固体力学

一种考虑非比例附加损伤的多轴低周疲劳模型

崔向阳2) 洪克城

(湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室,长沙410082)

摘要在实际工作环境中,机械结构往往承受着多轴非比例循环载荷.相比多轴比例循环加载,多轴非比例循 环加载由于产生了附加强化现象,造成机械结构疲劳寿命下降.通过分析薄壁圆筒管件在非比例加载工况下 应力应变变化规律和发生破坏位置,本文基于临界面法提出一种考虑多轴非比例附加损伤的疲劳模型.该模 型将最大剪切应变幅平面作为临界面,提出一个新的附加强化因子,结合临界面上切应变幅和正应变幅组成 新的多轴疲劳损伤参量.此参量不仅考虑了非比例加载下临界面上正应变幅和切应变幅对材料造成的疲劳损 伤,还考虑到应变路径的变化和材料非比例加载敏感特性对材料疲劳寿命的影响.考虑到实际情况下模型所 需材料附加强化系数有时难以获得的情况,给出了材料附加强化系数的有关近似计算公式.只需要材料基本 力学参数便可得到材料附加强化系数,方便工程实际应用.采用 8 种材料的多轴疲劳寿命数据对提出的新模 型进行检验,结果表明所提出的新模型与传统多轴疲劳模型相比预测寿命精度更高.

关键词 多轴低周疲劳,临界面法,附加损伤,寿命预测

中图分类号: TG111.8 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-18-347

A MULTIAXIAL LOW-CYCLE FATIGUE MODEL CONSIDERING NON-PROPORTIONAL ADDITIONAL DAMAGE¹⁾

Cui Xiangyang²⁾ Hong Kecheng

(State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract In the actual working environment, the mechanical structure is often subjected to multi-axial non-proportional cyclic load. Compared with the multiaxial proportional cyclic load, the multiaxial non-proportional cyclic load has an additional strengthening phenomenon, resulting in a decrease in the fatigue life of the mechanical structure. With the analysis of the stress and strain variation and the failure location of thin-walled cylindrical specimen under non-proportional loading conditions, a new low cycle multiaxial fatigue life prediction model considering multiaxial non-proportional additional damage is proposed based on the critical plane approach. The new low cycle multiaxial fatigue life prediction model takes the maximum shear strain plane as the critical plane, and proposes a new additional strengthening factor, which combines the shear strain amplitude and the normal strain amplitude on the critical surface to form a new low cycle multiaxial fatigue damage parameter. This new low cycle multiaxial fatigue damage parameter not only considers the fatigue damage caused by the positive strain amplitude and the shear strain amplitude on the critical surface under non-proportional loading, but also considers the influence of the strain path change and the non-proportional loading sen-

²⁰¹⁸⁻¹⁰⁻¹⁹ 收稿, 2019-01-17 录用, 2019-01-17 网络版发表.

¹⁾ 国家自然科学基金创新研究群体项目 (51621004), 国家重点研发计划项目 (2017YFB1002704), 国家自然科学基金项目 (11472101) 资助. 2) 崔向阳, 教授, 主要研究方向: 计算力学、结构可靠性设计等. E-mail: cui435@163.com

引用格式: 崔向阳, 洪克城. 一种考虑非比例附加损伤的多轴低周疲劳模型. 力学学报, 2019, 51(3): 863-872

Cui Xiangyang, Hong Kecheng. A multiaxial low-cycle fatigue model considering non-proportional additional damage. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(3): 863-872

sitivity of the material on the fatigue life of the material. Considering the fact that the additional strengthening coefficient of the material required by the model is sometimes difficult to obtain, the approximate calculation formulas of the additional strengthing coefficient of the material is given. Only the basic mechanical parameters of the material can be used to obtain additional strengthening coefficient of the material, which is convenient for practical application of the project. The fatigue life data of eight materials were used to test the new low cycle multiaxial fatigue life prediction model. The results show that the new low cycle multiaxial fatigue life prediction model has higher life prediction accuracy than the traditional multiaxial fatigue life prediction model.

Key words multiaxial low cycle fatigue, critical plane approach, additional cyclic hardening, life prediction

引 言

大多数机械结构在实际工作中承受着循环载荷, 因此研究机械结构在循环载荷下失效机理有十分重 要的实际意义. 这其中单轴循环载荷下结构的疲劳 寿命预测理论已经十分成熟,广泛应用于各种实际 工程设计中. 但是由于结构的几何形状的复杂性以 及所承受的载荷往往为非比例循环加载,结构实际 失效类型通常为多轴疲劳失效,采用单轴疲劳寿命 预测理论进行预测结果往往相差很大.因此研究机 械构件在多轴载荷下的失效情况具有重要的工程应 用价值[1-3]. 当构件在承受多轴非比例载荷时, 由于 非比例附加强化效应的影响,相同等效应变下,承 受多轴疲劳载荷作用的构件寿命通常比承受单轴载 荷的构件寿命低. 这是因为结构在承受多轴非比例 载荷时,应变和应力主轴不断旋转,引起多滑移系 的开动,使得材料产生附加阻力抵抗变形.在宏观上 表现出来材料有明显的附加强化现象. 已有研究表 明这种附加强化与载荷间的相位差和材料本身对非 比例路径的敏感程度有关^[4].

到目前为止,有关多轴疲劳寿命预测的各类方法研究可大致分为三类,分别是等效应变法,能量法,临界面法.相比前两种方法的不足,临界面法物理意义明确且预测精度高,受到了国内外学者的广泛关注.基于临界面法,众多学者提出了各自的多轴疲劳寿命模型.Brown等^[5]最早提出了基于临界面概念的多轴低周疲劳模型,以最大切应变面作为临界面,将临界面上正应变和切应变作为多轴疲劳参量.Kandil等^[6]利用最大剪切应变幅和最大剪切应变幅平面上的法向正应变进行线性组合提出了KBM 模型.Fatemi等^[7]在研究 KBM 模型时发现仅靠应变不能体现材料因非比例附加强化现象导致的寿命下降,通过引入临界面上正应力来反映材料附加强化现象,提出了FS 模型.Pitatzis 等^[8]基于能

量临界面法提出一种能适应多轴加载的疲劳寿命预 测模型. Li 等^[9]考虑到材料在非比例路径下附加强 化效应,基于 KBM 模型提出了 MKBM 模型. 赵而 年等^[10] 在研究了材料在非比例加载下路径因子和 材料附加强化参数的关系后,发现 FS 模型不能很 好预测某些附加强化参数为零的材料疲劳寿命,提 出了基于 FS 模型的修正 FS 模型. 周昊等^[11] 针对 焊接结构的多轴疲劳失效机理,提出了一种基于临 界面法的多轴疲劳准则. 上述研究证明了临界面法 能较好地预测多轴疲劳寿命. 但是,由于材料的使 用环境不同和所承受载荷的复杂性,并没有一种多 轴疲劳临界面模型能够适用于各种金属材料. 想要 建立统一的多轴疲劳寿命预测模型,还需深入研究 多轴疲劳机理才能建立起通用的多轴疲劳寿命预测 模型^[12-13].

本文综合考虑路径非比例和材料附加强化现象 对材料疲劳寿命的影响,通过给出材料附加强化系 数的近似计算公式,提出了一个新的非比例附加强 化因子,并将该附加强化因子与临界面上切应变幅 和正应变幅进行组合,构造出新的多轴疲劳损伤参 量,结合 Manson-Coffin 公式建立新的多轴疲劳寿命 预测公式.对 8 种材料进行疲劳寿命预测并和 FS 模 型进行对比分析,结果表明本文所提出的新模型预 测精度更高.

1 拉扭载荷下薄壁管应变分析

如图 1,作为简单的几何构件,薄壁管可以通过 拉、扭、内压、外压等载荷来获得需要的应变状态. 并且在进入塑性范围后能对薄壁管进行准确的应变 分析,能够满足多轴疲劳试验分析的要求.

当薄壁管试件承受拉扭应变载荷时,试件薄壁 处应力状态可以视为平面应力状态,如图2所示,任 意时刻 *t* 下应变状态可以表示为

864

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}(t) & \frac{1}{2}\gamma_{xy}(t) & 0\\ \frac{1}{2}\gamma_{xy}(t) & v_{\text{eff}}\varepsilon_{xx}(t) & 0\\ 0 & 0 & v_{\text{eff}}\varepsilon_{xx}(t) \end{bmatrix}$$
(1)

式中, $\varepsilon_{xx}(t)$ 为轴向应变, $\gamma_{xy}(t)$ 为切向应变, ν_{eff} 为 等效泊松比

$$\nu_{\rm eff} = \frac{\nu_{\rm e} \Delta \varepsilon_{\rm e} + \nu_{\rm p} \Delta \varepsilon_{\rm p}}{\Delta \varepsilon_{\rm e} + \Delta \varepsilon_{\rm p}} \tag{2}$$

式中, v_{e} 为弹性泊松比, v_{p} 为塑性泊松比 $\Delta \varepsilon_{e}$ 为弹性应变范围, $\Delta \varepsilon_{p}$ 为塑性应变范围.



图 1 试样示意图

Fig. 1 Schematic diagram of specimen





Fig. 2 Stress-strain state of the test piece under tension and twist

与薄壁管件轴向方向成 α 角度的法向应变 $\varepsilon_{\alpha}(t)$ 与切向应变 $\gamma_{\alpha}(t)$ 分别为

$$\varepsilon_{\alpha}(t) = \frac{1 - \nu_{\text{eff}}}{2} \varepsilon_{xx}(t) + \frac{1 + \nu_{\text{eff}}}{2} \varepsilon_{xx}(t) \cos 2\alpha + \frac{1}{2} \gamma_{xy}(t) \sin 2\alpha$$
(3)

 $\gamma_{\alpha}(t) = -(1 + v_{\text{eff}})\varepsilon_{xx}(t)\sin 2\alpha + \gamma_{xy}(t)\cos 2\alpha \quad (4)$

1.1 正弦波加载下临界面确定方法

正弦波加载下,轴向应变与切向应变表示为

$$\varepsilon_{xx}(t) = \varepsilon_a \sin(\omega t) + \varepsilon_m$$
 (5)

$$\gamma_{xy}(t) = \gamma_a \sin(\omega t - \varphi) + \gamma_m$$
 (6)

$$\lambda = \frac{\gamma_a}{c} \tag{7}$$

式中, ε_a 为轴向应变幅, ε_m 为平均轴向应变, γ_a 为切向应变幅, γ_m 为平均切向应变, φ 为相位角, λ 为应变比.

通过数学推导,可得到于轴线角度成任意 α 角 平面上的法向应变幅值 $\Delta \varepsilon_{\alpha}/2$ 和切向应变幅值 $\Delta \gamma_{\alpha}/2$

$$\frac{\Delta \varepsilon_{\alpha}}{2} = \frac{1}{2} \{ [2(1 + v_{\text{eff}}) \cos^2 \theta - 2v_{\text{eff}} + \lambda \sin 2\theta \cos \delta]^2 + [\lambda \sin 2\theta \sin \delta]^2 \}^{1/2}$$

$$\frac{\Delta \gamma_{\alpha}}{2} = \varepsilon_a \{ [\lambda \cos 2\alpha \cos \delta - (1 + v_{\text{eff}}) \sin 2\alpha]^2 + (\lambda \cos 2\alpha \sin \delta)^2 \}^{1/2}$$
(8)

假设最大剪切应变平面与轴向角度为 α_{max},则 满足以下关系式

$$\tan 4\alpha_{\max} = \frac{2\lambda(1+\nu_{\text{eff}})\cos\varphi}{(1+\nu_{\text{eff}})^2 - \lambda^2}$$
(10)

注意到 α 取值范围在 [-90° 90°] 之间,在这个 区间内满足上式的 α_{max} 有 4 个,将这 4 个值代入式 (9)中,找到两个最大切应变幅值,将这两个值代入 式 (8)中,找到最大正应变幅值,这样就确定了拉扭 加载下薄壁管件在最大剪切应变平面上的法向应变 幅 $\Delta \varepsilon_{\alpha,max}/2$ 和切向应变幅 $\Delta \gamma_{\alpha,max}/2$.以上公式也适 用于三角波加载.

1.2 一般加载情况临界面确定方法

对于一般加载情况,采用数值解法来获得任意 平面上应变关系,取其中最大切应变平面作为临界 面.具体步骤如下:

(1) 获得在一般加载路径下应变响应 $\varepsilon(t), \gamma(t)$.

(2) 由式 (3) 和式 (4) 可以得到与试件轴线方向 成 α 角度的法向应变 ε_α(t) 与切向应变 γ_α(t).

(3) 确定与试件轴线成 α 角度下试件平面的最大 与最小应变 $\varepsilon_{\alpha,\max}$, $\varepsilon_{\alpha,\min}$, $\gamma_{\alpha,\max}$, $\gamma_{\alpha,\min}$.

(4) 确定 α 角度下试件平面正应变幅与切应变幅 $\Delta \varepsilon_{\alpha}/2$, $\Delta \gamma_{\alpha}/2$, 并确定最大切应变幅所在平面, 计算 公式如下

$$\frac{\Delta \varepsilon_{\alpha}}{2} = \frac{\varepsilon_{\alpha,\max} - \varepsilon_{\alpha,\min}}{2}$$
(11)

$$\frac{\Delta \gamma_{\alpha}}{2} = \frac{\gamma_{\alpha,\max} - \gamma_{\alpha,\min}}{2}$$
(12)

(5) 取步长为 0.1°, 角度 *a* 从 -90° 增大到 90°, 找 出最大切应变幅所在平面 *a*_{max y}, 若有多个最大切应

865

变幅所在平面,取其中最大正应变幅所在平面 α_{max} ,这样便确定出临界面和该平面上切应变幅 $\Delta \gamma_{\alpha,max}/2$ 和正应变幅 $\Delta \varepsilon_{\alpha,max}/2$.

2 非比例多轴加载下影响寿命因素

许多试验结果已经证实了在相同等效应变下, 非比例加载下材料的疲劳寿命短于比例加载下材料 的疲劳寿命.这是由于在非比例路径加载下,材料不 能形成稳定的位错结构,产生了抵抗材料发生变形 的附加阻力.宏观表现为材料发生非比例附加强化 效应,在相同等效应变下非比例加载的应力相应值 较比例加载的应力相应值要大,导致材料的疲劳寿 命下降.但是赵而年等^[10]注意到某些金属材料在非 比例载荷作用下并没有发生附加强化现象,寿命却 比材料在相同等效应变下的比例载荷寿命低.因此 还需考虑到非比例加载路径对材料疲劳寿命的影响. 合理预测材料的疲劳寿命,需要综合考虑载荷路径 和材料非比例载荷敏感程度对疲劳寿命影响.本文通 过分析材料在非比例加载下相关物理现象,给出了 有关路径非比例度和材料附加强化的度量方法,结 合两者定义了一个新的多轴非比例影响因子.

2.1 路径非比例对疲劳寿命影响

报

国内外许多学者认为非比例路径对材料的疲劳 寿命有直接影响. 通过对比相同等效应变下不同应 变路径多轴疲劳寿命结果可发现疲劳寿命与应变路 径存在一定关联性. Chen 等 ^[14] 给出了应变比为 $\sqrt{3}$ 时不同正弦波加载路径下与轴线成角度 α 的平面上 最大切应变 $\gamma_{\alpha,max}$ 的值.

从图 3 可以发现,比例加载下 γ_{α,max} – α 所围成 的图形面积最小,随着相位差增大,γ_{α,max} – α 面积 也增大,当相位差为 90°时达到最大.通过研究多轴 疲劳寿命数据发现,在相同等效应变加载下,材料 的疲劳寿命随着相位差的增大而下降.

Itoh 等^[15] 认为在不同加载路径下主应变方向变 化和主应变大小的变化同样对多轴低周疲劳寿命有 很大影响. 如图 4 所示, 绘制出应变比为 $\sqrt{3}$ 时不同 正弦波加载路径下与轴线成任意角度 α 平面上主应 变 $\varepsilon_{\alpha,max}$ 的值.



Fig. 3 $\gamma_{\alpha,\text{max}} - \alpha$ graphics under different strain paths



Fig. 4 $\varepsilon_{\alpha,\max} - \theta$ graphics under different strain paths

从图 4 同样可发现,在相同等效应变加载下,随着相位差增大, $\epsilon_{\alpha,max}-\theta$ 所围成图形面积也同样在增大.可以认为 $\epsilon_{\alpha,max}$ 和 $\gamma_{\alpha,max}$ 对材料在不同加载路径下的寿命均有影响,需综合考虑两者的影响.因此,为了反映非比例路径加载对多轴疲劳寿命的影响,定义了一个非比例路径加载影响参数 ϕ

$$\phi = \sqrt{\phi_{\varepsilon}^2 + \phi_{\gamma}^2 + \phi_{\varepsilon}\phi_{\gamma}} \tag{13}$$

式中, ϕ_{e} 和 ϕ_{γ} 分别为非比例加载下切应变和正应变 非比例影响参数,定义为

$$\phi_{\varepsilon} = \frac{A\varepsilon_{\theta} - A\varepsilon_{\min}}{A\varepsilon_{\max}} \tag{14}$$

$$\phi_{\gamma} = \frac{A\gamma_{\theta} - A\gamma_{\min}}{A\gamma_{\max}} \tag{15}$$

式中, $A\varepsilon_{\theta}$ 为极坐标下 $\varepsilon_{\alpha,max} - \theta$ 在一个循环内围成的 面积; $A\varepsilon_{min}$ 为极坐标下比例加载时 $\varepsilon_{\alpha,max} - \theta$ 在一个 循环内围成的面积; $A\varepsilon_{max}$ 为极坐标下 90° 非比例加 载时 $\gamma_{\alpha,max} - \alpha$ 在一个循环内围成的面积; $A\gamma_{\theta}$ 为极 坐标下 $\gamma_{\alpha,max} - \alpha$ 在一个循环内围成的面积; $A\gamma_{min}$ 为 极坐标下比例加载时 $\gamma_{\alpha,max} - \alpha$ 在一个循环内围成的 面积; $A\gamma_{max}$ 为极坐标下 90° 非比例加载时 $\gamma_{\alpha,max} - \alpha$ 在一个循环内围成的面积. 图 5 给出了不同相位差下本文所定义的非比例 路径影响因子 ϕ 随应变比变化的变化关系,由图 3 可以观察到, ϕ 随着应变比 λ 增大先增大后减小,当 $\lambda = \sqrt{3}$ 时 ϕ 达到最大值.相同应变比下, ϕ 随着相位 差增大而增大,且当 $\lambda = \sqrt{3}$ 相位差为 90° 时取得最 大值,即此时 ϕ 对材料多轴疲劳寿命的下降影响最 大,这与实验现象吻合.



2.2 考虑材料附加强化的非比例影响因子

已有的研究表明不同材料对非比例加载路径的

敏感程度也不同,这意味着不同材料的疲劳寿命受 到非比例加载路径的影响程度也是不一的. 从图 6 可看出,材料的应力应变曲线随加载路径而变化. 为 了量化材料的附加强化效应,材料的附加强化参数 g 定义为^[16]

$$g = \frac{\overline{\sigma}_{OP}}{\overline{\sigma}_{IP}} - 1 \tag{16}$$

式中, *\overline op* 和 *\overline T_{IP}* 为进入塑性应变阶段后相同应变 条件下加载方式为 90° 圆形非比例加载和比例加载 时等效应力.

式 (16) 给出材料附加强化参数计算公式, 然而 在实际中难以得到这一参数. 如何估算这一参数引 起了国内外学者广泛关注. Borodii 等^[17] 认为材料的 极限强度和屈服强度之比与材料附加强化有关, 并 给出了计算公式, 姜潮等^[18] 和陈志超等^[19] 也提 出了类似的计算公式. 但是 Shamsaei 等^[20] 指出这一 方法在预测材料附加强化参数时误差较大, Shamsaei 等认为材料的附加强化与材料在单轴循环加载下应 力和静态拉伸时应力有关, 通过推导给出了以下计 算公式

$$g = 1.6 \left(\frac{K}{K'}\right)^2 \left(\frac{\Delta\overline{\varepsilon}}{2}\right)^{2(n-n')} - 3.8 \left(\frac{K}{K'}\right) \left(\frac{\Delta\overline{\varepsilon}}{2}\right)^{(n-n')} + 2.2$$
(17)

式中, K 为硬化系数, K' 为循环硬化系数. n 为硬化 指数, n' 为循环硬化指数. 经实验验证,用式 (17) 计算得到的材料附加强化参数与试验值重合度较 高^[17].



从图 6 可以看出材料的附加强化参数 g 随着等效应变变化而变化,不是一个常数.对于某些材料,硬化指数 n 与循环硬化指数 n' 相差不大,此时 g 可近似看作只与硬化系数 K 和循环硬化系数 K' 有关,与材料的其他参数无关.考虑到在实际情况中有时

难以获得材料硬化系数等参数,本文查阅有关文献, 给出式 (17) 有关参数的近似公式.

胡志忠等^[21]研究了硬化指数 *n* 与强度之间关系,导出了硬化指数 *n* 与屈强比之间的关系

$$n = 1 - \sqrt{\frac{\sigma_{\rm y}}{\sigma_{\rm u}}} \tag{18}$$

式中, σ_u 为抗拉强度, σ_y 为屈服强度, σ_y/σ_u 为屈强比.

孙东继等^[22] 详细推导了硬化系数 K 与抗拉强 度 σ_v 和硬化指数 n 似关系,给出以下计算公式

$$K = \frac{\sigma_{\rm u}}{\left(\frac{n}{e}\right)^n} \tag{19}$$

Lopze 等^[23] 在研究大量材料的循环硬化指数 n' 和循环硬化系数 K' 与强度之间的关系后,得出以下 公式

当 $\sigma_{\rm u}/\sigma_{\rm y} > 1.2$ 时

$$K' = 1.16(\sigma_{\rm u}) + 593 \tag{20}$$

$$n' = -0.37 \lg \left(\frac{0.75\sigma_y + 82}{1.16\sigma_u + 593} \right)$$
(21)

当 $\sigma_{\rm u}/\sigma_{\rm y} \leq 1.2$ 时

$$K' = 3.0 \times 10^{-4} (\sigma_{\rm u})^2 + 0.23 (\sigma_{\rm u}) + 619$$
(22)
$$n' = -0.37 \lg \left(\frac{3.0 \times 10^{-4} \sigma_{\rm y}^2 - 0.15 \sigma_{\rm y} + 526}{3.0 \times 10^{-4} \sigma_{\rm u}^2 + 0.23 \sigma_{\rm u} + 619} \right)$$
(23)

利用式 (17) ~ 式 (3),只需要材料的 σ_u 为抗拉 强度, σ_y 为屈服强度即可计算出材料的附加强化系数,便于实际使用.

综合以上有关路径非比例度和材料附加强化系数的讨论,考虑到两者对于材料疲劳寿命均有影响, 本文提出一个非比例附加影响因子

$$\psi = \sqrt{1 + \phi(1+g)} \tag{24}$$

该非比例附加影响因子基于实际现象提出,充 分考虑了材料的非比例附加强化现象和非比例路径 对疲劳寿命的影响,并对某些材料没有附加强化现 象时仍能反映非比例路径对材料寿命的影响.

3 考虑附加损伤的多轴低周疲劳模型

已有的实验证明了材料的疲劳裂纹通常发生在 最大剪切平面上,随后在该平面上法向应变的促进 下,沿最大剪切平面进行扩展.多数学者提出的多轴 疲劳临界面模型都将临界面上最大切应变和正应变 作为材料疲劳寿命的控制参数.为了体现相同等效 应变下材料非比例加载下寿命较比例加载下寿命低 的情况,一些学者通过引入各自的非比例影响因子 来反映材料的附加强化现象^[4,10,14-15,18].但是到目前 为止,没有一种多轴疲劳模型能准确预测各类金属 材料在复杂加载路径下疲劳寿命.本文在详细讨论 了影响材料在多轴载荷下疲劳寿命的两个重要因素 基础上,以最大切应变平面上切应变幅和正应变幅 为第一和第二控制参数,结合所提出非比例附加影 响因子,提出一个新的疲劳损伤控制参量

$$\frac{\Delta \varepsilon_{eq}'}{2} = \sqrt{\psi \left(\frac{(\Delta \gamma_{\alpha,max}/2)^2}{3} + \left(\frac{\Delta \varepsilon_{\alpha,max}}{2}\right)^2\right)} \quad (25)$$
$$\frac{\Delta \varepsilon_{eq}'}{2} = \frac{\sigma_f'}{2} (2N_0)^b + \varepsilon' (2N_0)^c \quad (26)$$

$$\frac{\Delta \varepsilon_{\rm eq}}{2} = \frac{\sigma_{\rm f}}{E} \left(2N_{\rm f}\right)^b + \varepsilon_{\rm f}' \left(2N_{\rm f}\right)^c \tag{26}$$

式中, σ'_{f} 为疲劳强度系数, ε'_{f} 为疲劳延性系数,b为疲劳强度指数,c为疲劳延性指数.

新的模型将最大切应变平面作为材料发生疲劳 破坏平面,并通过引入前文中所定义的非比例附加 影响因子来考虑非比例加载对材料造成的附加损伤. 现将该模型称为 HC 模型.

4 试验验证

选用表 1 中材料来验证所提出的 HC 模型,包 括比例加载和非比例加载共计 234 个数据点.材料 的试件均为图 1 所示薄壁管件,加载方式为图 2 所 示拉扭加载,加载路径见图 7.表 1 中数据从文献 [9,24-31] 直接获得,对于某些没有给出附加强化系 数的材料,通过式 (17) ~式 (23) 计算得到材料的附 加强化系数.

表1 材料的力学参数和疲劳参数

Table 1 Mechanical and fatigue properties of materials

Matariala	E/CDa	- /MDa	- /MDa	/ /MDa	d	h		~		Looding noth	Dafa
Materials	E/GPa	0 _y /MPa	$\sigma_{\rm u}/{\rm MPa}$	$\sigma_{\rm f}/{\rm MPa}$	$\epsilon_{\rm f}$	D	С	g	n	Loading path	Kels.
AISI304(1)	200.0	495.0	—	798.0	0.096	-0.055	-0.446	0.30	—	A,C,D,E,F,G	[9,24]
AISI304(2)	183.0	325.0	650.0	1000.0	0.171	-0.114	-0.402	0.50	1.5	A,B,C,D,H,I	[9,25]
Haynes 188	170.2	268.0	490.0	823.0	0.327	-0.105	-0.546	0.25	0.9	C,D,E	[9,26]
16MnR	212.5	324.4	544.5	966.4	0.842	-0.101	-0.618	_	_	C,B,D	[10,27]
Ti	112.0	475.0	558.0	647.0	0.548	-0.033	-0.646	_	—	A,B,C,D,E	[9,28]
GH4169	193.0	310.0	—	1565.0	0.162	-0.055	-0.580	0.20	—	C,J,K	[9,29]
1050NT	200.0	435.8	709.0	1109.0	0.292	-0.10	-0.456	-	1.0	C,D	[9,30]
1050QT	200.0	1049.0	1169.0	1346.0	2.010	-0.062	-0.725		1.0	C,D	[9,30]
1050IH	200.0	2156.0	2248.0	4974.0	0.529	-0.152	-0.910		1.0	C,D	[9,30]
7075-T651	71.7	501.0	561.0	790.0	0.178	-0.090	-0.560	_	_	A,C,D	[9,31]



Fig. 7 Eleven kinds of loading paths

Fatemi 等^[7] 在研究材料在多轴载荷下发生疲劳 破坏的位置和应力变化规律后认为影响材料疲劳寿 命的主要因素是最大切应变幅 Δγ_{α,max}/2.考虑到裂 纹扩展和材料在多轴载荷下附加强化现象,将临界 面上正应力 σ_{max} 作为影响材料疲劳寿命的因素,提 出了一个受到广泛关注的疲劳寿命模型 (FS 模型)

$$\frac{\Delta \gamma_{\max}}{2} \left(1 + n \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{y}} \right) = f(N_{\rm f}) \tag{27}$$

式中, n 为材料经验系数, 难以确定时可取 n=1.

采用 FS 模型和本文提出的 HC 模型进行对比, 以验证 HC 模型的正确性和预测精度. 图 8 为 HC 模 型对表 1 中材料的寿命预测结果, 图 9 为 FS 模型对 表 1 中材料的寿命预测结果. 图中从内向外给出了 2 倍、3 倍和 5 倍误差带. 从图中可以看出在比例加载 情况下, FS 模型和本文所提出的 HC 模型预测精度 均较为理想, 绝大多数数据点均落在 5 倍误差带内,



大部分数据点落在3倍误差带内.这说明两种疲劳寿命预测模型能均能很好预测比例加载下材料的疲劳寿命.但是在非比例加载的情况下 HC 模型预测结果明显好于 FS 模型. HC 模型预测结果绝大部分落在5倍误差带内,大部分数据点集中于2倍误差带上.而 FS 模型预测寿命结果较为分散,部分数据点落在5倍误差带以外.



为了定量分析两种模型对材料多轴疲劳寿命的 预测精度,用 *E(S)*表示落在*S*倍误差带内数据 点和所有数据点之间的比值^[18].表2给出了两种 模型在比例加载 (proportional)和非比例加载 (nonproportional)情况下的预测精度.可以看出 HC 模型 和 FS 模型在比例加载下预测精度均十分理想,其 中 HC 模型在 *E*(2)上预测精度更高.在非比例加载 情况下,HC 模型预测精度比 FS 模型预测精度明显 提高,HC 模型 *E*(2)和 *E*(3)的预测能力为 0.695 2 和 0.895 2, 而 FS 模型的预测能力仅为 0.514 3 和 0.819 0.

表2 两种模型疲劳寿命预测精度比较

 Table 2 Comparison of the accuracy of different fatigue life

prediction models

	Propor	rtional	Non-prop	Non-proportional			
	HC model	FS model	HC model	FS model			
<i>E</i> (2)	0.658 0	0.596 9	0.695 2	0.514 3			
E(3)	0.907 0	0.883 7	0.895 2	0.819 0			
E(5)	0.984 5	0.992 2	0.981 0	0.952 4			

为了进一步研究本文所提出的多轴疲劳模型正确性,采用统计学方法来研究两种多轴疲劳寿命模型误差^[32-33].图 10 给出了两种模型在多轴加载下寿命预测误差正态分布图,*N*fp 为预测寿命,*N*ft 为试验寿命,error 为两者取对数后的差值,error 为正数时表示预测寿命偏危险,为负数时表示预测寿命偏保守.从图中可看出两种模型的预测寿命均趋于保守一侧,HC模型的误差正态分布曲线期望均值 *μ* 更趋进于0,从图中还可看出 HC 模型均方差较 FS 模型误差正态分布曲线期望均值 *μ* 更趋进于 0,从图中还可看出 HC 模型均方差较 FS 模型均方 差更小,即 HC 模型的数据分布更集中.以上分析说明 HC 模型比的预测精度更高,更可靠.



Fig. 10 Probability density function of prediction errors with different fatigue criteria

5 结 论

本文在研究了材料在多轴循环载荷下疲劳寿命 与加载路径间的关系,并分析了不同材料对非比例 加载路径的敏感性程度的基础上,做了以下工作:

(1)考虑非比例加载过程中路径非比例度和材料

非比例附加强化现象对材料疲劳寿命的影响,提出 了一个新的非比例附加影响因子.该非比例附加影 响因子能考虑到某些材料在没有附加强化现象时路 径非比例度对材料寿命的影响,对于某些难以获得 附加强化系数的材料,还可利用本文所整理得到的 式(17)~式(23)对材料附加强化系数进行近似计算.

(2) 基于所提出的非比例附加影响因子,结合最 大剪切平面上切应变幅和最大剪切平面上正应变幅, 提出一个新的多轴疲劳寿命预测模型. 经 8 种材料 的疲劳试验数据验证并与 FS 模型预测结果进行比 较,得出两种模型预测寿命均趋向于安全一侧,且 新模型预测精度更高. 新模型物理意义明确,不含经 验常数,方便工程实际运用,具有实际使用价值.

参考文献

- 1 卢梦凯,张洪武,郑勇刚. 应变局部化分析的嵌入强间断多尺度 有限元法. 力学学报, 2017, 49(3): 649-658 (Lu Mengkai, Zhang Hongwu, Zheng Yonggang. Embedded strong discontinuity model based multiscale finite element method for strainlocalization analysis. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(3): 649-658 (in Chinese))
- 2 朱文洁, 吕俊男, 李群. 基于 M 积分的脆性材料微缺陷等效损伤 面积/体积表征. 力学学报, 2018, 50(2): 297-306 (Zhu Wenjie, Lü Junnan, Li Qun. The calibration of microdefects induced equivalent damage area/volume of brittle materials by usingb the M-integral. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(2): 297-306 (in Chinese))
- 3 古斌, 郭宇立, 李群. 基于构型力断裂准则的裂纹与夹杂干涉问题. 力学学报, 2017, 49(6): 1312-1321(Gu Bin, Guo Yuli, Li Qun. Crack interacting with an individual inclusion by the fracture criterion of configurational force. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(6): 1312-1321 (in Chinese))
- 4 韩庆华,王培鹏, 芦燕. 考虑全平面损伤参量的多轴低周疲劳寿 命预测方法研究. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2018, 51(S1): 49-56(Han Qinghua, Wang Peipeng, Lu Yan, Multiaxial low-cycle fatigue prediction method considering damage parameter of plane in every directionet. *Journal of Tianjin University (Science and Technology*), 2018, 51(S1): 49-56(in Chinese))
- 5 Brown MW, Miller KJ. A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions. *Proc Inst Mech Engng*,1973, 187: 745-755
- 6 Kandil FA, BrownMW, Miller KJ. Biaxial low cycle fatigue fracture of 316 stainless steel at elevated temperatures. *The Metal Society*,1982, 280: 203-210
- 7 Fatemi A, Socie DF. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out of plane loading. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1988, 14: 149-165
- 8 Pitatzis N, Savaidis G. An energy-critical plane based fatigue damage approach for the life prediction of metal alloys. *Materials Sci*ence and Engineering Conference Series, 2016: 012049, 1-11
- 9 Li J, Zhang Z P, Sun Q, et al. Multiaxial fatigue life prediction for various metallic materials based on the critical plane approach. *In*-

ternational Journal of Fatigue, 2011, 33(2): 90-101

- 10 赵而年, 瞿伟廉. 一种新的多轴非比例低周疲劳寿命预测临界面 模型. 力学学报, 2016, 48(4): 944-952 (Zhao Ernian, Qu Weilian. A new proposal for multiaxial low-cycle fatigue life prediction under non-proportional loading. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2016, 48(4): 944-952 (in Chinese))
- 11 周昊, 刘英芳, 刘刚等. 考虑残余应力的焊接结构多轴疲劳准则. 焊接学报, 2017, 38(11): 41-46 (Zhou Hao, Liu Yingfang, Liu Gang, et al. Multiaxial fatigue criteria of welded structures considering the residual stress. *Transactions of the China Welding Institution*, 2017, 38(11): 41-46 (in Chinese))
- 12 赵丙峰, 谢里阳, 徐国梁等. 多轴疲劳寿命预测方法. 失效分析 与预防, 2017, 12(5): 323-330 (Zhao Bingfeng, Xie Liyang, Xu Guoliang, et al. Summarization of multi-axial fatigue life prediction methods. *Failure Analysis and Prevention*, 2017, 12(5): 323-330 (in Chinese))
- 13 Carpinteri A, Spagnoli A, Vantadori S. A review of multiaxial fatigue criteria for random variable amplitude loads. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2017, 40: 1007-1036
- 14 Chen X, Gao Q, Sun XF. Low-cycle fatigue under non-proportional loading. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 1996, 19(7): 839-854
- 15 Itoh T, Nakata T, Sakane M, et al. Nonproportional Low cycle fatigue of 6061 aluminum alloy under 14 strain paths. *European Structural Integrity Society*, 1999, 25(99): 41-54
- 16 Luo P, Yao W, Susmel L, et al. A survey on multiaxial fatigue damage parameters under non-proportional loadings. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2017, 40(9): 1323-1342
- 17 Borodii MV, Shukaev SM. Additional cyclic strain hardening and its relation to material structure, mechanical characteristics, and lifetime. *International Journal of Fatigue*, 2007, 29(6): 1184-1191
- 18 姜潮,邓群,李博川.考虑非比例附加损伤的多轴低周疲劳寿命 模型.力学学报,2015,47(4):634-641 (Jiang Chao, Deng Qun, Li Bochuan. A new multiaxial fatigue life prediction model based on the nonproportional additional damage. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2015, 47(4): 634-641 (in Chinese))
- 19 陈志超. 多轴非比例载荷下金属材料的疲劳寿命预测. [硕士论 文]. 南京:南京航空航天大学, 2011 (Chen Zhichao. Fatigue life prediction of metal under multiaxial nonproportional loading. [Master Thesis]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2011 (in Chinese))
- 20 Shamsaei N, Fatemi A. Effect of microstructure and hardness on non-proportional cyclic hardening coefficient and predictions. *Materials Science & Engineering A*, 2010, 527(12): 3015-3024

- 21 胡志忠, 曹淑珍. 形变硬化指数与强度的关系. 西安交通大学学 报, 1993(6): 71-76 (Hu Zhizhong, Cao Shuzhen. Relation between strain-hardening exponent and strength. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 1993(6): 71-76(in Chinese))
- 22 孙东继,林建平,胡巧声等. 金属板料幂指型硬化模型应变强化 系数 K 值研究. 塑性工程学报, 2009, 16(1): 149-152 (Sun Dong-ji, Lin Jianping, Hu Qiaosheng, et al. Research on strength coefficient in power hardening model of sheet metal. *Journal of Plasticity Engineering*, 2009, 16(1): 149-152 (in Chinese))
- 23 Lopez Z, Fatemi A, Lopez Z, et al. A method of predicting cyclic stress–strain curve from tensile properties for steels. *Materials Science & Engineering A*, 2012, 556(9): 540-550
- 24 Itami Y, Akamatsu N, Tomita Y, et al. Fracture mechanisms and life assessment under high-strain biaxial cyclic loading of type 304 stainless steel. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 1989, 12(2): 77-92
- 25 Socie DF. Multiaxial fatigue damage models. Journal of Engineering Materials and Technology, 1987, 109(4): 293-298
- 26 Kalluri S, Bonacuse PJ. In-phase and out-of-phase axial-torsional fatigue behavior of Haynes 188 at 760C. NASA TM-105765. National Aeronautics and Space Administration, San Diego, 1991, 1-20
- 27 Gao Z, Zhao T, Wang X, et al. Multiaxial fatigue of 16MnR steel. Journal of Pressure Vessel Technology, 2009, 131(2): 021403
- 28 Shamsaei N, Gladskyi M, Panasovskyi K, et al. Multiaxial fatigue of titanium including step loading and load path alteration and sequence effects. *International Journal of Fatigue*, 2010, 32(11): 1862-1874
- 29 Sun GQ, Shang DG. Prediction of fatigue lifetime under multiaxial cyclic loading using finite element analysis. *Materials & Design*, 2010, 31(1): 126-133
- 30 Shamsaei N, Fatemi A. Effect of hardness on multiaxial fatigue behaviour and some simple approximations for steels. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2009, 32(8): 631-646
- 31 Zhao T, Jiang Y. Fatigue of 7075-T651 aluminum alloy. International Journal of Fatigue, 2008, 30(5): 834-849
- 32 Ma S, Markert B, Yuan H. Multiaxial fatigue life assessment of sintered porous iron under proportional and non-proportional loadings. *International Journal of Fatigue*, 2017, 97: 214-226
- 33 徐桑,朱顺鹏,郝永振等. 基于临界面 损伤参量法的涡轮盘多 轴疲劳寿命预测. 航空学报, 2018, 39(9): 221930, 1-8 (Xu Shen, Zhu Shunpeng, Hao Yongzhen, et al. Multiaxial fatigue life prediction of an HPT disc based on critical plane-damage parameter. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2018, 39(9): 221930, 1-8 (in Chinese))