Migliori A, Sarrao JL. Resonant Ultrasound Spectroscopy: Applications to Physics, Materials Measurements, and Nondestructive Evaluation. New York: Wiley, 1997
- 3 Migliori A, Maynard JD. Implementation of a modern resonant ultrasound spectroscopy system for the measurement of the elastic moduli of small solid specimens. *Physica B Condensed Matter*, 2005, 76(12): 1-7
- 4 Maynard JD. The use of piezoelectric film and ultrasound resonance to determine the complete elastic tensor in one measurement. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1992, 91(3): 1754-1762

- 5 Carcione JM, Fabio C. Attenuation and quality factor surfaces in anisotropic-viscoelastic media. *Mechanics of Materials*, 1995, 19(4): 311-327
- 6 Yu X, Shi L, Han DZ, et al. High quality factor metallodielectric hybrid plasmonic-photonic crystals. *Advanced Functional Materials*, 2010, 20(12): 1910-1916
- 7 Shi W, Zhao H, Ma J, et al. Investigating the frequency spectrum of mechanical quality factor for piezoelectric materials based on phenomenological model. *Japanese Journal of Applied Physics*, 2015, 54(10): 101501
- 8 张东升, 安兵兵. 生物硬组织材料力学研究方法进展. 医用生物 力学, 2012, 27(2): 122-128(Zhang Dongsheng, An Bingbing. Advances in research methods on mechanics of materials for biological hard tissues. *Journal of Medical Biomechanics*, 2012, 27(2): 122-128 (in Chinese))
- 9 肖森,杨济匡,肖志等.基于正面碰撞实验的胸部损伤有限元分析.力学学报,2017,49(1):191-201 (Xiao Sen, Yang Jikuang, Xiao Zhi, et al. Analysis of chest injury in frontal impact via finite element modelling based on biomechanical experiment. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(1): 191-201 (in Chinese))
- 10 孙攀旭,杨红,吴加峰等. 基于频率相关黏性阻尼模型的复模态 叠加法. 力学学报, 2018, 50(5): 217-229 (Sun Panxu, Yang Hong, Wu Jiafeng, et al. Complex mode superposition method based on frequency dependent viscous damping model. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(5): 217-229 (in Chinese))
- 11 Lebedev AV. Method of linear prediction in the ultrasonic spectroscopy of rock. Acoustical Physics, 2002, 48(3): 339-346
- 12 Lebedev AV, Ostrovskii LA, Sutin AM, et al. Resonant acoustic spectroscopy at low Q factors. *Acoustical Physics*, 2003, 49(1): 81-87
- 13 Lebedev AV, Bredikhin VV, Bretshtein YS. Correlation between elastic anisotropy and magnetic susceptibility anisotropy of sedimentary and metamorphic rock. *Acoustical Physics*, 2012, 58(3): 354-362
- 14 Kinney JH, Marshall SJ, Marshall GW. The mechanical properties of human dentin: a critical review and re-evaluation of the dental literature. *Critical Reviews in Oral Biology & Medicine*, 2003, 14(1): 13-29
- 15 Kinney JH, Gladden JR, Marshall GW, et al. Resonant ultrasound spectroscopy measurements of the elastic constants of human dentin. *Journal of Biomechanics*, 2004, 37(4): 437-441
- 16 Bernard S, Grimal Q, Laugier P. Accurate measurement of cortical bone elasticity tensor with resonant ultrasound spectroscopy. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 2013, 18: 12-19
- 17 Bernard S, Grimal Q, Laugier P. Resonant ultrasound spectroscopy for viscoelastic characterization of anisotropic attenuative solid materials. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2014, 135(5): 2601-2613
- 18 Bernard S, Grimal Q, Laugier P. Development and validation of resonant ultrasound spectroscopy for the measurement of cortical bone elasticity on small cylindrical samples. *Journal of the Acoustical*

Society of America, 2013, 133(5): 3585-3585

- 19 Fan F, Feng D, Wang R, et al. The elasticity coefficients measurement of human dentin based on RUS. *BioMed Research International*, 2017(3b): 1-7
- 20 Huang NE, Shen Z, Long SR, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1998, 454(1971): 903-995
- 21 Mandic DP, Rehman NU, Wu Z, et al. Empirical mode decomposition-based time-frequency analysis of multivariate signals: the power of adaptive data analysis. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2013, 30(6): 74-86
- 22 胡爱军, 孙敬敬, 向玲. 经验模态分解中的模态混叠问题. 振动. 测试与诊断, 2011, 31(4): 429-434 (Hu Aijun, Sun Jingjing, Xiang Ling. A novel method for vibration fault diagnosis based on time information fusion. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2011, 31(4): 429-434 (in Chinese))
- 23 曹莹, 段玉波, 刘继承. Hilbert-Huang 变换中的模态混叠问题. 振动. 测试与诊断, 2016, 36(3): 518-523 (Cao Ying, Duan Yubo, Liu Jicheng. Research and application of mode-mixing in Hilbert-Huang transform. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2016, 36(3): 518-523(in Chinese))
- 24 Wu ZH, Huang NE. Ensemble empirical mode decomposition: a noise-assisted data analysis method. Advances in Adaptive Data Analysis. 2009, 1(1): 1-41
- 25 Wu Z, Huang NE. A study of the characteristics of white noise using

the empirical mode decomposition method. *Proceedings Mathematical Physical & Engineering Sciences*, 2004, 460(2046): 1597-1611

- 26 Feng D, Fan F, Wang R, et al. Measurement of human enamel mechanical characteristics with resonant ultrasound spectroscopy// International Conference of the IEEE Engineering in Medicine & Biology Society, 2017
- 27 万征, 宋琛琛, 赵晓光. 一种横观各向同性强度准则及变换应力空间. 力学学报, 2018, 50(5): 200-216 (Wan Zheng, Song Chenchen, Zhao Xiaoguang. One kind of transverse isotropic strength criterion and the transformation stress space. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(5): 200-216 (in Chinese))
- 28 冯丹丹, 樊璠, 王蕊等. 基于超声共振谱方法的人牙釉质材料力学 特性研究. 医用生物力学, 2017, 32(5): 448-453(Feng Dandan, Fan Fan, Wang Rui, et al. Mechanical properties of human enamel based on resonant ultrasound spectroscopy. *Journal of Medical Biomechanics*, 2017, 32(5): 448-453 (in Chinese))
- 29 Ulrich TJ, Mccall KR, Guyer RA. Determination of elastic moduli of rock samples using resonant ultrasound spectroscopy. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2002, 111(4): 1667-1674
- 30 陈玳珩,杨璐. 蜂窝板复合材料的等价弹性模量. 力学学报, 2011, 43(3): 514-522 (Chen Daiheng, Yang Lu. Analysis of equivalent elastic modulus of a honeycomb sandwich. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011, 43(3): 514-522 (in Chinese))
- 31 Niu HJ, Fan F, Wang R, et al. Elastic properties measurement of human enamel based on resonant ultrasound spectroscopy. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 2019, 89: 48-53