

一种非线性强度准则及转换应力法¹⁾万 征^{*,†,2)} 宋琛琛^{**} 孟 达^{*,†}^{*}(中国建筑科学研究院地基基础研究所, 北京 100013)[†](北京市地基基础与地下空间开发利用工程技术研究中心, 北京 100013)^{**}(同济大学土木工程学院, 上海 200092)

摘要 岩土材料在二维破坏模式下具有较强烈的曲线形态, 在一般剪应力与正应力空间中提出用幂参数曲线来表达上述曲线, 该曲线与摩尔圆的外切点即对应为破坏应力点, 则利用该点的外切直线斜率的反正切值来得到有效滑移角. 对于三维单元体, 共存在三个有效滑移角, 利用三个有效滑移角确定出空间有效滑移面. 基于岩土材料为摩擦型材料这一基本特性, 利用空间有效滑移面上的应力比为一定值作为衡量材料破坏与否的判断准则, 基于上述思路推导得到了 t 强度准则, 在偏平面上, t 准则开口形状为介于 Von-Mises 圆形曲线到 SMP 曲边三角形形态. 在子午面上, 引入开口的幂函数作为反映静水压力效应以及剪切破坏的曲线, 而闭口的水滴型屈服面函数作为反映体积压缩屈服曲线, 反映了岩土材料的压剪耦合特性. 基于所提出的 t 强度准则, 推导了变换应力公式, 可将以 p, q 为应力量的二维模型简单方便的转换为三维应力状态本构模型. 通过强度以及多种应力路径的测试对比, 验证了所提 t 准则及基于该准则的变换应力公式的合理性.

关键词 岩土材料, 破坏, 强度准则, 屈服准则, 应力路径

中图分类号: TU43 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-19-039

A NONLINEAR STRENGTH CRITERION AND TRANSFORMATION STRESS METHOD¹⁾Wan Zheng^{*,†,2)} Song Chenchen^{**} Meng Da^{*,†}^{*}(Foundation Engineering Research Institute, China Academy of Building Research, Beijing 100013, China)[†](Beijing Foundation and Underground Space Development and Utilization Center of Engineering Technology, Beijing 100013, China)^{**}(Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract The curve is expressed by a power parameter curve in the space of normal stress and shear stress. The outer tangent point of the curve and the mohr's circle corresponds to the point of failure stress point. Then, the inverse tangent value of the slope of the outer tangent line at the point is used to obtain the effective slip Angle. There are three effective slip angles for a three-dimensional element, and three effective slip angles are used to determine the effective slip surface of space. Based on the basic features of geotechnical materials as friction materials, the stress ratio on the effective slip surface is taken as a certain value to judge whether the material is damaged or not. The t strength criterion was derived based on the above ideas, in deviatoric plane, the shape of t criterion is a closed curve between Von-Mises criterion and SMP criterion. In the meridian plane, the introduction of open power function as a reflection of the curve of the effect of hydrostatic pressure and shear failure, and closed droplet type yield criterion function is adopted to reflect volume

2019-01-31 收稿, 2019-04-19 录用, 2019-04-19 网络版发表.

1) 国家自然科学基金青年基金资助项目 (11402260).

2) 万征, 副研究员, 主要研究方向: 地下结构与土相互作用, 混凝土及土的本构关系. E-mail: zhengw111@126.com

引用格式: 万征, 宋琛琛, 孟达. 一种非线性强度准则及转换应力法. 力学学报, 2019, 51(4): 1210-1222

Wan Zheng, Song Chenchen, Meng Da. A nonlinear strength criterion and transformation stress method. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(4): 1210-1222

compression yield curve, reflect the compression-shear coupling characteristics of geotechnical material. Based on the proposed t strength criterion, the transformation stress formula is derived, which can easily transform the two-dimensional model by using p and q as the stress variables into a three-dimensional stress state constitutive model. Through the test and comparison of strength and various stress paths, the rationality of the proposed t criterion and the transformation stress formula based on the criterion is verified.

Key words geotechnical materials, failure, strength criterion, yield criterion, stress paths

引 言

区别于金属材料等人造工程材料, 作为自然界中天然材料的岩土介质, 具有摩擦性, 其次, 压硬性 与剪胀性也是两大基本特性^[1-5]. 摩擦性表明了岩土材料的破坏特点, 是以应力比作为其应力极限强度的, 作为类比, 金属材料则是以应力差作为其应力极限强度的. 由于岩土材料具有压剪耦合特性, 表明纯剪切加载下也产生塑性体积应变, 发生体积屈服现象, 同时单纯的等方向压缩, 也会产生塑性偏应变, 发生剪切屈服现象. 说明岩土材料具有压缩与剪切耦合特点. 由于压剪耦合特性, 在不同中主应力的约束下, 会形成随中主应力系数先增大后减小的内摩擦角特点^[6-7]. 因而, 这种非单调变化的内摩擦角强度变化规律, 决定了中主应力在构成最终强度值过程中起到无法忽略的作用.

对于岩土材料破坏准则的研究方面, 从是否具备物理涵义方面来区分, 则大体分为两类. 一种是基于物理概念所提出的假说准则, 另一种则是基于大量试验结果的统计抽象准则. 前一种准则如著名的摩尔-库伦准则, 还有 Matsuoka 等^[8-10] 所提出的 SMP 准则, 俞茂宏^[11-13] 所提的双剪准则, 都属此类. 而后一种准则比如 Lade 与 Duncan^[14-15] 所提出的 Lad 准则, Willam-Warnke 准则^[16], Hoek-Brown 准则^[17-18] 等等.

目前基于对单元体破坏认知所提出的假说, 较为著名的如双剪应力强度理论, 该理论认为单元体上某一单元面上大主剪应力与中间主剪应力的线性函数达到某一极限值时, 材料开始产生屈服破坏. 受双剪应力思想的影响, 高江平等^[19] 又提出了三剪应力强度准则, 即认为大中小三个主剪应力的共同构造的函数达到某一极限值时, 材料才发生破坏现象. 由于未考虑静水压力对于应力诱导各向异性的影响, 因而无论球应力为何值, 其在偏平面上的形状保持几何相似不变, 而 Randolph 等^[20] 的试验结果证实, 岩土材料由于压剪耦合特性以及静水压力

效应, 因而在较低的静水压力下, 偏平面上表现出较为尖锐的曲边三角形形态, 而在较高的静水压力下, 偏平面上表现出较为趋近于圆形的曲边三角形形态. 类似还有很多形状函数, 如 Zienkiewicz 等^[21], 郑颖人等^[22] 提出的准则, 能描述破坏时应力状态, 但这种静水压力效应造成的形状影响无法得到合理反映. 对于岩土材料广义准则的研究中, 也取得一系列成果. 如 Mortara^[23] 所提出的 MNLD 准则, 将 SMP 准则与 Lade 准则通过引入一个幂参数, 形成幂参数形式表达的内插函数, 该准则巧妙地将 SMP 准则与 Lade 准则结合并推广为一个广义强度准则, 但由于幂次上存在一个新参数, 故该准则无法用广义偏应力强度显示表达, 无法以此为基础得到变换应力公式. 而 Yao 等^[24-26] 所提出的广义非线性强度准则, 则直接将 SMP 准则与广义 Mises 准则合并并推广为一个广义准则, 且由于表达为两者的偏应力强度的线性插值形式, 因而便于以此为基础推出基于该准则的变换应力公式. 此外, 还有其他学者基于某一特性提出反映特定性质的材料强度准则^[27-30]. Lu 等^[31] 基于微观结构张量法, 以大主应力垂直作用于水平沉积面时应力空间与物理空间重合为基准, 利用三维滑动面与沉积面之间的相对位置关系, 并综合方向角 δ 方向上的强度变化规律, 提出三维横观各向同性强度参数 η_n 且将其与 M-N 强度准则相结合而得到了一种横观各向同性材料强度准则. 此外, 其他一些学者从微观组构方面对岩土材料的各向异性强度^[32-34] 展开研究, 取得了一定进展. 对于特殊岩石的破坏特性研究, 也取得了一定成果^[35-36].

基于大量的试验结果, 岩土材料, 无论土壤材料或者岩石材料, 其二维破坏测试点在 $\tau-\sigma$ 坐标中表现出了强烈的非线性特点, 因此其破坏点的边界应为一条非线性曲线. 基于上述认识, 并在之前所取得成果基础上^[37-38], 假定在 $\tau-\sigma$ 坐标中存在一条幂函数曲线, 可用来表达破坏曲线, 该条曲线与摩尔应力圆的外切点则为破坏点, 为有效简单地反映

该点破坏特性,引入共点的外切直线,该直线斜率的反正切值则为有效滑移角.则对于三维单元体而言,基于三个破坏面的综合作用,由三个有效滑移角能够构造出一个空间有效滑移面.利用应力比是决定岩土材料破坏与否的判断准则,提出该空间有效滑移面上剪应力与正应力比值达到一定值时,该材料即达到破坏状态.基于上述思路,推导得到了反映岩土材料破坏特性的强度准则,在子午面上,利用开口型的幂函数曲线用于反映子午面上的剪切破坏特性,用闭口型的水滴型屈服面用于反映等方向压缩时的体积压缩屈服特性.由此推导得到一并反映压剪耦合特性的 t 准则.为将二维以 $p-q$ 为变量的弹塑性模型推广为真三维应力状态模型,以该 t 准则为基础,提出了基于 t 准则的变换应力公式,使用转换应力法能够将上述二维模型修正为三维应力模型.

1 偏平面上 t 强度准则公式

在二维平面坐标系 $\sigma-\tau$ 中,假设存在强度线,为曲线型,其表达式可写为

$$\tau = n_1 \sigma^{n_2} \quad (1)$$

则当 $n_2=1$ 时,上式表示直线,写为

$$\tau = n_1 \sigma \quad (2)$$

表示为库伦准则.

而当 $n_2=0$ 时,则

$$\tau = n_1 \quad (3)$$

即退化为一水平直线,退化为广义 Mises 准则.

当 $0 < n_2 < 1$ 时,则表示为一过原点的幂函数曲线.

则对于介于 0 与 1 之间的任一值,则假定当此曲线与莫尔圆相外切时,此时,在外切点表示破坏状态,则可由图表示出来.

由图 1 可见,当此幂函数曲线与莫尔圆相外切时,此时外切点为 $p(\sigma_{n0}, \tau_{n0})$,而根据外切条件,则有共点以及共切线两个条件.令幂函数曲线为 $\tau_1 = n_1 \sigma^{n_2}$,而莫尔圆函数为 $\tau_2 = [R^2 - (\sigma - \sigma_0)^2]^{0.5}$.其中, R 表示莫尔圆的半径,而 σ_0 则表示为莫尔圆的圆心横坐标值.则由上述两条件,可得如下方程组

$$\left. \begin{aligned} \tau_1(\sigma_{n0}, \tau_{n0}) &= \tau_2(\sigma_{n0}, \tau_{n0}) \\ \tau'_1|_{\sigma=\sigma_{n0}} &= \tau'_2|_{\sigma=\sigma_{n0}} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} n_1 \sigma^{n_2} &= \sqrt{R^2 - (\sigma - \sigma_0)^2} \\ n_1 n_2 \sigma^{n_2-1} &= \frac{-(\sigma - \sigma_0)}{\sqrt{R^2 - (\sigma - \sigma_0)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

通过求解可得到

$$\sigma_{n0} = \frac{\sigma_0(1-2n_2) + \sqrt{\sigma_0^2 - 4n_2(1-n_2)R^2}}{2(1-n_2)} \quad (6)$$

在切点 (σ_{n0}, τ_{n0}) 处的切线斜率为

$$\tau'_{n0}|_{\sigma=\sigma_{n0}} = n_1 n_2 \sigma_{n0}^{n_2-1} = n_1 n_2 \left[\frac{\sigma_0(1-2n_2) + \sqrt{\sigma_0^2 - 4n_2(1-n_2)R^2}}{2(1-n_2)} \right]^{n_2-1} \quad (7)$$

记此时的切点斜率为等效摩擦角的正切值

$$\tan \varphi_e = \begin{cases} \frac{n_1 n_2 \cdot \{\sigma_0(1-2n_2) + \sqrt{\sigma_0^2 - 4n_2(1-n_2)R^2}\}}{[2(1-n_2)]^{n_2-1}}, & n_2 < 1 \\ \frac{R}{\sqrt{\sigma_0^2 - R^2}}, & n_2 = 1 \end{cases} \quad (8)$$

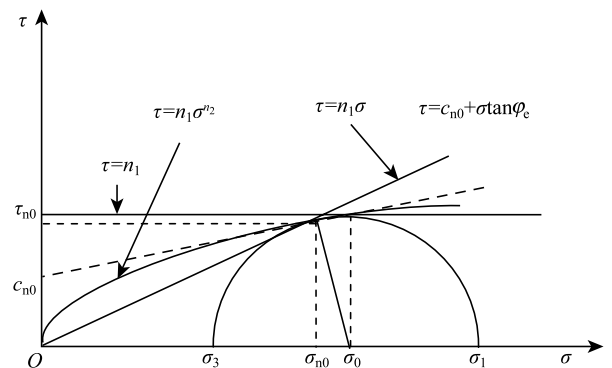


图 1 幂函数曲线与莫尔圆相外切图

Fig. 1 Power function curve and Mohr circle phase tangent diagram

由图可见,曲线与摩尔圆切点斜率始终处于过原点的斜直线与过摩尔圆顶点的水平直线之间,也就是斜率始终处于 0 与 $R/\sqrt{\sigma_0^2 - R^2}$ 之间.

下面给出数学上的证明.

由图 1 可见,当曲线退化为过原点直线时,此时切点斜率为 n_1 ,而对于任意曲线与圆周外切斜率则表达为式 (8),由此可得如下不等式

$$n_1 n_2 \left[\frac{\sigma_0(1-2n_2) + \sqrt{\sigma_0^2 - 4n_2(1-n_2)R^2}}{2(1-n_2)} \right]^{n_2-1} < n_1 \quad (9)$$

式 (9) 经过化简可得如下不等式

$$-n_2(1-n_2)\sigma_1\sigma_3 - \sigma_0(1-2n_2)\left(n_2^{\frac{1}{1-n_2}} - n_2^{\frac{2-n_2}{1-n_2}}\right) + \left(n_2^{\frac{1}{1-n_2}} - n_2^{\frac{2-n_2}{1-n_2}}\right)^2 < 0 \quad (10)$$

上述不等式左侧最后一项, 可化为

$$\left(n_2^{\frac{1}{1-n_2}} - n_2^{\frac{2-n_2}{1-n_2}}\right)^2 = n_2^{\frac{3-2n_2}{1-n_2}} \left(\frac{1}{n_2} + n_2 - 2\right) \quad (11)$$

将式 (11) 代入式 (10) 中, 并化简可得

$$-\sigma_1\sigma_3 - n_2^{\frac{n_2}{1-n_2}}\sigma_0(1-2n_2) + 1 - n_2 < 0 \quad (12)$$

分为两种情况讨论: (1) $0 < n_2 < 0.5$

由于

$$\frac{n_2}{1-n_2} < 1 \quad (13)$$

$$n_2^{\frac{n_2}{1-n_2}} > n_2 \quad (14)$$

$$-\sigma_1\sigma_3 - n_2^{\frac{n_2}{1-n_2}}\sigma_0(1-2n_2) + 1 - n_2 < f = -\sigma_1\sigma_3 - n_2\sigma_0(1-2n_2) + 1 - n_2 \quad (15)$$

不等式右端, 当 $n_2 = 0$ 时, 则简化为

$$1 - \sigma_1\sigma_3 < 0 \quad (16)$$

而其导函数为

$$f' = -(1-4n_2)\sigma_0 - 1 < 0 \quad (17)$$

(2) $0.5 < n_2 < 1$

$$n_2^{\frac{n_2}{1-n_2}} > n_2^{\frac{1}{1-n_2}} > \frac{1}{4} \quad (18)$$

$$-\sigma_1\sigma_3 - n_2^{\frac{n_2}{1-n_2}}\sigma_0(1-2n_2) + 1 - n_2 < f = -\sigma_1\sigma_3 - 0.25\sigma_0(1-2n_2) + 1 - n_2 \quad (19)$$

由于右侧的导函数为

$$f' = 0.5\sigma_0 - 1 > 0 \quad (20)$$

又由于

$$f(1) = -\sigma_1\sigma_3 + 0.25\sigma_0 < 0 \quad (21)$$

因此仍然 $f < 0$, 证毕。

可设置一个表征摩擦性与凝聚性权重分配的参数 t , 且 $0 < t < 1$ 由此可得

$$\tan \varphi_e = \frac{tR}{\sqrt{\sigma_0^2 - R^2}}, \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (22)$$

显然, 当 $t = 0$ 时, 则 $\tan \varphi_e = 0$, 当 $t = 1$ 时, 则 $\tan \varphi_e = \frac{R}{\sqrt{\sigma_0^2 - R^2}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2\sqrt{\sigma_1\sigma_3}}$.

设过两曲线公共切点的直线切线为如下表达式

$$\tau = c_{n0} + \sigma \tan \varphi_e \quad (23)$$

可写为

$$\tau_e = \tau - c_{n0} = \sigma \tan \varphi_e \quad (24)$$

由图 2 所示, 当处于三轴压缩时, 则对于由 σ_1 和 σ_3 所组成的一对应力作用下, 滑移面与 σ_1 作用面所成的夹角为 $45^\circ + \varphi_{e13}/2$. 其中, φ_{e13} 为对应于幂函数强度线与莫尔圆的切点所对应的等效摩擦角. 根据 SMP 空间滑移面的构建思路, 则同理, 也在三维物理空间中相应存在着一个等效滑移面 (图 3), 其中作用于该滑移面上的为等效切应力 τ_{en} 和等效正应力 σ_{en} . 下面推导得到该等效切应力以及等效正应力.

令 $EA=1$, 则根据三角形关系, 可知

$$EB = 1/\tan(45^\circ - \varphi_{e13}/2) \quad (25)$$

同理,

$$EC = 1/\tan(45^\circ - \varphi_{e23}/2) \quad (26)$$

根据三角函数关系, 可表示为

$$EB = \tan \varphi_{e13} + \sec \varphi_{e13} \quad (27)$$

$$EC = \tan \varphi_{e23} + \sec \varphi_{e23} \quad (28)$$

$$\tan \varphi_{e13} = \frac{tR}{\sqrt{\sigma_0^2 - R^2}} = \frac{t(\sigma_1 - \sigma_3)}{2\sqrt{\sigma_1\sigma_3}} \quad (29)$$

$$\sec \varphi_{e13} = \frac{\sqrt{t^2(\sigma_1^2 + \sigma_3^2) + (4 - 2t^2)\sigma_1\sigma_3}}{2\sqrt{\sigma_1\sigma_3}} \quad (30)$$

$$EB = \frac{t(\sigma_1 - \sigma_3) + \sqrt{t^2(\sigma_1^2 + \sigma_3^2) + (4 - 2t^2)\sigma_1\sigma_3}}{2\sqrt{\sigma_1\sigma_3}} \quad (31)$$

$$\tan \varphi_{e23} = \frac{tR}{\sqrt{\sigma_0^2 - R^2}} = \frac{t(\sigma_2 - \sigma_3)}{2\sqrt{\sigma_2\sigma_3}} \quad (32)$$

$$\sec \varphi_{e23} = \frac{\sqrt{t^2(\sigma_2^2 + \sigma_3^2) + (4 - 2t^2)\sigma_2\sigma_3}}{2\sqrt{\sigma_2\sigma_3}} \quad (33)$$

$$EC = \frac{t(\sigma_2 - \sigma_3) + \sqrt{t^2(\sigma_2^2 + \sigma_3^2) + (4 - 2t^2)\sigma_2\sigma_3}}{2\sqrt{\sigma_2\sigma_3}} \quad (34)$$

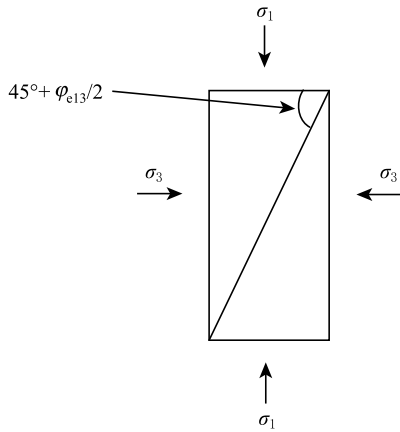


图 2 三轴试样中的滑移面

Fig. 2 Slip surfaces in triaxial specimens

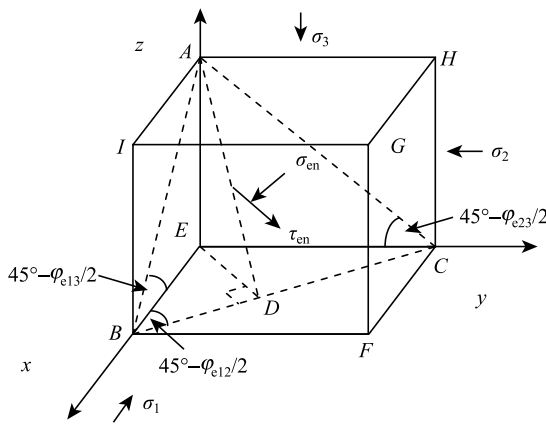


图 3 空间坐标系中的滑移面

Fig. 3 The slip plane in the space coordinate system

对于四面体 $ABCE$, 对于该体上的斜面, 可先确定该斜面上的法向方向, 可通过方向余弦来确定. 则该斜面上法向方向线与三个坐标轴之间夹角的余弦可分别表示为 l, m, n

$$l = \frac{EC}{r} = \frac{EC}{\sqrt{EB^2 + EC^2 + EB^2 EC^2}} \quad (35)$$

$$m = \frac{EB}{r} = \frac{EB}{\sqrt{EB^2 + EC^2 + EB^2 EC^2}} \quad (36)$$

$$n = \frac{EB \cdot EC}{r} = \frac{EB \cdot EC}{\sqrt{EB^2 + EC^2 + EB^2 EC^2}} \quad (37)$$

$$S_{\Delta AEB} = \frac{EC}{2} \quad (38)$$

$$S_{\Delta AEC} = \frac{EB}{2} \quad (39)$$

$$S_{\Delta EBC} = \frac{EB \cdot EC}{2} \quad (40)$$

$$AB = \sqrt{1 + EB^2} \quad (41)$$

$$AC = \sqrt{1 + EC^2} \quad (42)$$

$$BC = \sqrt{EB^2 + EC^2} \quad (43)$$

令

$$r = \sqrt{EB^2 + EC^2 + EB^2 EC^2} \quad (44)$$

$$\sin BAC = \frac{r}{\sqrt{(1 + EB^2)(1 + EC^2)}} \quad (45)$$

则等效正应力可表示为

$$\sigma_{en} = \frac{l\sigma_1 S_{\Delta AEC} + m\sigma_2 S_{\Delta AEB} + n\sigma_3 S_{\Delta EBC}}{S_{\Delta BAC}} \quad (46)$$

$$\sigma_{en} = \frac{\sigma_1 EC^2 + \sigma_2 EB^2 + \sigma_3 EB^2 EC^2}{r^2} \quad (47)$$

$$\tau_{en} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_1 EC}{r}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2 EB}{r}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_3 EB EC}{r}\right)^2} - \sigma_{en}^2 \quad (48)$$

$$\frac{\tau_{en}}{\sigma_{en}} = \left[(EB^2 + EC^2 + EB^2 EC^2) \cdot (\sigma_1^2 EC^2 + \sigma_2^2 EB^2 + \sigma_3^2 EB^2 EC^2) / (\sigma_1 EC^2 + \sigma_2 EB^2 + \sigma_3 EB^2 EC^2)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (49)$$

$$\frac{\tau_{en}}{\sigma_{en}} = \frac{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + EB^2 (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + EC^2 (\sigma_3 - \sigma_1)^2}}{\sigma_1 EC / EB + \sigma_2 EB / EC + \sigma_3 EB \cdot EC} \quad (50)$$

(1) 当 $t=1$ 时, 则显然幂函数退化为一过原点的斜直线, 则此时根据莫尔圆上几何关系, 可得

$$\tan \varphi_{e13} = (\sigma_1 - \sigma_3) / (2 \sqrt{\sigma_1 \sigma_3})$$

$$\sec \varphi_{e13} = (\sigma_1 + \sigma_3) / (2 \sqrt{\sigma_1 \sigma_3})$$

因此可得 $EB = \sqrt{\sigma_1 / \sigma_3}$.

同理可得 $EC = \sqrt{\sigma_2 / \sigma_3}$.

根据四面体 $ABCE$ 的力平衡条件, 可推导得到

$$\sigma_{en} = \frac{3I_3}{I_2} \quad (51)$$

$$\tau_{en} = \frac{\sqrt{I_1 I_2 I_3 - 9I_3^2}}{I_2} \quad (52)$$

因此, 正应力与剪应力均退化为 SMP 面上的正应力与剪应力.

当 $t = 0$ 时, 则显然幂函数退化为一与横坐标轴相平行的水平直线. 此时, 四面体上斜面退化为八面体面, 此时, 由于对称性, 因此, 该面上法线余弦互相相等, 且由其平方和为 1 的条件, 可知: $l = m = n = \sqrt{3}/3$, 因此易推知得到

$$\sigma_{en} = \frac{I_1}{3} = p \quad (53)$$

$$\tau_{\text{en}} = \frac{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{3}q \quad (54)$$

当处于三轴压缩时, 则式 (50) 可表达为

$$\frac{\tau_{\text{en}}}{\sigma_{\text{en}}} = c_1 \quad (55)$$

此时, 大小主应力分别可表示为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= p + \frac{2}{3}q_c \\ \sigma_2 &= \sigma_3 = p - \frac{1}{3}q_c \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

其中, p 表示有效球应力, 而 q_c 则表示处于三轴压缩下的广义偏应力, 脚标 c 表示处于常规三轴压缩下的路径. 将式 (56) 代入式 (50) 中, 可得到关于 p 和 q_c 的函数

$$f(p, q_c) = \frac{q_c \sqrt{1 + EC_c^2}}{(p + 2q_c/3) \frac{EC_c}{EB_c} + (p - q_c/3) \left(\frac{EB_c}{EC_c} + EB_c EC_c \right)} \quad (57)$$

$$A_1 = (EB_c^2 + EC_c^2 + EB_c^2 EC_c^2) \quad (58)$$

其中

$$EB_c = \left\{ tq_c + [t^2(2p^2 + 5q_c^2/9 + 2pq_c/3) + (4 - 2t^2)(p^2 + pq_c/3 - 2q_c^2/9)] \right\}^{1/2} / 2 \sqrt{p^2 + pq_c/3 - 2q_c^2/9} \quad (59)$$

$$EC_c = 1 \quad (60)$$

由于在三轴压缩路径下, 方程式 (50) 与式 (57) 完全相等, 因此得到

$$\frac{3q_c EB_c EC_c \sqrt{1 + EC_c^2}}{(3p + 2q_c) EC_c^2 + (3p - q_c) EB_c^2 (1 + EC_c^2)} = \frac{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + EB^2 (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + EC^2 (\sigma_3 - \sigma_1)^2}}{\sigma_1 EC/EB + \sigma_2 EB/EC + \sigma_3 EB \cdot EC} \quad (61)$$

对于子午面上的广义偏应力 q_c 可以表示为如下统一的表达式

$$q_c = Mp_r \left(\frac{p + \sigma_0}{p_r} \right)^{n_3} \cdot \left\{ \text{sgn}(\mu - 1) + \text{sgn} \mu \cdot \left\{ \bar{p}_c / \left[p_r \left(\frac{p + \sigma_0}{p_r} \right)^{n_3} \right] \right\}^{1-\mu} - 1 \right\}^{1/2} \quad (62)$$

其中, p 表示有效球应力, 而 σ_0 则表示三向拉伸强度. p_r 为参考球应力, 反映在此应力值下, 子午面上

破坏曲线的割线斜率可保证式 (62) 括号中的比值量纲唯一, 使等式左右量纲相同. 对于散粒体材料, p_r 通常取一个标准大气压值. μ 则表示为反映压剪耦合特性的材料参数, 由岩土材料的不排水剪切强度来确定

$$M = \begin{cases} M_f, & \mu = 1 \\ M_y, & 0 \leq \mu < 1 \end{cases} \quad (63)$$

开关函数可表达为

$$\text{sgn} x = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \quad (64)$$

当参数 $\mu = 1$ 时, 则式 (62) 可退化为如下形式. 式 (65) 即为广义非线性强度准则^[39-40]中用于描述子午面上偏应力强度的关系式

$$q_c = M_f p_r \left(\frac{p + \sigma_0}{p_r} \right)^{n_3} \quad (65)$$

为了合理考虑岩土材料的压剪耦合特性, 引入能够描述岩土体积剪切与体积压缩相耦合的屈服面表达式^[41]. 当参数满足 $0 \leq \mu < 1$ 时, 则式 (62) 可退化为如下形式

$$q_c = Mp_r \left(\frac{p + \sigma_0}{p_r} \right)^{n_3} \sqrt{\left(\frac{\bar{p}_c}{p_r \left(\frac{p + \sigma_0}{p_r} \right)^{n_3}} \right)^{1-\mu} - 1} \quad (66)$$

当参数 $\mu = 1$ 时, 则 t 准则在主应力空间为开口曲面, 描述的是岩土材料在剪切破坏模式下的特性, 其破坏曲面如图 4 所示. 而当 $0 \leq \mu < 1$ 时, 则 t 准则在主应力空间为封闭曲面, 表述的是岩土材料剪切、等向压缩屈服相互耦合特性的屈服面.

2 t 强度与屈服准则参数

由于该强度准则的核心是由比例因子参数 t 作为控制偏平面上形状的主要因素, 因此命名该准则为 t 准则. 由图 4 可见, 反映摩擦性与凝聚性权重的比例因子参数 t 对于偏平面上不同应力罗德角下材料的强度特性影响显著. 当 $t=0$ 时, 此时, 由于有效滑移角为零, 因而材料破坏只受到偏差应力强度控制, 因而退化为广义 Mises 强度准则, 反映的是金属材料的宏观破坏性质. 当 $t=1$ 时, 则 t 准则退化为 SMP 准则, 反映的是纯摩擦性的材料破坏特性, 而当 $0 < t < 1$ 时, 则反映的是具有部分摩擦部分凝聚性材料的破坏特性. 而当 $t > 1$ 时, 则反映的是受应

力罗德角影响更为显著的材料破坏特性,如图中 $t=2$ 时的破坏曲线,反映了偏平面上破坏曲线逐渐趋向于等三角形曲线的特点.

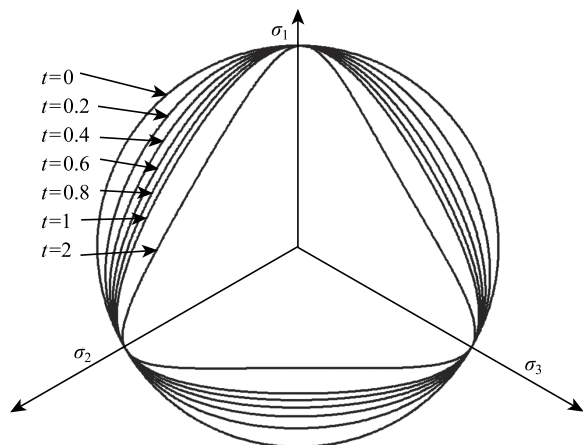


图4 参数 t 对于偏平面上破坏曲线性状的影响

Fig.4 Influence of parameter t on failure curve behavior on deviated plane

图5中所示分别为不同 t 值下的破坏面形态,为了便于观察,取 M_f 不同值时,即对 M_f 由小到大分别为0.7, 1.0, 1.4, 1.8, 2.4下的破坏面分别对应着图5中由内到外的空间破坏面,其所对应的 t 值分别为0, 0.3, 0.6, 0.8, 1.0. 由图可见,当 t 值由小到大变化时,对应的破坏面的形态在偏平面上由圆形逐渐过渡为较为尖锐的曲边三角形形态.

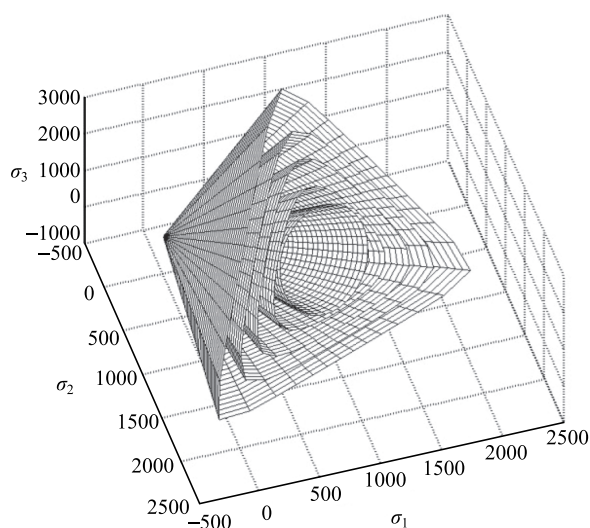


图5 主应力空间中参数 t 及 M_f 不同值下的三维空间破坏面

Fig.5 failure surfaces in 3d space under different values of parameters t and M_f in the principal stress space

2.1 参数 t 的确定

由图4可见,显然对于任意 t 值下,在三轴压

缩所对应的偏应力强度值恒定,但对于其他应力罗德角下的广义偏应力强度值,却均不同,因而,显然可将 t 值与描述偏平面上曲线形状特性相联系. 观察图4可知,由于对应三轴伸长的偏应力强度值各个不同,因而,可将三轴伸长偏应力强度值与对应的三轴压缩偏应力强度值的比值 $\beta=q_c/q_e$,作为确定 t 值参数的依据. 根据近似,建议可取如下公式作为确定参数 t 的表达式

$$t = 1 - \sqrt{\beta + \frac{3(\beta - 1)}{M}} \quad (67)$$

分析上式,显然当 $\beta=1$ 时,则此时 $t=0$,对应的是广义 Mises 准则,而 $\beta=3/(3+M)$ 时,则此时 $t=1$,对应的是 SMP 准则.

2.2 参数 t 涵义及确定

岩土材料往往具有压剪耦合特性,利用参数 μ 作为度量压剪耦合性质的参数. 可由三轴压缩不排水应力路径下固结不排水抗剪强度来确定. 根据屈服面的解析式(66),可由体变为零条件导出参数 μ 的公式

$$\mu = 1 + \frac{\kappa}{\lambda - \kappa} + \frac{\ln 2}{\ln \frac{q_u}{M p_{c0}}} \quad (68)$$

其中, λ, κ 分别为在 $e-\ln p$ 坐标中整理得到的压缩线斜率与回弹线斜率; e_0 为土体的初始孔隙比. 在不排水条件下加载直至达到临界状态时,应力比等于临界状态应力比 M ,此时的剪应力为不排水抗剪强度 q_u , p_{c0} 为初始固结应力.

2.3 参数涵义及确定

为表示子午面上强度曲线的弯曲程度,采用参数 n 作为强度曲线的幂次.

通过式(65)变形可得到如下的关系式

$$\ln \frac{q_c}{p_r} = n \ln \frac{p + \sigma_0}{p_r} + \ln M_f \quad (69)$$

由上述方程拟合出的直线型曲线,斜率为 n ,而截距值为 $\ln M_f$. 由此,即可确定出参数 n 以及 M_f .

2.4 参数 σ_0 涵义及确定

强度曲线的初始点在原点左侧时,此时 σ_0 为强度曲线与静水压力轴的左交点值,该参数的物理意义表示材料在三向拉伸条件下的强度值,往往通过材料的单轴拉伸强度,结合经验公式来确定给出.

2.5 参数 p_r 涵义及确定

参数 p_r 反映在一定静水压力下,将剪切强度 q 归一化的特征压力. 另外,也起到将静水压力无量纲

化的作用, 通常在砂土等散粒体条件下, 可取为一个大气压力值。

3 基于 t 强度准则的转换应力法

根据图 4 所示材料参数 t 影响偏平面上强度曲线的形状, 且都通过三轴压缩路径上一点, 则根据变换应力一般化的思路, 可采用图 4 中强度曲线上任意一点的应力状态来表示三轴压缩上的应力状态点。则根据上述思路, 则可知当处于三轴压缩路径下, 达到强度线上的应力状态时, 则根据空间滑移面的物理意义, 对应三轴压缩路径下的空间滑移面上的剪应力与正应力之比与一般应力路径下相等。

$$\tan \varphi_{mo}(p, q_c) = \tan \varphi_{mo}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \quad (70)$$

$$\frac{3\sqrt{2}q_cEB_c}{(3p+2q_c)+2(3p-q_c)EB_c^2} = \frac{\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+EB^2(\sigma_2-\sigma_3)^2+EC^2(\sigma_3-\sigma_1)^2}}{\sigma_1EC/EB+\sigma_2EB/EC+\sigma_3EB \cdot EC} \quad (71)$$

类比 SMP 的形状函数^[22], 由于所提的 t 准则表达式也具有更为一般的摩擦法则涵义, 因此, 其表达式的广义偏应力可表示为

$$q = \frac{3\sqrt{3}p \sin \varphi_{mo}}{2\sqrt{2+\sin^2 \varphi_{mo} \cos \psi}} \quad (72)$$

$$\varphi_{mo} = \tan^{-1}$$

$$\left[\frac{\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+EB^2(\sigma_2-\sigma_3)^2+EC^2(\sigma_3-\sigma_1)^2}}{\sigma_1EC/EB+\sigma_2EB/EC+\sigma_3EB \cdot EC} \right] \quad (73)$$

$$EB = \frac{t(\sigma_1-\sigma_3) + \sqrt{t^2(\sigma_1^2+\sigma_3^2) + (4-2t^2)\sigma_1\sigma_3}}{2\sqrt{\sigma_1\sigma_3}} \quad (74)$$

$$EC = \frac{t(\sigma_2-\sigma_3) + \sqrt{t^2(\sigma_2^2+\sigma_3^2) + (4-2t^2)\sigma_2\sigma_3}}{2\sqrt{\sigma_2\sigma_3}} \quad (75)$$

$$\psi = \frac{1}{3} \cos^{-1} \left[- \left(\frac{3}{2+\sin^2 \varphi_{mo}} \right)^{3/2} \sin \varphi_{mo} \cos 3\theta \right] \quad (76)$$

其中, θ 为应力罗德角, 可表示为

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}(\sigma_2-\sigma_3)}{2\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3} \quad (77)$$

对应 t 准则的偏平面上的形状函数可表示为

$$g(\theta) = \frac{\sqrt{3} \left(\sqrt{8+\sin^2 \varphi_{mo}} - \sin \varphi_{mo} \right)}{4\sqrt{2+\sin^2 \varphi_{mo} \cos \psi}} \quad (78)$$

由于已知有基于 t 准则的形状函数, 因此, 可得到在对应任意一个球应力 p 下的三轴压缩路径下的广义偏应力 q_c , 因此, 可得到

$$q_c = \frac{q}{g(\theta)} = \frac{6p \sin \varphi_{mo}}{\sqrt{8+\sin^2 \varphi_{mo}} - \sin \varphi_{mo}} \quad (79)$$

由于变换应力基于每个增量步进行变换, 对于每个应力, 将其用偏应力分量 s_i 来表示, 由于在偏平面上偏应力为主要考察因素, 因此每一应力的偏应力分量将其与三轴压缩路径下的偏应力分量做对比, 可对于每个应力的所有分量相应成比例放大与 q_c 相对应的相同值, 因此可参考姚仰平等^[39] 基于 SMP 准则的变换应力方法, 采用的基于 t 准则的一般化变换应力公式可表示为

$$\tilde{\sigma}_i = \begin{cases} p + \frac{q_c}{q}(\sigma_i - p), & q \neq 0 \\ \sigma_i, & q = 0 \end{cases} \quad (80)$$

$$\frac{\partial \tilde{\sigma}_j}{\partial \sigma_i} = \frac{1}{3} + \frac{s_j}{q} \frac{\partial q_c}{\partial \sigma_i} + \frac{q_c}{q} \left(\delta_{ij} - \frac{1}{3} - \frac{3}{2q^2} s_i s_j \right) \quad (81)$$

式 (81) 中 $\frac{\partial q_c}{\partial \sigma_i}$ 可表示为

$$\frac{\partial q_c}{\partial \sigma_i} = \frac{1}{3} \frac{\partial q_c}{\partial p} + A_5 \frac{\partial q_c}{\partial \sin \varphi_{mo}} \left(1 + \tan^2 \varphi_{mo} \right)^{-\frac{3}{2}} \quad (82)$$

$$A_5 = B_i + \frac{\partial \tan \varphi_{mo}}{\partial EB} \frac{\partial EB}{\partial \sigma_i} + \frac{\partial \tan \varphi_{mo}}{\partial EC} \frac{\partial EC}{\partial \sigma_i} \quad (83)$$

$$\frac{\partial q_c}{\partial \sin \varphi_{mo}} = \frac{24p}{(4+\sin^2 \varphi_{mo}) \sqrt{8+\sin^2 \varphi_{mo}} - \sin \varphi_{mo} (8+\sin^2 \varphi_{mo})} \quad (84)$$

令

$$\sigma_A = (\sigma_1 EC^2 + \sigma_2 EB^2 + \sigma_3 EB^2 EC^2) \quad (85)$$

$$\sigma_B = t + \frac{t^2 \sigma_i + (2-t^2) \sigma_j}{\sqrt{t^2(\sigma_i^2 + \sigma_j^2) + (4-2t^2)\sigma_i \sigma_j}} \quad (86)$$

$$\sigma_C = \sqrt{\frac{\sigma_j}{\sigma_i}} \left[t(\sigma_i - \sigma_j) + \sqrt{t^2(\sigma_i^2 + \sigma_j^2) + (4-2t^2)\sigma_i \sigma_j} \right] \quad (87)$$

$$R = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + EB^2(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + EC^2(\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (88)$$

$$\frac{\partial \tan \varphi_{mo}}{\partial EB} = \frac{1}{\sigma_A^2} \left\{ \left[R \cdot EC + \frac{EB^2 \cdot EC(\sigma_2 - \sigma_3)^2}{R} \right] \sigma_A - \right.$$

$$2R \cdot EB^2 \cdot EC(\sigma_2 + \sigma_3 EC^2) \} \quad (89)$$

$$\frac{\partial \tan \varphi_{mo}}{\partial EC} = \frac{1}{\sigma_A^2} \left\{ \left[R \cdot EB + \frac{EB \cdot EC^2 (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{R} \right] \sigma_A - \right. \\ \left. 2R \cdot EB \cdot EC^2 (\sigma_1 + \sigma_3 EB^2) \right\} \quad (90)$$

$$\frac{\partial EB}{\partial \sigma_i} = \begin{cases} \frac{2 \sqrt{\sigma_i \sigma_j} \sigma_B - \sigma_c}{4 \sigma_i \sigma_j}, & i \neq 2, j \neq 2 \\ 0, & i = 2 \end{cases} \quad (91)$$

$$\frac{\partial EC}{\partial \sigma_i} = \begin{cases} 0, & i = 1 \\ \frac{2 \sqrt{\sigma_i \sigma_j} \sigma_B - \sigma_c}{4 \sigma_i \sigma_j}, & i \neq 1, j \neq 1 \end{cases} \quad (92)$$

4 强度及屈服准则预测及变换应力法验证

利用一些岩土材料的强度测试数据以及真三轴试验数据对所提的强度准则以及变换应力法进行验证. 图 6 所示离散点为 Nakai 等^[2]关于 Toyoura 砂土在真三轴条件下的测试结果, 有效球应力为 196 kPa, 保持恒定. 通过三轴压缩直到三轴伸长的各个测试点, 如图 6 所示, 所提的 t 准则其预测曲线较好地符合了砂土的真三轴测试结果. 表 1 所示为几种岩土材料的参数.

表1 岩土材料参数

Table 1 Geomaterial parameters

Materials	A criterion					
	t	σ_0/MPa	p_t/MPa	μ	n	M_t
Toyoura sand	0.51	0.05	0.012	1.00	0.9	1.9
trachyte	0.21	91	98	1.00	0.28	2.28
Sand1	1.05	0.0	0.035	1.00	1.0	1.45
Sand1	1.0	0.0	0.035	1.00	1.0	1.64
Sand3	1.1	0.0	0.035	1.00	1.0	1.7
Fujinomori clay	0.8	0.00	0.1	1	1	1.38

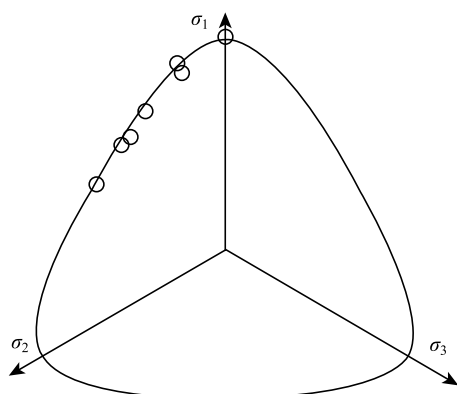


图 6 利用 t 准则对 Toyoura 砂土在偏平面上破坏数据的预测对比

Fig. 6 Prediction comparison of failure data of Toyoura sandy soil on slant plane using t criterion

4.1 强度准则验证及预测对比

图 7 中离散点为 Mogi 等^[42]关于粗面岩在真三轴偏平面上的测试结果. 球应力保持为 167 MPa 不变, 基于已有的不同中主应力对强度的贡献, 从三轴伸长到三轴压缩路径, 随着中主应力的增大, 广义偏应力强度也随着增大, 在三轴压缩条件下达到最大的偏应力强度值. 基于 t 准则所给出的预测曲线较好地符合了试验结果.

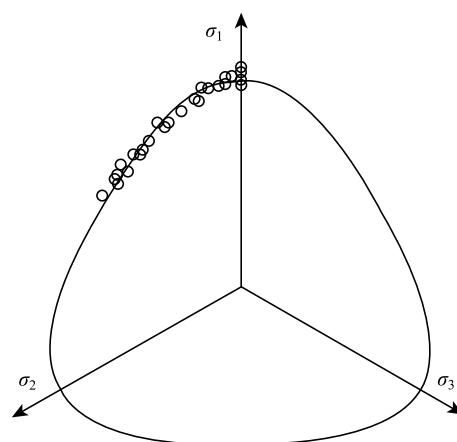


图 7 利用 t 准则对粗面岩在偏平面上破坏数据的预测对比

Fig. 7 Prediction comparison of failure data of trachyte in deviated plane by t criterion

图 8 中离散点为 Sutherland 等^[43]关于两种砂土的真三轴强度测试结果数据. 随着中主应力系数 b 的增大, 砂土内摩擦角表现出先增大后减小的现象. 且出现两种特点: (1) 三轴压缩即 $b=0$ 所对应的内摩擦角与三轴伸长 $b=1$ 所对应的角度几乎相等; (2) 关于 $b=0.5$ 内摩擦角的曲线显然呈现出非对称性, 在 b 从 0~0.4 阶段内, 曲线单调增大, 在 b 从 0.4~1 阶段内, 曲线单调减小. 由于随着中主应力的变化, 此时, 当 $b=0.3$ 左右时, 此时接近平面应变状态, 由于中主应变变形较小, 因而会得到较高的内摩擦角强度值. 由图 8 可见, 所提的 t 准则所预测的两条曲线较好地符合了上述两条特点, 且与试验数据符合较好.

图 9 中离散点为 Ramamurthy 等^[44]关于砂土的真三轴强度测试结果数据. 由图 9 可见, 砂土内摩擦角随中主应力系数 b 的变化规律仍然是先增大后减小的规律, 且由所提的 t 准则曲线能较好地符合测试结果.

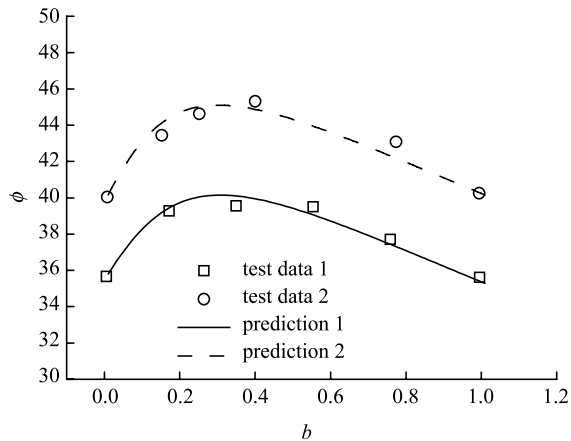


图 8 利用 t 准则对砂土 1 和 2 随不同中主应力系数的内摩擦角数据的预测对比

Fig. 8 Predicted and compared the internal friction Angle data of sand 1 and 2 with different principal stress coefficients by t criterion

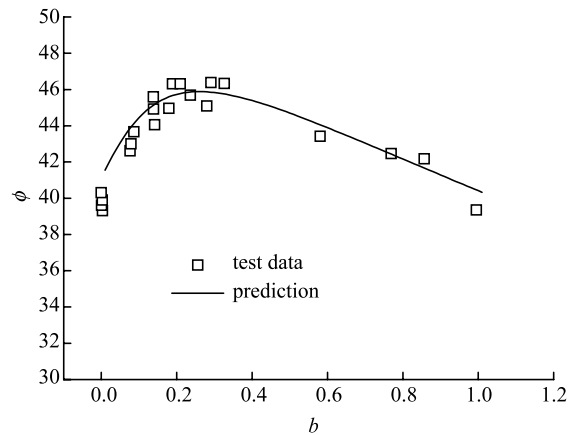


图 9 利用 t 准则对砂土 3 随不同中主应力系数的内摩擦角数据的预测对比

Fig. 9 Prediction comparison of internal friction Angle data of sandy soil 3 with different principal stress coefficients by t criterion

4.2 基于 t 准则变换应力法验证及预测对比

利用所提的基于 t 准则变换应力法对 DUH 模型^[45-46]进行应力的一般化处理,修正后的 DUH 模型为三维应力本构模型,为了对应力变换法进行测试验证,取一组关于黏土的真三轴测试结果进行预测对比.图 10~图 14 中离散点为 Chowdhury 等^[47]关于藤森黏土的真三轴应力应变关系测试结果.测试中,保持有效球应力 $p=196$ kPa 为恒定值,应力路径沿着偏平面上等倾线分别沿着应力罗德角 $\theta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 五条直线路径加载.

图 10 为三轴压缩即 $b=0$ 条件下的预测与试验对比结果.由于中主应力与小主应力相等,因而只绘制了小主应变曲线与大主应变曲线随应力比的结果,

图 10 中点划线为体应变随大主应变的预测对比结果.由图可见,利用所提的 t 准则变换应力法修正后的 DUH 模型可较好地预测三轴压缩的测试结果.

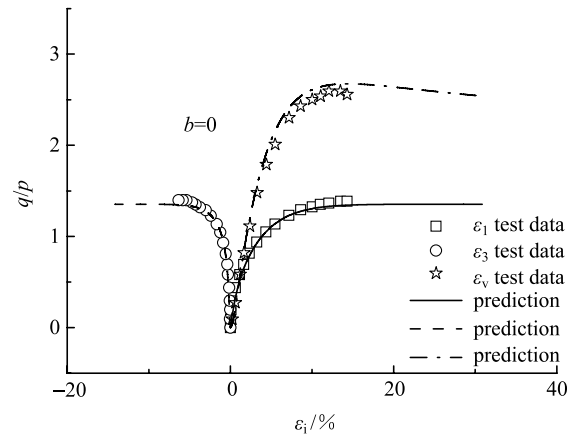


图 10 基于 t 准则变换应力法修正的 DUH 模型对 Fujinomori 黏土在三轴压缩下的预测对比

Fig. 10 Prediction comparison of Fujinomori clay under triaxial compression by DUH model modified by t criterion transformation stress method

图 11 中为对应三轴伸长即 $b=1$ 的测试与预测对比.由图可见,对于大小主应变随应力比的预测结果,应力比强度值预测稍偏小于测试结果,而体应变与大主应变的关系曲线对比,体应变预测值要稍大于实测值.

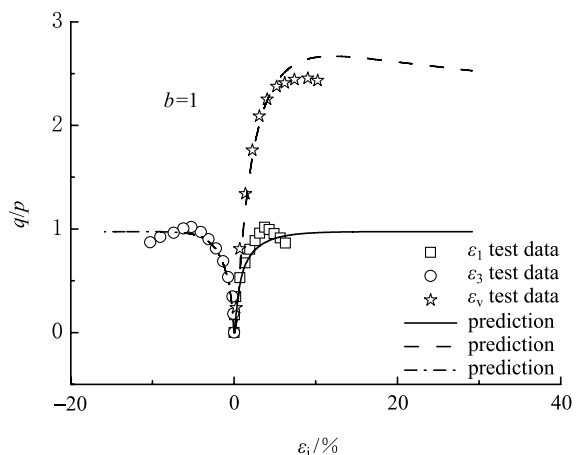


图 11 基于 t 准则变换应力法修正的 DUH 模型对 Fujinomori 黏土在三轴伸长下的预测对比

Fig. 11 prediction comparison of Fujinomori clay under triaxial elongation by DUH model modified by t criterion transformation stress method

对于真三轴路径下 $b=0.268$ 条件下的预测对比结果,由图 12 可见,由于此时的真三维应力状态接近于平面应变应力状态,因而此时中主应变接近于

零, 图 12 中实测值中主应变为负值. 基于 t 准则的应力变换法修正的 DUH 模型可较好地预测 $b=0.268$ 下的应力应变关系曲线.

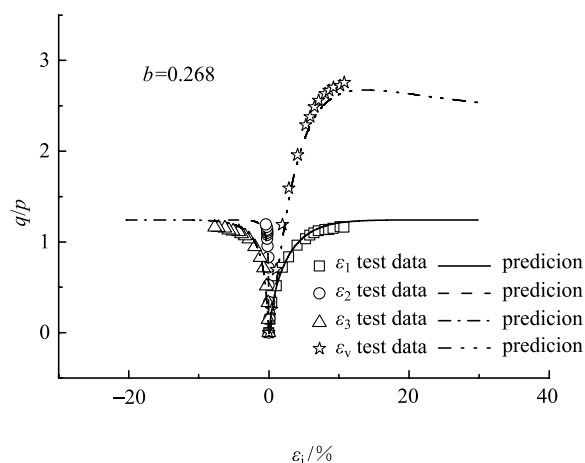


图 12 基于 t 准则变换应力法修正的 DUH 模型对 Fujinomori 黏土在 $b=0.268$ 下的预测对比

Fig. 12 Prediction comparison of Fujinomori clay by DUH model modified by t criterion transformation stress method at $b=0.268$

图 13 中为 $b=0.5$ 条件下的预测对比结果. 由图可见, 随着 b 值增大, 中主应力的增大, 中主应变转为正值, 表现为压缩应变, 利用所提的应力一般化方法修正的模型可较好地预测这一现象, 预测值稍大于实测值.

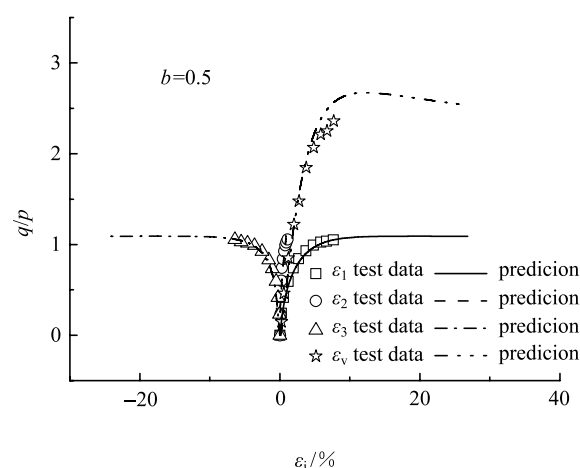


图 13 基于 t 准则变换应力法修正的 DUH 模型对 Fujinomori 黏土在 $b=0.5$ 下的预测对比

Fig. 13 comparison of prediction of Fujinomori clay by DUH model modified by t criterion transformation stress method at $b=0.5$

图 14 中为 $b=0.732$ 条件下的预测对比结果. 由图可见, 中主应变越来越接近大主应变的应力应变曲线, 预测曲线也较好地预测了这一规律. 对于大中

小主应变随应力比的关系曲线, 预测值与实测值吻合较好, 而体变值与大主应变的关系曲线, 预测值要稍低于实测值.

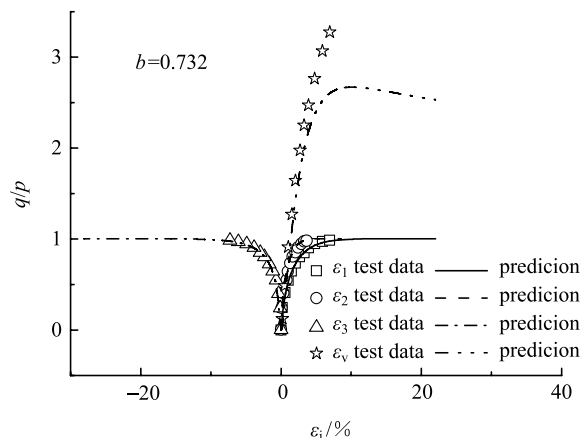


图 14 基于 t 准则变换应力法修正的 DUH 模型对 Fujinomori 黏土在 $b=0.732$ 下的预测对比

Fig. 14 Prediction comparison of Fujinomori clay by DUH model modified by t criterion transformation stress method at $b=0.732$

5 结论

(1) 基于平面应力强度为曲线型的假设, 利用该曲线与摩尔圆外切点的共点直线斜率反正切值作为二维有效滑移角, 对于三维单元体, 可得到三维有效滑移面, 并基于三维滑移面切应力与正应力之比达到某一定值即材料破坏的思想, 推导得到了该三维有效滑移面的 t 强度准则关系式.

(2) 在子午面上, 利用幂函数曲线型作为强度准则表达式, 而岩土材料具有压剪耦合特性, 基于体积压缩所导致的屈服特性, 提出了一并考虑剪切破坏屈服与压缩体积屈服相耦合的破坏准则关系式.

(3) 基于上述所提的 t 强度准则, 利用有效滑移面的思想, 提出了基于 t 强度准则的变换应力公式. 基于 t 准则的变换应力法修正的二维模型, 可以方便地用于描述真三维应力状态下的应力应变关系.

采用所提的 t 准则以及基于 t 准则的变换应力法, 对于砂土、岩石以及黏土的强度以及应力应变关系进行预测, 对比结果表明, 所提的 t 准则及变换应力法可简单准确地应用到岩土材料的模拟中, 具有很强的适用性以及实用性.

参 考 文 献

- 1 Nakai T, Hinokio M. A simple elastoplastic model for sand considering the stress path dependency in three-dimensional stresses. *Soils*

- and Foundations, 2004, 44(2): 53-70
- 2 Nakai T, Matsuoka H. Shear behaviors of sand and clay under three-dimensional stress condition. *Soils and Foundations*, 1983, 23(2): 26-42
- 3 Matsuoka H, Nakai T. Relationship among Tresca, Mises, Mohr Coulomb and Matsuoka-Naka failure criteria. *Soil sand Foundations*, 1985, 25(4): 123-128
- 4 Matsuoka H. On the significance of the spatial mobilized plane. *Soil and Foundations*, 1976, 16(1): 91-100
- 5 沈珠江. 黏土的双硬化模型. 岩土力学, 1995, 16(1): 1-8 (Shen Zhujiang. A double hardening model for clays. *Rock and Soil Mechanics*, 1995, 16(1): 1-8(in Chinese))
- 6 Abelev A, Lade P V. Characterization of failure in cross-anisotropic soils. *J. Eng. Mech*, 2004, ASCE 130 (5): 599-606
- 7 Kirkgaard MM, Lade, PV. Anisotropic three-dimensional behavior of a normally consolidated Clay. *Can. Geotech. J*, 1993: 30 (4), 848-858
- 8 Matsuoka AH, Jun-Ichi H, Kiyoshi H. Deformation and failure of anisotropic and deposits. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 1984, 32(11): 31-36
- 9 Matsuoka AH, Nakai T. Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principle stresses//Proceedings of JSCE, 1974, 232: 59-70
- 10 Matsuoka AH, Yao YP, Sun DA. The cam-clay models revised by the SMP criterion. *Soils and Foundations*, 1999, 39(1): 81-95
- 11 俞茂宏, 何丽南, 宋凌宇. 广义双剪应力强度理论及其推广. 中国科学 A 辑, 1985, 28(12): 1113-1121 (Yu Maohong, He Linan, Song Lingyu. Twin shear stress theory and its generalization. *Science in China, Series A*, 1985, 28(11): 1174-1183 (in Chinese))
- 12 俞茂宏. 岩土类材料的统一强度理论及其应用. 岩土工程学报, 1994, 16(2): 1-10 (Yu Maohong. Unified strength theory for geomaterials and its applications. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1994, 16(2): 1-10 (in Chinese))
- 13 俞茂宏. 线性和非线性的统一强度理论. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(4): 662-669 (Yu Maohong. Linear and nonlinear unified strength theory. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(4): 662-669 (in Chinese))
- 14 Lade PV, Musante HM. Three-dimensional behavior of remolded clay. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering Division, ASCE*, 1978, 104(2): 193-209
- 15 Lade PV, Duncan JM. Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering Division, ASCE*, 1975, 101(10): 1037-1053
- 16 王怀亮, 宋玉普. 多轴应力状态下混凝土的动态强度准则. 哈尔滨工业大学学报, 2014, 46(4): 93-97 (Wang Huailiang, Song Yupu. A dynamic strength criterion of concrete under multiaxial stress state. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2014, 46(4): 93-97 (in Chinese))
- 17 Hoek E, Brown ET. Practical estimates of rock mass strength. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1997, 34(8): 1165-1186
- 18 姜华. 一种简便的岩石三维 Hoek-Brown 强度准则. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(s1): 2996-3004 (Jiang Hua. A simple convenient three-dimensional Hoek-Brown criterion for rocks. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2015, 34(s1): 2996-3004 (in Chinese))
- 19 高江平, 姜华, 蒋宇飞等. 三剪应力统一强度理论研究. 力学学报, 2017, 49 (6): 1322-1334 (Gao Jiangping, Jiang Hua, Jiang Yufei, et al. Study of three-shear stress unified strength theory. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49 (6): 1322-1334 (in Chinese))
- 20 Randolph H. Generalising the Cam-clay models// Proceedings of Symposium on the Implementation of Critical State Soil Mechanics in FE Computations. Cambridge: Cambridge University Press, 1982:1-5
- 21 Zienkiewicz OC, Pande GN. Some useful forms of isotropic yield-surface for soil and rock mechanics//Pande GW. Finite Elements in Geomechanics. London: Wiley, 1977: 179-190
- 22 郑颖人, 孔亮. 塑性力学中的分量理论——广义塑性力学. 岩土工程学报, 2000, 22(3): 269-274 (Zheng Yingren, Kong Liang. Componental plastic mechanics——generalized plastic mechanics. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2000, 22(3): 269-274(in Chinese))
- 23 Mortara. A new yield and failure criterion for geomaterials. *Geotechnique*, 2008, 58(2): 125-132
- 24 Yao YP, Kong YX. Extended UH model: Three-dimensional unified hardening model for anisotropic clays. *Journal of Engineering Mechanics*, 2011, 138(7): 853-866
- 25 Yao YP, Zhou AN. Non-isothermal unified hardening model: a thermo-elasto-plastic model for clays. *Geotechnique*, 2013, 63(5): 1328-1345
- 26 Yao YP, Wang ND. Transformed stress method for generalizing soil constitutive models. *Journal of Engineering Mechanics*, 2014, 140(3): 614-629
- 27 刘洋. 砂土的各向异性强度准则: 原生各向异性. 岩土工程学报, 2013, 35(8): 1526-1534 (Liu Yang. Anisotropic strength criteria of sand: inherent anisotropy. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, 35(8): 1526-1534(in Chinese))
- 28 曹威, 王睿, 张建民. 横观各向同性砂土的强度准则. 岩土工程学报, 2016, 38(11): 2026-2032 (Cao Wei, Wang Rui, Zhang Jianmin. New strength criterion for sand with cross-anisotropy. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2016, 38(11): 2026-2032(in Chinese))
- 29 路德春, 梁靖宇, 王国盛等. 横观各向同性土的三维强度准则. 岩土工程学报, 2018, 40(1): 54-63 (Lu Dechun, Liang Jingyu, Wang Guosheng, et al. Three-dimensional strength criterion for transverse isotropic geomaterials. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2018, 40(1): 54-63(in Chinese))
- 30 王靖涛, 李国成. 岩土材料屈服轨迹的弯曲及相关问题. 华中科技大学学报 (自然科学版), 2015, 43(10): 92-95 (Wang Jingtao, Li Guocheng. Yielding loci curving and related problems of geotechnical materials. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Nature Science Edition)*, 2015, 43(10): 92-95(in Chinese))
- 31 Lu DC, Liang JY, Du XL, et al. A novel transversely isotropic strength criterion for soils based on a mobilised plane approach. *Geotechnique*, 2019, 969(3): 234-250
- 32 Chang CS, Bennett K. Micromechanical modeling for the deformation of sand with noncoaxiality between the stress and material axes.

- Journal of Engineering Mechanics*, 2017, 143(1): 1-15
- 33 Yao YP, Tian Y, Gao ZW. Anisotropic UH model for soils based on a simple transformed stress method. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2017, 41(1): 54-78
- 34 Oboudi M, Pietruszczak S, Razaqpur AG. Description of inherent and induced anisotropy in granular media with particles of high sphericity. *International Journal of Geomechanics*, 2016, 16: 04016006
- 35 单仁亮, 白瑶, 黄鹏程等. 三向受力条件下淡水冰破坏准则研究. 力学学报, 2017, 49 (2): 467-477 (Shan Renliang, Bai Yao, Huang Pengcheng, Song Yongwei, Guo Xiang. Experimental research on failure criteria of freshwater ice under triaxial compressive stress. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49 (2): 467-477 (in Chinese))
- 36 路德春, 李萌, 王国盛等. 静动组合载荷下混凝土率效应机理及强度准则. 力学学报, 2017, 49 (4): 940-952(Lu Dechun, Li Meng, Wang Guosheng, et al. Study on strain rate effect and strength criterion of concrete under static-dynamic coupled loading. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49 (4): 940-952 (in Chinese))
- 37 万征, 秋仁东, 郭金雪. 岩土的一种强度准则及其变换应力法. 力学学报, 2017, 49(3): 726-740 (Wan Zheng, Guo Jinxue, Guo Jinxue. A kind of strength and yield criterion for geomaterials and its transformation stress method. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(3): 726-740 (in Chinese))
- 38 万征, 宋琛琛, 赵晓光. 一种横观各向同性强度准则及变换应力空间. 力学学报, 2018, 50(5): 1168-1184(Wan Zheng, Song Chenchen, Zhao Xiaoguang. One kind of transverse isotropic strength criterion and the transformation stress space. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50 (5): 1168-1184 (in Chinese))
- 39 姚仰平, 路德春, 周安楠等. 广义非线性强度理论及其变换应力空间. 中国科学: E 辑, 2004, 34(11): 1283-1299(Yao Yangping, Lu Dechun, Zhou Annan, et al. Generalized non-linear strength theory and transformed stress space. *Science in China: Ser. E*, 2004, 34(11): 1283-1299(in Chinese))
- 40 路德春, 江强, 姚仰平. 广义非线性强度理论在岩石材料中的应用. 力学学报, 2005, 37(6): 729-736(Lu Dechun, Jiang Qiang, Yao Yangping. Applications of generalized non-linear strength theory to rock materials. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2005, 37(6): 729-736(in Chinese))
- 41 罗汀, 姚仰平, Chu Jian. 饱和砂土的渐近状态特性及其模拟. 中国科学: E 辑, 2009, 39(1): 39-47(Luo Ting, Yao Yangping, Chu Jian. Asymptotic state behaviour and its modeling for saturated sand. *Science in China: Ser. E*, 2009, 52(8): 39-47(in Chinese))
- 42 Mogi K. Effect of the intermediate principal stress on rock failure. *J. Geophys. Res*, 1967, 72(20): 117-5131
- 43 Sutherland HB, Mesdary MS. The influence of the intermediate principal stress on the strength of sand//Proceedings of the International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1969: 391-399
- 44 Ramamurthy T, Rawat RC. Shear strength of sand under general stress system//Proc. 8th ICSMFE, 1973, 1-2: 339-342
- 45 Wan Z. A cyclic UH model for sand. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2015, 14(2): 229-238
- 46 Wan Z, Song C. An elastoplastic model of sand under complex loading conditions. *Strength of Materials*, 2018, 50(4): 772-780
- 47 Chowdhury EQ, Nakai T. Consequence of the t_{ij} concept and a new modelling approach. *Computers and Geotechnics*, 1998: 23(4): 131-164