

基于指数准则在莫尔空间对岩石剪切强度的研究

尤明庆¹⁾

(河南理工大学能源科学与工程学院, 河南焦作 454010)

摘要 岩石是多种矿物颗粒构成的天然材料, 内部存在不同尺度的孔隙、裂隙等损伤; 岩体工程设计及灾害防治所使用的强度准则仍在研究之中. 材料的黏结和摩擦在局部不能同时存在, 线性的 Coulomb 准则仅在小范围内近似描述圆柱试样的常规三轴强度, 众多非线性强度准则只是经验公式而缺乏物理背景. 作者提出的指数准则可描述岩石剪切破坏时强度与围压的关系; 基于对 11 组试验数据的拟合结果在莫尔应力空间分析黏结力和摩擦力的变化特征: 岩石承载的剪切力存在上限即材料的真实黏结力 c_0 ; 在试验范围内莫尔概念的内摩擦力达到约为 $0.38c_0$ 的峰值, 且黏结力在其附近相交. 材料真实黏结力与正应力无关, 因而名义黏结力表征了完好材料剪切破裂的面积; 基于裂隙面积计算的等效摩擦因子随正应力降低, 意味着裂隙滑移的爬坡角减小, 而后者取决于正应力与真实黏结力的比值. 等效摩擦因子与指数准则的材料参数具有确定关系, 体现了岩石在压应力作用下剪切破裂的物理背景.

关键词 岩石力学, 指数准则, 莫尔应力空间, 物理背景, 真实黏结力, 内摩擦力, 等效摩擦因子

中图分类号: TU45 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-18-291

STUDY ON SHEAR STRENGTH OF ROCKS USING THE EXPONENTIAL CRITERION IN MOHR'S STRESS SPACE

You Mingqing¹⁾

(School of Energy Science and Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454010, Henan, China)

Abstract Rocks are natural materials composed of various mineral particles within fissures and pores in different sizes, those result in complicate mechanical properties. Strength criteria for rocks in engineering design and disaster prevention are still an open question. As cohesion and friction in rock do not work simultaneously, the linear Coulomb criterion proposed in 1773 is only reliable to describe pseudo-triaxial compression strength of cylindrical specimen in a small range of confining pressure. Many nonlinear criteria are merely empirical formulas but lack of physical background. The exponential criterion proposed by the author is applicable to fit the relationship between strength and confining pressure of rocks in shear failure; therefore, the cohesion and friction are analyzed in Mohr's stress space on the fitting solutions for eleven rocks. Shear stresses in rock have an upper limit, i.e. the genuine cohesion c_0 of rock; and the internal friction has a peak of about $0.38c_0$, by which intersection of the cohesion and internal friction is. The genuine cohesion is independent to normal stress, so the nominal cohesion of rock specimen represents the shear fracture area of intact material when rock specimen reaches its strength. The equivalent friction factor of slipping fissure decreases with the normal stress, so as the climbing angle that depends on ratio of normal stress to the genuine cohesion. Relationship between the equivalent

2018-09-05 收稿, 2018-12-18 录用, 2018-12-18 网络版发表.

1) 尤明庆, 教授, 主要研究方向: 岩石的力学性质及强度准则. E-mail: youmq@hpu.edu.cn

引用格式: 尤明庆. 基于指数准则在莫尔空间对岩石剪切强度的研究. 力学学报, 2019, 51(2): 607-619

You Mingqing. Study on shear strength of rocks using the exponential criterion in Mohr's stress space. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(2): 607-619

friction factor and parameters in the exponential criterion reflects the physical background of shear fracture for rock under compressive stresses.

Key words rock mechanics, exponential criterion, Mohr's stress space, physical background, genuine cohesion, internal friction, equivalent friction factor

引 言

岩石是矿物颗粒构成的天然材料, 存在各种尺度的孔隙、裂隙等损伤, 在细观乃至宏观具有非均质性和各向异性; 种类繁多, 力学性质复杂^[1-3]. 若以压应力为正, 岩石承载的主应力 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ 之界限或曲面 $\sigma_1 = S(\sigma_2, \sigma_3)$ 称为强度准则; 对长方体试样加载可以确定给定 σ_2 和 σ_3 时 σ_1 的最大值即强度, 近来已有大量试验结果, 并提出多种真三轴强度准则^[3-8]. 不过, 在两个方向即试样的4个侧面以刚性压板加载, 应力较高时会产生显著摩擦而使强度失真, 对相关结论需持谨慎态度^[9-10].

中间主应力有助于提高岩石强度. 仅考虑最小主应力 σ_3 , 即基于 $\sigma_2 = \sigma_3$ 的强度进行设计是偏于安全的, 因而为岩体工程广泛采用^[11-12]; 另一方面, 真三轴强度准则首先需经过 $\sigma_2 = \sigma_3$ 的试验结果确认, 能够退化为可靠的常规三轴强度准则. 后者在岩石力学领域具有特别重要的价值.

1911年 von Karman^[13]报道了大理岩圆柱试样在围压 $\sigma_2 = \sigma_3$ 下轴向压缩试验后, 在世界范围内进行了大量试验. 不过, 岩石试样围压下压缩的变形和破坏特征仍在研究之中, 其承载的最大轴向应力 σ_S 与围压的关系即常规三轴强度准则, 多是具有较好拟合精度的经验公式^[2,6-8,14-16], 但缺乏确切的物理背景, 并不能作为力学模型而具有广泛的适用性, 如含有3个参数的广义Hoek-Brown准则不能描述大理岩延性变形的强度特征^[16].

就材料分离而言, 岩石破坏只有拉伸和剪切两种形式. 试验表明, 圆柱试样单轴或低围压下轴向压缩可能产生沿轴向的拉伸劈裂, 但围压稍高则转为剪切破坏; 高围压时试样进入延性变形状态, 产生多个剪切屈服面而不出现宏观的滑移破裂面^[1-3,12,17]. 1887年 Mohr 将描述土体破坏的 Coulomb 准则(1773年)用于描述岩石的压剪破坏, 即剪切强度 τ_S 由黏结力 c 和内摩擦力 f 构成, 后者是内摩擦因子 μ 与正应力 σ 的乘积, 其等价于最大主应力 σ_1 与最小主应力 σ_3 成线性关系^[11-12]. 不过, 岩石局部并不能同时黏结和摩擦: 裂隙没有黏结力, 而完好材料断裂前

并无摩擦^[18-21]. Mogi^[3,19]基于 Coulomb 准则估计花岗岩中黏结部分仅占破裂断面的1/8; Savage等^[20]基于 Mohr 准则分析花岗岩黏结和裂隙面积的变化. 不过, 岩石的黏结和摩擦可以相互转化, 如围压增高引起破裂面上正应力增大, 若裂隙摩擦承载能力超过了材料的黏结力则不会滑移, 而是其附近的材料剪切破坏^[21]. 与此相应, 圆柱试样的强度随围压增大速率而逐步降低, 承载的主应力差并不会随围压而无限增大^[16,21-23].

摩擦是岩石的基本性质之一, 事关地震、滑坡等地质灾害发生的临界点^[3,11,24-25], 有岩块直接剪切、常规三轴压缩以及光面和毛面岩板的静摩擦或滑动摩擦等试验方法^[3,8,26-27]. Byerlee 定律已得到广泛认可: 正应力 200 MPa 以上摩擦因子为 0.6, 与岩石及断面粗糙程度无关, 除非充填有蒙脱石、伊利石等断层泥^[1,3,28-29], 但相关机理尚缺乏明确解释. 此外文献^[29]收集了 19 组光面摩擦试验结果而将 30° 作为基本摩擦角; 不过, 所称“该值源于岩石屈服流动机制, 根据 Mises 准则可确定摩擦角为 30°”或许有所误解: J_2 常数假设下的纯剪强度与单向拉伸或压缩强度之比并非摩擦因子, 而 Mises 准则实际上并不能适用于岩石.

本文说明指数准则能够准确描述多种岩石的常规三轴压缩强度与围压的关系, 基于对 11 组试验数据的拟合结果在 Mohr 应力空间解释其物理背景, 分析岩石的黏结、摩擦特性, 进而理解岩石的变形、承载以及应力状态之间的关系.

1 指数准则对试验数据的拟合

目前已公开发表的强度准则有 20 种以上^[2,6-8,14-16], You^[22]提出的真三轴强度准则中以指数形式描述最小主应力 σ_3 或围压 $\sigma_2 = \sigma_3$ 对强度的影响

$$\sigma_S - \sigma_3 = Q_\infty - (Q_\infty - Q_0) \exp\left(-\frac{K_0 - 1}{Q_\infty - Q_0} \sigma_3\right) \quad (1)$$

式中, 参数 K_0 为围压 0 时强度随围压的增加速率, Q_0 为单轴强度, Q_∞ 为主应力差 $\sigma_D = \sigma_S - \sigma_3$ 的极

限值, 即岩石承载的剪切应力上限为 $c_0=0.5Q_\infty$. 记岩石材料参数为

$$R = \frac{Q_\infty - Q_0}{K_0 - 1} \quad (2)$$

并对式 (1) 求导, 有

$$k = \frac{d\sigma_D}{d\sigma_3} = \frac{Q_\infty - \sigma_D}{R} \quad (3)$$

即主应力差与参数 k 为线性关系

$$\sigma_D = Q_\infty - kR \quad (4)$$

指数准则可准确描述岩石剪切破坏时强度随围压的变化特征——主应力差 σ_D 随围压增大的速率 k 逐步降低而趋于常数, 已得到大量试验结果支持, 并据其构造真三轴强度准则 [2,16,22-23,30-31].

指数强度准则对 11 种岩石强度的拟合结果在图 1~图 3 给出. 以绝对偏差最小得到的拟合曲线, 简记为 $\text{Exp}(Q_0, Q_\infty, K_0)$, 将试验数据等量分为两半, 其靠近多数正常数据, 而使少数异常数据具有较大偏差 [32], 但拟合结果可能并不唯一; 不过, 试验数据较多或离散较小时, 拟合曲线的变动范围较小, 并不影响实际使用.

图 1 所示为 4 种岩石的强度及指数准则的拟合. 粗面岩 [3] 单轴强度为 100 MPa, 围压为 100 MPa 时, 试样达到承载峰值所需变形较大, 引起压头端部摩擦效应而使强度偏高 [33]; 不考虑该数据, 指数准则对 6 个数据的平均拟合偏差 mf 仅 1.1 MPa.

Dunham 白云岩的强度来自 3 个岩块 [3]. 以指数准则拟合围压 0~125 MPa 的一组数据, 参数 $Q_0=262$ MPa 与单轴强度试验值 258 MPa 和 265 MPa 的平均值相同. 另两组单轴强度为 209 MPa 和 217 MPa 明显偏低, 均来自多个试验的平均值, 如后者是 210~226 MPa 的 6 组数据 [3]; 围压下强度则与前述一组数据相近. 显然, 三组试样的材料性质相同, 只是后两者存在特定倾角的弱面使单轴强度偏低, 而围压增高后弱面摩擦承载就不再影响试样强度 [34].

Wombeyan 大理岩试样加热至 600°C 保持恒定, 待晶粒破裂声完全消失后室温冷却; 其晶粒可以手指剥离而裂面平整 [35]. 对围压 1.4 MPa 以上的 10 组数据进行指数准则拟合, $Q_0=34.3$ MPa 远高于实际单轴强度 15.9 MPa, 表明试样单轴压缩时并非单一断面的剪切破坏 (图 1). 该大理岩完整试样及另一组热损伤的强度分析参见文献 [36].

Maha Sarakham 岩盐强度总计 9 组数据 [37], 指数准则拟合曲线下方有两个试验点的偏差皆达到 4.5 MPa, 源于试样间差异而引起的数据离散.

若不考虑图 1 中标为 Z 的 4 组数据, 指数准则的平均拟合偏差仅为单轴强度的 1%.

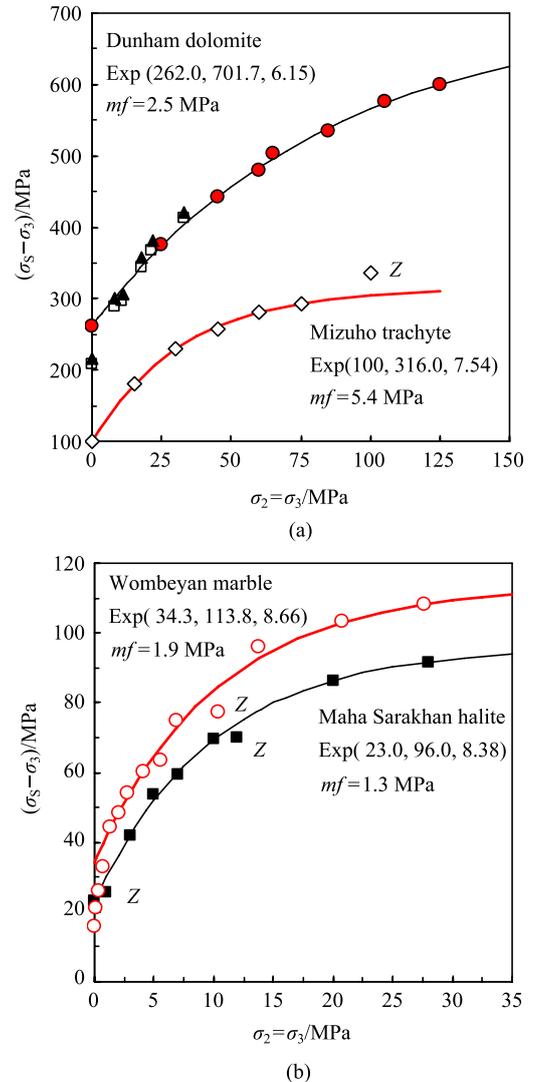


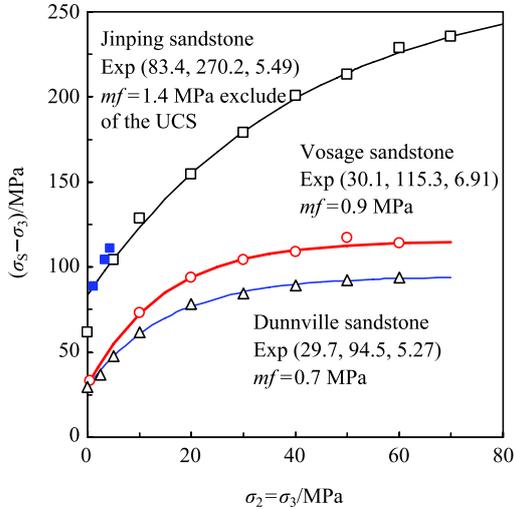
图 1 四种岩石的强度及指数准则的拟合 [3,35,37]

Fig. 1 Fitting curves using the exponential criterion for strengths of four rocks cited from Refs. [3, 35, 37]

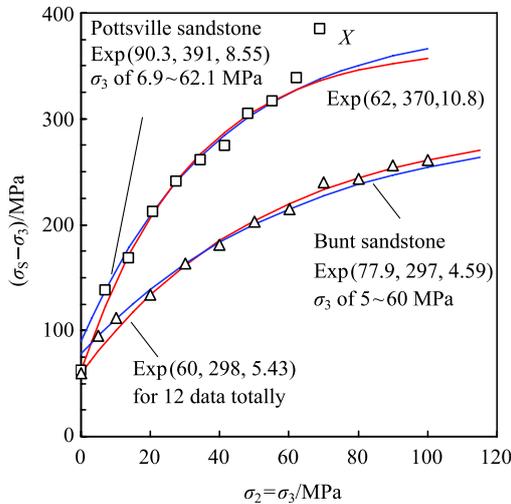
图 2 所示为 5 种砂岩的强度及指数准则的拟合. Vosage 砂岩 [38-39] 的压缩试验以摩擦因子 0.02 的 Stearic acid-Vaseline 进行压头与试样端面间的减摩, 因而围压高达 2 倍单轴强度亦未出现端部摩擦效应. Dunnville 砂岩的试验均重复两次, 此处仅选用强度较高的一组 [8]. 这两种砂岩的主应力差已趋于常数, 因而不能采用 Hoek-Brown 准则等描述.

锦屏砂岩 [40] 围压下的 8 个强度 (\square) 可以用指数准则描述, 但参数 $Q_0=83.4$ MPa 明显高于单轴强度的试验值 61.6 MPa (图 2). 不过, 3 个卸围压破坏的强度 (\blacksquare) 与指数准则拟合曲线相近, 表明实际单轴

强度属于“异常数据”：试样存在缺陷，或并非单一断面的剪切破坏.若不考虑单轴强度，指数准则的平均拟合偏差 mf 从 3.6 MPa 下降到 1.4 MPa.



(a)



(b)

图 2 五种砂岩的强度及指数准则的拟合 [8,38,40-42]

Fig. 2 Fitting curves using the exponential criterion for strengths of sandstones cited from Refs. [8, 38, 40-42]

Bunt 砂岩在围压 100 MPa 时峰后应力保持恒定，更高围压时轴向应力持续增大 [41]. 指数准则拟合结果为 $\text{Exp}(60, 298, 5.43)$ ，参数 Q_0 与实际单轴强度 60 MPa 相同，但拟合曲线(图 2 中细线)低于围压强度 5 MPa 和 10 MPa，偏差显得奇特达到 25.4 MPa. 若仅对围压范围为 5~60 MPa 的 7 组数据进行拟合，得到的 $Q_0=77.9$ MPa 则远高于实际单轴强度；不过，平均拟合偏差 1.6 MPa 表明拟合曲线(图 2 中粗线)体现了 Bunt 砂岩相应围压范围的强度特性，而围压为

70 MPa 以上的强度稍许偏高，缘于端部摩擦效应 [33].

Pottsville 砂岩未风化且质地均匀，石英颗粒接触处有少量硅质胶结；剪切破裂面粗糙且不规则，清除粉末后断面形态与压缩试验前相同，显示颗粒或材料具有较高的黏结力. 试验重复 3 次，图 2 中的强度数据为平均值 [42]. 与前述粗面岩类似，围压强度为 69 MPa 的强度 X 异常偏高，未用于强度准则拟合. 此外，试样单轴压缩时可能出现局部拉伸劈裂而使强度偏低，因而不考虑单轴强度的拟合结果 $\text{Exp}(90.3, 391, 8.55)$ 更能体现岩石剪切破坏时的强度特性.

砂岩类沉积岩的颗粒尺度、孔隙以及胶结物质随位置变化，试样之间可能存在差异而引起强度离散. 低围压尤其是单轴强度离散较大，而高围压时离散较小. 基于单轴压缩强度的范围可以利用指数准则给出其常规三轴强度的界限 [34,36]. 基于文献 [43] 的两组数据予以说明(图 3).

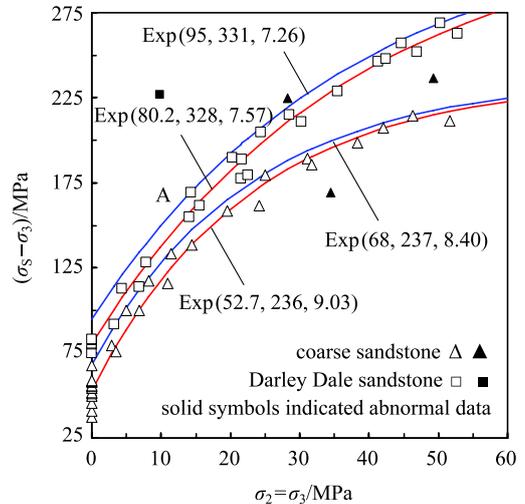


图 3 砂岩强度的离散性及指数准则的拟合 [43]

Fig. 3 Fitting curves using the exponential criterion for scattering strengths of sandstones cited from Ref. [43]

粗砂岩的 13 个单轴强度在 37.2~67.7 MPa 范围内；围压增大，强度的离散性有所降低. 单轴强度以均值计算且不考虑 3 个异常数据(▲)，指数准则的拟合结果为 $\text{Exp}(52.7, 236.0, 9.03)$ ， $mf=4.3$ MPa. 不过，强度准则原本的含义是围压对相同试样的强度影响. 若粗砂岩单轴强度的最高值为 68 MPa，该试样进行围压下压缩时强度也应达到实际试验数据的上限；如图 3 所示，强度上限可以指数准则 $\text{Exp}(68, 237, 8.40)$ 描述，其参数 Q_∞ 仅比原拟合值提高 1 MPa.

Darley Dale 砂岩的 5 个单轴强度在 74.9~83.2 MPa 范围内. 基于所有试验结果的指数准则

的拟合结果为 $\text{Exp}(80.2, 328, 7.57)$ ，即图中红色细线；不过，三轴强度始终维持一定的差异，并未随围压增大而减小，如围压为 14.3 MPa 时的三轴强度为 183.5 MPa (数据 A)，其值高于拟合曲线 10.8 MPa. 该组试样中真实黏结力或许存在差异；若参数 Q_∞ 的最大值比拟合值大 3 MPa，则该岩石的强度上限可用 $\text{Exp}(95, 331, 7.26)$ 来描述. 前述试样 A 若单轴压缩且单一断面剪切破坏，则其强度将达到 95 MPa. 基于指数准则可以估算岩石单轴强度的分布范围 [34,36].

试样的承载能力即强度试验数值是试样质量、

试验参数以及试验装置的综合体现，并不完全取决于围压. 含有多个参数的复杂公式或分段表示的公式，尽管可以降低对试验数据的拟合偏差，但并不是体现岩石力学性质的强度准则. 图 1~ 图 3 表明指数准则能够描述岩石试样剪切破坏时强度随围压的变化特征，能够以较大拟合偏差揭示少数异常数据. 当然，实际围岩承受复杂的应力状态，可能产生拉伸破坏，相应强度需要另作研究 [44-45].

表 1 列出上述 11 组岩石 (其中 7 组为砂岩 SS) 强度的拟合结果，将据此讨论岩石的黏结摩擦特性.

表1 岩石常规三轴压缩试验参数及指数强度准则的分析

Table 1 Test results of conventional triaxial compression and analyses with the exponential strength criterion

Rocks names of test data and references cited	UCS/MPa	Fitting parameters and the region of confining pressure				Initial cohesion c^*/c_0	Variables at the internal friction peak ($c_0=0.5Q_\infty$)				
		Q_0 /MPa	Q_∞ /MPa	K_0	CP/MPa		f_M/c_0	μ^*	τ_S/c_0	σ/c_0	σ_3/Q_0
Mizuho ^[3]	100.0	100.0	316.0	7.54	0~75.0	0.111	0.376	0.795	0.738	0.742	0.455
Dolomite ^[3]	262.0	262.0	701.7	6.15	0~125.0	0.144	0.364	0.754	0.744	0.778	0.408
Marble ^[35]	15.9	34.3	113.8	8.66	1.4~27.6	0.099	0.378	0.838	0.735	0.703	0.437
Halite ^[37]	23.0	23.0	96.0	8.38	0~28.0	0.080	0.388	0.791	0.732	0.747	0.630
Vosage SS ^[38]	33.5*	30.1	115.3	6.91	0.5~60.0	0.096	0.383	0.735	0.729	0.797	0.648
Dunn. SS ^[8]	29.7	29.7	94.5	5.27	0~60.0	0.132	0.369	0.662	0.735	0.880	0.623
Jinping SS ^[40]	61.6	83.4	270.2	5.49	1.2~70.0	0.127	0.371	0.674	0.735	0.865	0.618
Bunt SS ^[41]	60.0	77.9	297.0	4.59	5.0~60.0	0.119	0.374	0.581	0.727	0.995	0.937
Potts. SS ^[42]	62.1	90.3	391.0	8.55	6.9~62.1	0.077	0.388	0.796	0.729	0.740	0.648
Coarse SS ^[43]	37.2~67.7	52.7	236.0	9.03	0~51.7	0.072	0.389	0.814	0.726	0.721	0.645
		68.0	237.0	8.40	upper	0.095	0.381	0.817	0.736	0.723	0.485
Darley Dale SS ^[43]	74.9~83.2	80.2	328.0	7.57	0~52.8	0.086	0.386	0.759	0.729	0.774	0.661
		95.0	331.0	7.26	upper	0.103	0.379	0.766	0.733	0.766	0.542

* Strength at confining pressure of 0.5 MPa. Test data are cited from Ref. [39], to which the author of Ref. [38] provided in personal communication.

2 Mohr 应力空间的指数强度准则

基于不同围压 $\sigma_2=\sigma_3$ 的强度 σ_S 可作出 Mohr 应力圆，其包络线即给定正应力 σ 下岩石所能承受的最大剪切力 $\tau_S = h(\sigma)$ ，即 Mohr 强度准则 (图 4). 破坏断面的倾角 α 及相应的正应力和剪应力为

$$\tan^2 \alpha = \frac{d\sigma_S}{d\sigma_3} = k + 1 \quad (5)$$

$$\sigma = \sigma_S \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha = \sigma_D \cos^2 \alpha + \sigma_3 \quad (6)$$

$$\tau_S = (\sigma_S - \sigma_3) \sin \alpha \cos \alpha = \sigma_D \sin \alpha \cos \alpha \quad (7)$$

利用式 (5)~ 式 (7) 将指数准则 $\text{Exp}(Q_0, Q_\infty, K_0)$ 转换为剪应力和正应力的关系 $\tau_S = h(\sigma)$. 图 4 中虚线所示部分对应的最小主应力为负值即拉应力，岩石可能

发生拉伸破坏而非剪切破坏；至于正应力为零的纯剪强度 c^* 则肯定不是真实发生的试验值.

某些岩石单轴压缩，如图 1 中 Wombeyan 大理岩

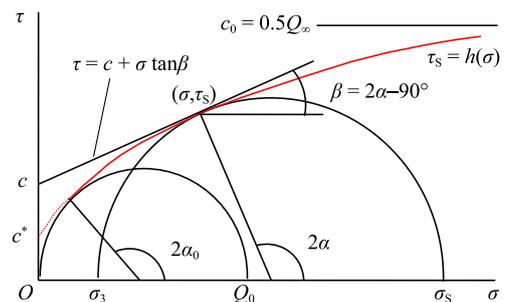


图 4 岩石的剪切强度准则和 Mohr 应力圆

Fig. 4 Shear strength criterion for rock and Mohr stress circles

以及图 2 中锦屏、Pottsville 和 Bunt 砂岩, 试样内可以出现沿轴向的拉伸劈裂, 并非沿倾角 α_0 的截面剪切破坏而使实际强度偏低, 即拟合参数 Q_0 只是假想试样单轴压缩时发生剪切破坏的轴向承载能力. 不过, 围压达到 5 MPa 前述岩石的强度均符合剪切破坏特征. 此外, 花岗岩和二长岩等在围压 20 MPa 以上轴向压缩将是剪切破坏 [33,36].

围压微小变化时, 剪切强度与正应力的关系可以近似表示为切线, 即局部成立的 Coulomb 强度准则 (图 4), 由式 (5) 可以得到内摩擦系数

$$\mu = \tan\beta = \tan(2\alpha - 90^\circ) = \frac{k}{2\sqrt{k+1}} \quad (8)$$

据此可确定不同围压下岩石剪切承载能力 τ_S 中的摩擦力 $f = \mu\sigma$ 和黏结力 $c = \tau_S - \mu\sigma$. 图 5~图 7 具体绘出 7 种岩石的计算结果; 空心圆点之间是所用的试验数据范围, 相应的围压在表 1 给出.

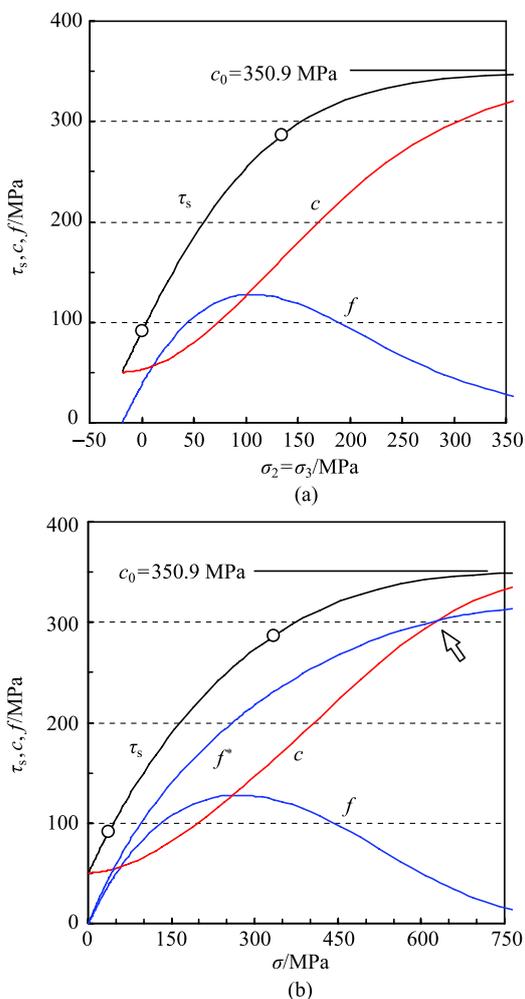


图 5 白云岩的内摩擦力和黏结力随应力状态的变化
Fig. 5 Internal friction and cohesion of Dunham dolomite

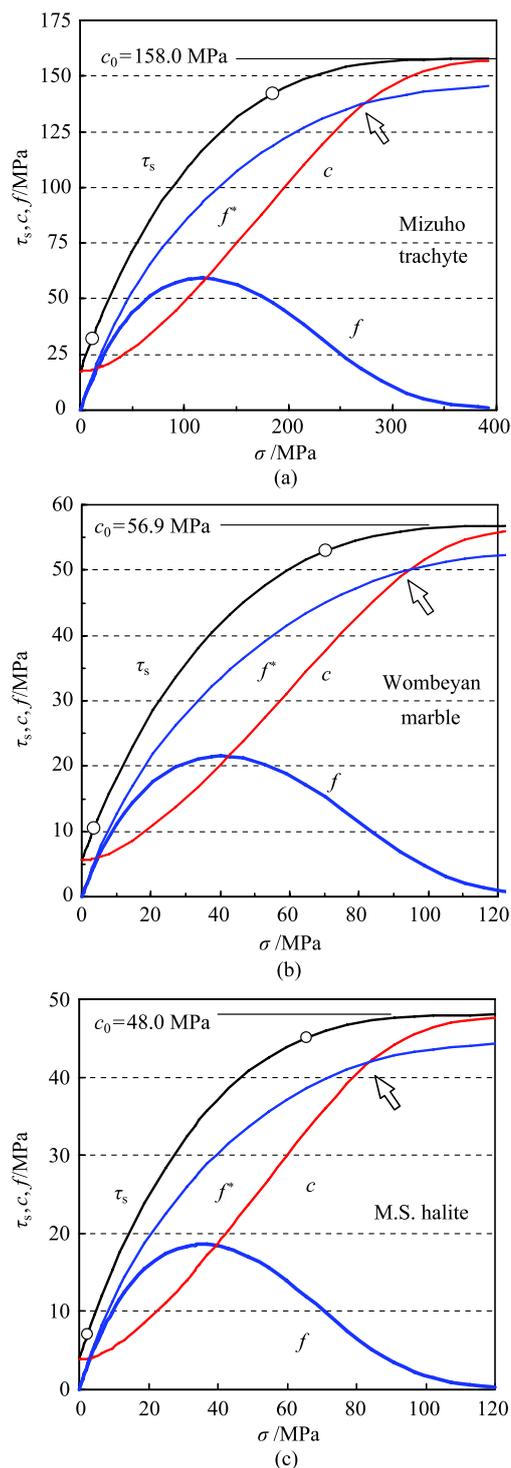


图 6 基于指数准则三种岩石在莫尔空间的剪切强度特征
Fig. 6 Shear strength property of three rocks in Mohr's stress space based on the exponential criterion

2.1 岩石的剪切承载特性

白云岩的剪切强度以及 Mohr 概念下的黏结力和内摩擦力随围压、正应力的变化特征在图 5 分别给出. 试验围压的范围是 0~125 MPa.

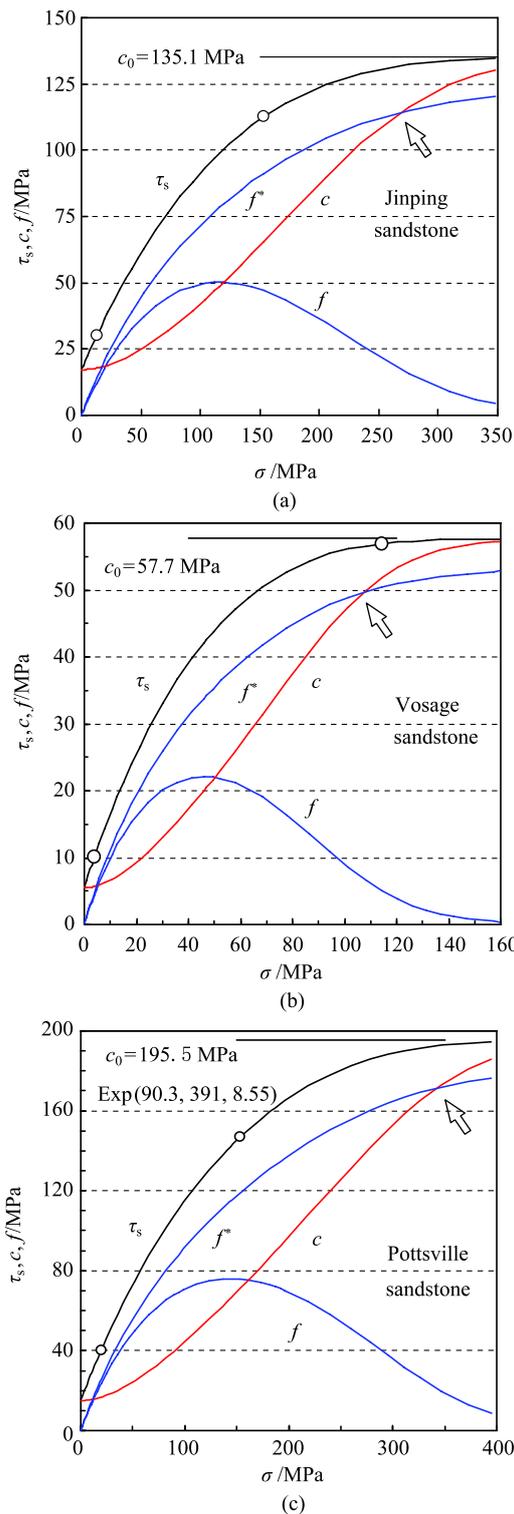


图 7 基于指数准则三种砂岩在莫尔空间的剪切强度特征

Fig. 7 Shear strength property of three sandstones in Mohr's stress space based on the exponential criterion

正应力较低时内摩擦力 f 相对较低, 岩石的剪切强度主要取决于黏结力; 内摩擦力随正应力增大的速率逐步降低, 在围压 107.0 MPa 时 f 达到峰值 127.7 MPa, 而围压在 90~125 MPa 之间时, f 仅低于

峰值 1.8 MPa; 摩擦力在峰值附近变化较缓, 峰后正应力增大引起摩擦对剪切强度的贡献份额减少。

图 5 和图 6 中可以看到, 粗面岩和大理岩的黏结力 c 在内摩擦力 f 峰值点附近相交, 白云岩稍许偏前而岩盐则稍许偏后. 其后随着正应力增大, 黏结力近乎直线增大而内摩擦力单调降低。

Mohr 概念下的岩石黏结力 c 随正应力增大而趋于常数 c_0 , 即材料的真实黏结力. 其真实的物理背景是: 随着正应力增大, 部分裂隙的摩擦承载能力超过材料的真实黏结力 c_0 , 裂隙不会产生滑移而是其附近材料剪切破裂, 宏观表现为剪切强度中内摩擦力 f 减小而黏结力 c 增大 (图 4)。

内摩擦力总是存在峰值, 且峰值附近变化较缓: 围压变动范围为单轴强度的 10% 时, 内摩擦力与其峰值的差异小于 1%. 如图 6 中粗面岩在围压为 45.5 MPa 时, f 达到峰值 59.4 MPa, 围压在 41~50 MPa 之间时, f 都大于 59 MPa, 而单轴强度为 100 MPa。

指数准则对锦屏砂岩强度与围压关系拟合偏差较低, 且试验围压 80 MPa 与其单轴强度相当, 因而其在莫尔应力空间的计算结果是可信的 (图 7). 黏结力 c 正好在内摩擦力 f 峰值点 50.2 MPa 通过, 相应的围压为 51.5 MPa。

Vosage 砂岩试验围压达到 2 倍单轴压缩强度, 但剪切强度仍含有少许摩擦力, 源于其内部 22% 的孔隙难以完全闭合. Pottsville 砂岩高压强度不够准确 (图 2), 因而黏结力与内摩擦力交点偏离峰值点最多, 但两者数值仍大致相同. 其余 4 种砂岩的剪切强度具有类似的变化特征, 不再具体讨论。

2.2 原始黏结面积

莫尔概念下的内摩擦力 f 达到峰值时, 黏结力 c 正好与其相当 (图 5~ 图 7). 这是一个普遍性现象, 如 Yamaguchi 大理岩^[3]、Tyndall 石灰岩^[46] 等岩石的强度同样具有这一特征. 内摩擦力 f 的峰值之前, 原黏结的材料在剪断之前可能产生部分屈服; 而峰值之后 c 近乎线性增大, 表明原有裂隙的承载能力逐步达到材料的真实黏结力 c_0 而不再产生滑移. 黏结力 c 的增大源于完好材料产生破裂的面积增大, 或原始裂隙达到承载极限而发生滑移的面积减小。

从图 5~ 图 7 看出, 正应力较低时名义黏结力 c 变化较小; 单轴压缩时的数值比纯剪强度 c^* 仅增大 2.6%~4.9%, 即岩石黏结部分的面积大致为原始状态. 白云岩的原始黏结部分所占面积的比例 c^*/c_0

为 0.144, 是 11 种岩石中最大的.

岩石中具有大量的微观损伤, 砂岩的孔隙所占体积已达到 15% 左右, 非黏结的面积则更大, 而岩石破裂总是沿着最弱承载截面. 基于指数准则拟合结果确定的岩石原始黏结面积在 10% 左右 (表 1), 据此也可以理解岩石抗拉强度远低于抗压强度.

Pottsville 砂岩的 c^*/c_0 为 0.077, 这与其 22% 的孔隙率相关. 粗砂岩 [43] 的孔隙率为 16.1%, 但试样差异较大 (图 3), c^*/c_0 为最低值 0.072; 但基于强度上限确定的 c^*/c_0 则提高到 0.095. 与此类似, Darley Dale 砂岩 [43] 的孔隙率为 12.6% 但强度离散较小, 基于强度上限确定的 c^*/c_0 提高幅度稍小 (表 1).

Dunnville 砂岩的孔隙率高达 29%~30%, 但孔隙之外黏结较好而裂隙较少 [8,47], 因此 c^*/c_0 具有较高数值 0.132. 不过, 石英颗粒之间胶结物的质量较差, 其试样强度是 11 种岩石中最低的 (图 3).

文献 [3] 基于线性的库仑准则以及内外摩擦因子之比估计 Westerly 花岗岩黏结面积为 1/8, 其孔隙率仅在 1% 量级而单轴强度达到 250 MPa 左右; 不过, 所用摩擦因子的准确性需要确认, 且实际剪断的黏结部分面积随围压的增大而增大, 并非常数.

2.3 内摩擦力的峰值

内摩擦力 f 的峰值出现在试验范围之内, 是岩石强度特性的表现; 其与名义黏结力 c 的主导位置转变意味着脆延性转换的开始. 表 1 给出内摩擦力峰值及相关参数.

Bunt 砂岩内摩擦力达到峰值 55.54 MP 时, 围压约为 73.0 MPa 即 $0.937Q_0$, 与单轴强度 77.9 MPa 大致相当. 这与 Bunt 砂岩的矿物结构相关: 其亚圆-圆形颗粒嵌于黏土基体中, 缺少颗粒之间的咬合摩擦. 其余 10 种岩石的内摩擦力达到峰值时, 围压在 $(0.408\sim 0.661)Q_0$ 之间、正应力在 $(0.703\sim 0.865)c_0$ 之间, 而相应的剪切强度为 $(0.726\sim 0.744)c_0$, 差别仅为均值 $0.735c_0$ 的 2.4%. 内摩擦力的峰值则变化不大: 白云岩为 $0.364c_0$, 其余在 $0.369c_0\sim 0.389c_0$ 之间, 差别约 4.5%.

倘若黏结力正好在内摩擦力的峰值点通过, 则基于该点的参数 k 并利用式 (5)~ 式 (8), 可确定破裂面倾角 α 和名义摩擦因子 μ 以及主应力差 $\sigma_D = Q_\infty - kR$, 再写出相应的正应力 σ 、剪切强度 τ_S 以及黏结力 c 和内摩擦力 $f = \mu\sigma$, 作极值分析可得到峰值点的参数 k 与强度准则参数的关系

$$Y = \frac{R}{Q_\infty} = \frac{4k + 4 - k^2}{4k(k+1)(k+3) - k^3} \quad (9)$$

给定参数 k 之后, 可逐步求出 σ_D 等各应力量以及 Q_∞ 归一化的数值, 最终求出 K_0 和 Q_0/Q_∞ , 图 8 给出 k 在 0.7~2.0 之间的计算结果以及实际拟合参数. 显然, 黏结力并非精确地从内摩擦力峰值点通过.

图 8 中空符号是 Bunt 砂岩、Darley Dale 砂岩以及粗砂岩基于所有强度确定的指数准则参数, Pottsville 砂岩考虑单轴强度的拟合参数 $K_0=10.8$ 和 $Q_0/Q_\infty=0.168$, 已在图 8 幅面外的右下方. Bunt 砂岩和 Pottsville 砂岩不考虑单轴强度的拟合曲线也更接近理想的剪切破坏状态; 基于 Darley Dale 砂岩以及粗砂岩强度上限的指数准则确定的黏结力与内摩擦力的交点更靠近内摩擦力的峰值点. 此外, Dunham 白云岩的黏结力与内摩擦力曲线的交点稍偏前于后者的峰值点 (图 8), 是仅有的一例.

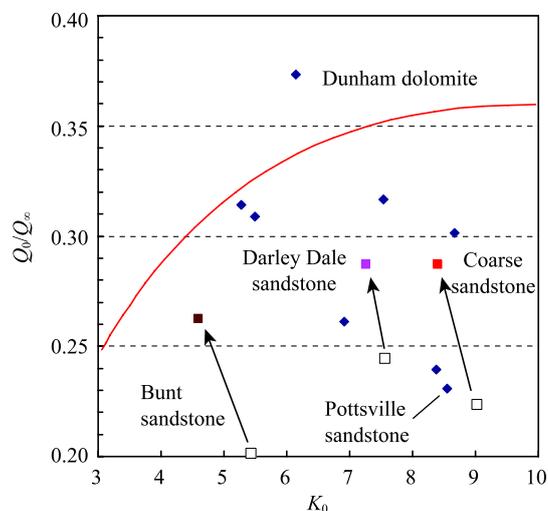


图 8 黏结力通过内摩擦力峰值的参数关系及实际数据

Fig. 8 Relationship of criterion parameters as cohesion and internal friction intersect at the latter peak

文献 [22] 提出指数强度准则时已说明, 不考虑单轴强度而得到的拟合曲线更能体现岩石的剪切破坏特征, 所确定的黏结力在内摩擦力相交处更加靠近后者的峰值. 当然, 黏结力几乎但并不是绝对从内摩擦力的峰值点通过, 而参数变化对两者交点的影响并不敏感. 就此而言, 文献 [23] 称“确定岩石的强度特征需要 3 个独立的参数”仍是成立的. 由于岩石的黏结力与内摩擦力的变化曲线交点尽管略有偏后, 但内摩擦力在峰值附近变化较少, 与黏结力的数值没有差别, 因此两者都是剪切强度之半.

3 岩石的等效摩擦因子

黏结力与内摩擦力只是破裂面承载能力达到临界状时的平均值——该截面实际处于部分摩擦、部分黏结的状态，因而真实的黏结力和摩擦力都要高于 Mohr 准则概念下的名义值 c 和 f 。

3.1 剪切破坏的力学模型

材料的真实黏结力 c_0 与正应力无关，张开部分并不承载正应力，摩擦滑移部分实际承载的正应力并不等于破裂断面的名义值 σ 。但真实黏结力 c_0 较高，即剪断颗粒所需应力较大，因而摩擦滑移断面并不是平面，总会略有起伏而“爬坡”(图 9)。

试样达到轴向承载的峰值应力即强度 σ_s 时，其剪切破裂面可分为黏结材料被剪断的部分 λ_1 、裂隙部分 λ_2 以及未闭合孔隙部分 λ_3 ，三者之和为 1，且材料的真实黏结力 c_0 与正应力无关，Mohr 概念下的黏结力 c 实际上表示了剪断或屈服的面积，即

$$\lambda_1 = c/c_0 = 2c/Q_\infty \quad (10)$$

基于纯剪强度 c^* 估计的岩石原始黏结部分所占比值在 0.072~0.144 之间(表 1)。

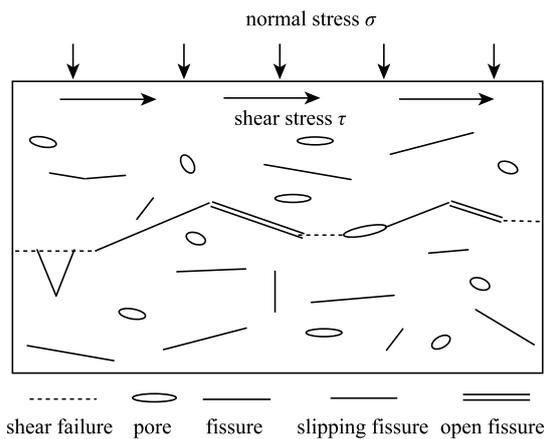


图 9 剪切破裂面局部结构示意图

Fig. 9 Diagram of local structure of shear fracture surface

剪切破裂面产生时，裂隙部分闭合滑移而部分张开引起剪胀^[48]。基于图 9 的模型，若不考虑孔隙所占面积 λ_3 引起的正应力变化，且将非黏结部分作为整体考虑，则摩擦承载的剪应力满足

$$\tau = \sigma \tan(\varphi_0 + i) = \mu^* \sigma \quad (11)$$

式中， μ^* 为裂隙的等效摩擦因子， φ_0 为岩石材料的

基本摩擦角， i 为爬坡角。于是，前述内摩擦力

$$f = \mu \sigma = \lambda_2(\mu^* \sigma) \quad (12)$$

不考虑孔隙所占面积 λ_3 ，则等效摩擦因子

$$\mu^* \approx \frac{\mu}{1 - \lambda_1} = \frac{\mu}{1 - (\tau_s - \mu \sigma)/c_0} \quad (13)$$

整个断面的平均摩擦力即内摩擦力为 f ，并不是作用于整个断面，参数 μ 并不具有真实的物理含义；而单位面积裂隙以摩擦承载的有效摩擦力为

$$f^* = f/(1 - \lambda_1) \quad (14)$$

3.2 黏结和摩擦

有效摩擦力 f^* 已在图 5~图 7 给出，随正应力增大而趋近真实黏结力 c_0 ；在名义黏结力 c 偏离直线处相交(图中箭头处)，此前 f^* 低于 c 。显然，在实际试验范围内试样达到承载极限仍以材料的剪断作为标志。另一方面，正应力较高使多数裂隙承载达到真实黏结力 c_0 后即保持恒定，少量没有闭合的孔隙影响程度增加，计算的 f^* 以及 μ^* 可靠性降低。

白云岩、粗面岩以及 2 种砂岩的名义摩擦因子 μ 、等效摩擦因子 μ^* 及参数 λ_1 随正应力的变化在图 10 和图 11 给出；横坐标正应力以真实黏结力 c_0 归一化。剪切强度 τ_s 也归一化给出，而黏结材料被剪断比例 λ_1 就是黏结力 c 的归一化；两者与图 5~图 7 所示变化完全相同。有效摩擦力 f^* 与此类似，不再给出。

内摩擦因子 μ 随着正应力增大而趋于零；对粗面岩、锦屏砂岩等，在试验围压最高时 μ 已低于 0.3。就此而言，内摩擦因子与材料的摩擦特性并不相符，并不能据此讨论岩石在高应力下的承载和破坏。

白云岩 μ^* 从单轴压缩时 1.222 单调下降至围压 125 MPa 时的 0.711；正应力增大引起的等效摩擦因子下降意味着爬坡角 i 的减小，裂隙滑移分量降低而剪断部分增大。

正应力较低时砂岩的摩擦因子差别显著(图 11)。Bunt 砂岩孔隙率 15%，次圆到圆形的中等粒径石英颗粒嵌在粘粒基质中^[41]，因正应力较低时颗粒之间相对滑移或“爬坡”，其摩擦因子较低；而真实黏结力 c_0 较高，使得裂隙承载能力达到 c_0 所需正应力增大，或摩擦力影响剪切强度的范围较大。

正应力接近 $2c_0$ 即主应力差的极限 Q_∞ 时，黏结部分面积 λ_1 大于 0.9，其后 λ_1 增大偏离直线而变缓；等效摩擦因子 μ^* 已小于 0.5。这意味着许多裂隙承载

达到真实黏结力而不再摩擦滑移;少量滑移裂隙爬坡角近乎消失,其等效摩擦因子趋于光面摩擦的数值.具体情形将在后面予以讨论.

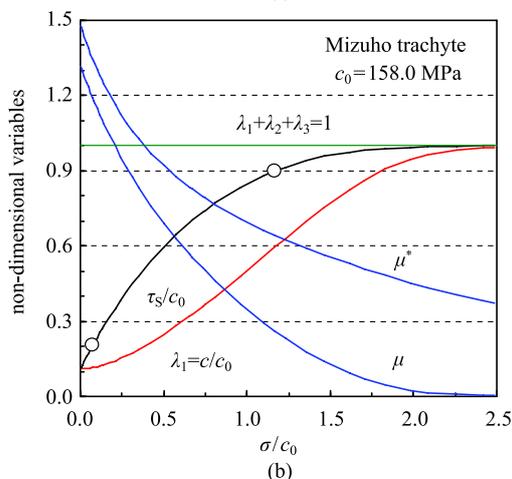
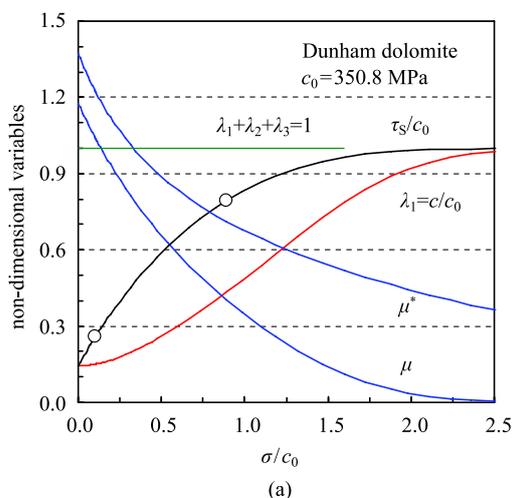


图10 白云岩和粗面岩的黏结和摩擦特性

Fig. 10 Cohesion and friction of the dolomite and trachyte

等效摩擦因子随归一化正应力的变化取决于无量纲参数 Q_0/Q_∞ 和 R/Q_∞ ; 由式(2)~式(4)可得参数

$$Y = \frac{R}{Q_\infty} = \frac{1 - Q_0/Q_\infty}{K_0 - 1} = \frac{1 - \sigma_D/Q_\infty}{k} \quad (15)$$

表明了主应力差随围压增大的程度. 由式(6)、式(7)和式(15)可以得到

$$\frac{\sigma}{c_0} = 2Y \left[\ln \left(1 - \frac{Q_0}{Q_\infty} \right) - \ln(kY) \right] + \frac{2(1 - kY)}{k + 2} \quad (16)$$

$$\frac{\tau_s}{c_0} = \frac{2(1 - kY) \sqrt{k + 1}}{k + 2} \quad (17)$$

以 k 作为参变量, 在给定 Q_0/Q_∞ 和 $Y = R/Q_\infty$ 后以式(16)和式(17)计算正应力和剪切强度, 再代入

式(13)即得到等效摩擦因子 μ^* . 实际计算表明, 参数 Y 恒定时, Q_0/Q_∞ 在 0.2~0.4 范围内的变动对 μ^* 与正应力 σ/c_0 的关系几乎没有影响, 即由参数 Y 所决定.

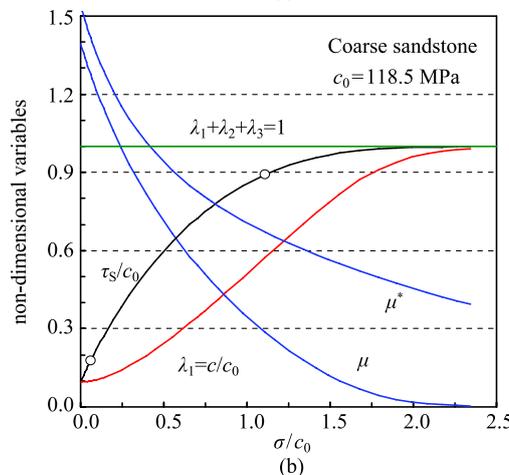
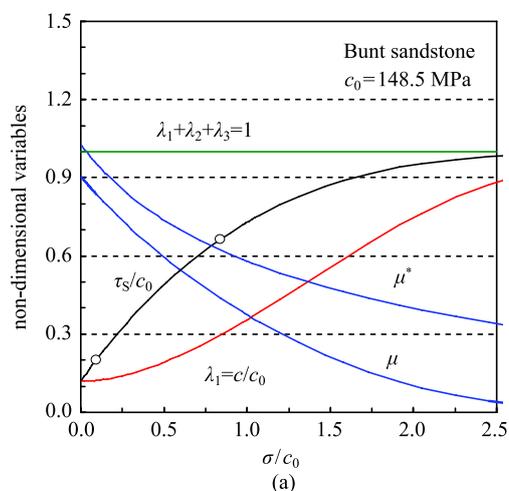


图11 砂岩的黏结和摩擦特性

Fig. 11 Cohesion and friction of sandstones

图12给出所有11种岩石的等效摩擦因子 μ^* 随正应力的变化, 对局部区域放大2倍. 在正应力 σ 以真实黏结力 c_0 归一化之后, 所有岩石的变化特征相似. 正应力较高时孔隙也会逐渐闭合, 岩石之间的差异会减小. 岩石名称依据曲线顺序给出, 岩盐、粗面岩的数据用“o”标出, 与Pottsville砂岩几乎相同.

等效摩擦因子 μ^* 与参数 Y 是负相关. 热损伤的Wombeyan大理岩 $Y=0.0912$ 是最小值, 最大值是Bunt砂岩的 $Y=0.2055$; 而Pottsville砂岩、M. S. 盐岩和Mizuho粗面岩的参数 Y 在 0.1019~0.1045 之间, 差别仅 2.5%. 基于表1中指数强度准则的13组拟合结果, Dunham白云岩的 Q_0/Q_∞ 为 0.373, 其余在 0.223~0.316, 对 μ^* 没有明显影响.

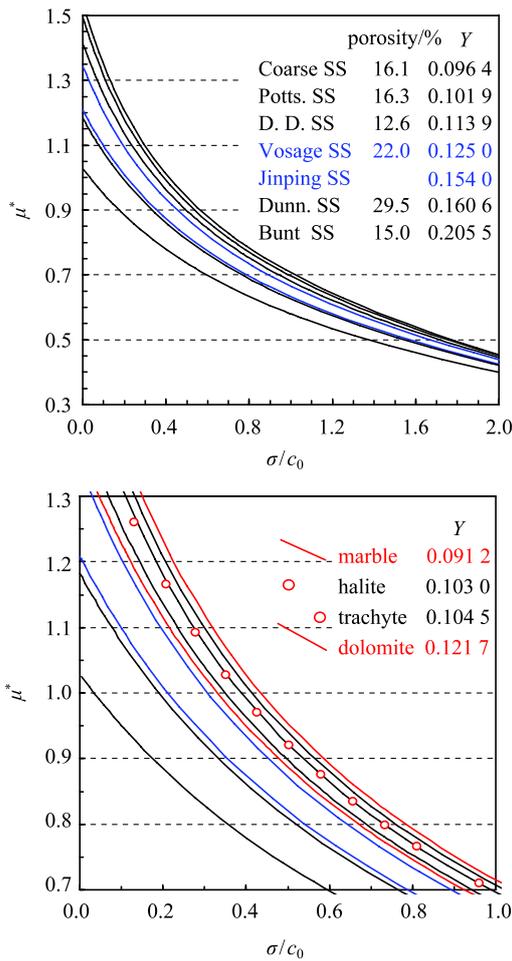


图 12 岩石的等效摩擦系数随正应力的变化关系

Fig. 12 Effect of the normal stress on the equivalent friction factors of eleven rocks

3.3 讨论

岩石断裂面的真实摩擦取决于颗粒爬坡角, 而爬坡角取决于摩擦与剪断的平衡点. 摩擦与正应力相关, 而剪断与真实黏结力相关; 于是, 不同岩石的等效摩擦因子 μ^* 随正应力与真实黏结力之比的变化特征大致相同.

砂岩 (SS) 的孔隙率对 μ^* 没有直接影响. 基于非黏结部分面积计算的 μ^* 随正应力降低, 意味着裂隙滑移的爬坡角减小, 裂隙滑移分量降低而剪断部分增加. 粗砂岩具有最高而 Bunt 砂岩最低的 μ^* , 与“剪切爬坡”机理相协调. 爬坡角取决于正应力与真实黏结力的比值, 这是图 12 所体现的物理背景.

文献 [49] 对抛光岩块进行无外加正应力试验, 4 种岩石表面轮廓最大峰高大于 $10 \mu\text{m}$ 、最大谷深大于 $20 \mu\text{m}$, 静摩擦因子大于 0.8; 4 种岩石峰高小于

$6 \mu\text{m}$ 且谷深小于 $16 \mu\text{m}$, 静摩擦因子为 $0.38 \sim 0.47$. 后者相当于正应力达到 $Q_{\infty}=2c_0$ 时 11 种岩石的等效摩擦因子 (图 12). 据此可以确定岩石的基本摩擦因子在 0.4 左右, 低于 Byerlee 定律中的 0.6.

岩石是非均质材料, 黏结力随位置而变化, 前述参数 c_0 只是基于圆柱试样常规三轴强度确定的平均值. 试样围压下轴向压缩达到峰值承载能力之前, 黏结力较低的材料将剪切屈服或破裂, 转变为裂隙而摩擦承载. 若围压较高破裂面的摩擦承载极限可以超过原来的黏结力, 即材料发生屈服强化; 具有更高黏结力的材料在持续轴向压缩下也将破裂, 岩石内可能产生多组平行的断裂面, 如 X 型节理.

岩石的实际摩擦因子具有确定的下限 μ_0 , 正应力达到 c_0/μ_0 则破裂面不再摩擦滑移, 随着压缩变形增大而产生大量屈服面, 表现为延性特征. 岩石在极高应力状态下摩擦属性将会完全消失, 受控于最大剪切力而屈服破坏.

4 结论

Coulomb 准则以及广义 Hoek-Brown 准则等没有给出主应力差的极限值或材料的真实黏结力, 不能得到图 12 的等效摩擦因子以揭示岩石的剪切承载特征. 指数准则具有力学性质明确的 3 个参数, 能够拟合岩石常规三轴压缩强度与围压的关系, 且以较大偏差凸现异常数据; 据此在莫尔应力空间分析岩石的剪切承载特征, 得到如下认识.

(1) 岩石的黏结力和摩擦力在局部不能同时存在; 材料的真实黏结力与正应力无关, 而裂隙的摩擦承载能力因正应力增加达到真实黏结力后不会滑移, 只是其邻近材料发生剪断.

(2) 无量纲参数 Y 控制了岩石的真实摩擦特性; 基于非黏结部分面积计算的等效摩擦因子随正应力降低, 意味着裂隙滑移的爬坡角减小. 爬坡角取决于正应力与真实黏结力的比值.

(3) 名义黏结力随正应力单调增大, 表明原有裂隙承载能力逐步达到真实黏结力而不再滑移, 引起完好材料剪断面积的增大; 内摩擦力在围压达到单轴强度 50% 左右出现峰值, 且与黏结力正好相等, 意味着脆延性转换的开始.

(4) 正应力达到岩石的主应力差极限值时, 等效摩擦因子与光面岩块的静摩擦因子相当; 岩石的基本摩擦因子大约为 0.4.

参 考 文 献

- 1 陈颢, 黄庭芳, 刘恩儒. 岩石物理学. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2009: 1-17, 160-162 (Chen Yong, Wong Tengfong, Liu Enru. Rock Physics. Hefei: Press of University of Science and Technology of China, 2009: 1-17, 160-162 (in Chinese))
- 2 尤明庆. 完整岩石的强度和强度准则. 复旦大学学报 (自然科学版), 2013, 52(5): 569-582 (You Mingqing. Strength and strength criteria for intact rocks. *Journal of Fudan University (Natural Science)*, 2013, 52(5): 569-582 (in Chinese))
- 3 Mogi K. Experimental Rock Mechanics. London: Taylor & Francis, 2007: 36-37, 83-110, 307-320
- 4 Haimson B. Consistent trends in the true triaxial strength and deformability of cores extracted from ICDP deep scientific holes on three continents. *Tectonophysics*, 2011, 503(1-2): 45-51
- 5 Li X, Shi L, Bai B, et al. True-triaxial testing techniques of rocks—state of the art and future perspectives//Kwasniewski M, Li X, Takahashi M (eds). True Triaxial Testing of Rocks. London: CRC Press, 2012: 3-18
- 6 万征, 秋仁东, 郭金雪. 岩土的一种强度准则及其变换应力法. 力学学报, 2017, 49(3): 726-740 (Wan Zheng, Qiu Rendong, Guo Jinxue. A kind of strength and yield criterion for geomaterials and its transformation stress method. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(3): 726-740 (in Chinese))
- 7 Gu JF, Chen PH. A failure criterion for isotropic materials based on Mohr's failure plane theory. *Mechanics Research Communications*, 2018, 87(1): 1-6
- 8 Labuz JF, Zeng FT, Makhnenko R, et al. Brittle failure of rock: A review and general linear criterion. *Journal of Structural Geology*, 2018, 112: 7-28
- 9 尤明庆. 端部效应对岩石真三轴压缩强度的影响. 岩石力学与工程学报, 2016, 35(S1): 2 603-2 607 (You Mingqing. End effects on strengths of rocks under true triaxial compression. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2016, 35(S1): 2603-2607 (in Chinese))
- 10 范鹏贤, 李颖, 赵跃堂等. 茂木式真三轴试验机的端部摩擦效应. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(11): 2720-2730 (Fan Pengxian, Li Ying, Zhao Yuetang, et al. End friction effect of Mogi type of true-triaxial test apparatus. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2017, 36(11): 2720-2730 (in Chinese))
- 11 Brady BHG, Brown ET. Rock Mechanics for Underground Mining. Netherlands: Springer, 2004: 105-107
- 12 Jaeger JC, Cook NGW, Zimmerman RW. Fundamentals of Rock Mechanics. New York: Wiley-Blackwell, 2007: 90-95
- 13 von Karman T. Festigkeitsversuche unter allseitigem Druck. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, 1911, 55(42): 1749-1757
- 14 Sinha S, Walton G. A progressive S-shaped yield criterion and its application to rock pillar behavior. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2018, 105: 98-109
- 15 Bineshian H, Ghainian A, Bineshian Z. Comprehensive compressive-tensile strength criterion for intact rock. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical*, 2012, 4(2): 140-148
- 16 You M. Comparison of the accuracy of some conventional triaxial strength criteria for intact rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2011, 48(5): 852-863
- 17 Paterson MS, Wong TF. Experimental Rock Deformation—the Brittle Field. Netherlands: Springer, 2004: 211-232
- 18 Handin J. On the Coulomb-Mohr failure criterion. *Journal of Geophysical Research*, 1969, 74(22): 5343-5350
- 19 Mogi K. On the pressure dependence of strength of rocks and the Coulomb fracture criterion. *Tectonophysics*, 1974, 21(3): 273-285
- 20 Savage JC, Byerlee JD, Lockner DA. Is internal friction friction? *Geophysical Research Letter*, 1996, 23(5): 487-490
- 21 尤明庆. 基于粘结和摩擦特性的岩石变形与破坏的研究. 地质力学学报, 2005, 11(3): 286-292 (You Mingqing. Study of deformation and failure of rock based on properties of cohesion and friction. *Journal of Geomechanics*, 2005, 11(3): 286-292 (in Chinese))
- 22 You M. True-triaxial strength criteria for rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2009, 46(1): 115-127
- 23 You M. Three independent parameters to describe conventional triaxial compression strength of intact rocks. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2010, 2 (4): 350-356
- 24 关成尧, 赵国春, 白相东等. 断层力学科学范畴、发展脉络评论及未来发展思考. 地质力学学报, 2018, 24(4): 555-586 (Guan Chengyao, Zhao Guochun, Bai Xiangdong, et al. Review of category and development context of fault mechanics. *Journal of Geomechanics*, 2018, 24(4): 555-586 (in Chinese))
- 25 Ibañez JP, Hatzor YH. Rapid sliding and friction degradation: Lessons from the catastrophic Vajont landslide. *Engineering Geology*, 2018, 244: 96-106
- 26 Byerlee JD. The frictional characteristics of Westerly granite. [PhD Thesis]. USA: Massachusetts Institute of Technology, 1966
- 27 Xu SQ, Fukuyama E, Yamashita F, et al. Strain rate effect on fault slip and rupture evolution: Insight from meter-scale rock friction experiments. *Tectonophysics*, 2018, 733: 209-231
- 28 Byerlee JD. Friction of rock. *Pure and Applied Geophysics*, 1978, 116: 615-626
- 29 陶振宇, 陈铁民. 岩石的基本摩擦角及高压摩擦特性. 科学通报, 1991 (20): 1567-1569 (Tao Zhenyu, Chen Tiemin. Basic friction angle of rock and friction property under high pressure. *Science Bulletin of China*, 1991(20): 1567-1569 (in Chinese))
- 30 张磊, 刘保国. 考虑抗拉强度的岩石强度准则对比分析. 工程力学, 2016, 33(11): 201-207 (Zhang Lei, Liu Baoguo. A comparison study of rock strength criteria considering tensile strength. *Engineering Mechanics*, 2016, 33(11): 201-207 (in Chinese))
- 31 Zhang Q, Li C, Quan X, et al. New true-triaxial rock strength criteria considering intrinsic material characteristics. *Acta Mechanica Sinica*, 2018, 34(1): 130-142
- 32 You M. Comparison of two true-triaxial strength criteria. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2012, 54: 114-124
- 33 尤明庆. 常规三轴压缩的端部效应及花岗岩强度的研究. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(S1): 3160-3168 (You Mingqing. Study on ends effect in conventional triaxial compression test and the strengths property of granites. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2018, 37(S1): 3160-3168 (in Chinese))
- 34 尤明庆. 围压对岩石试样强度的影响及离散性. 岩石力学与工

- 程学报, 2014, 33(5): 929-937 (You Mingqing. Study on effect of confining pressure on strength and the scatter of rock specimens. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2014, 33(5): 929-937 (in Chinese))
- 35 Rosengren KJ, Jaeger JC. The mechanical properties of an interlocked low-porosity aggregate. *Geotechnique*, 1968, 18(3): 317-326
- 36 尤明庆. 岩石损伤、黏结和摩擦特性的研究. 岩土工程学报, 2019, 41(3): 554-560 (You Mingqing. Study on the properties of damage, cohesion and friction for rocks. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, 41(3): 554-560 (in Chinese))
- 37 Sriapai T. True triaxial compressive strengths of Maha Sarakham rock salt. [Master Thesis]. Thailand: Suranaree University of Technology, 2010: 33-36
- 38 Bésuelle P, Desrues J, Raynaud S. Experimental characterisation of the localization phenomenon inside a Vosges sandstone in a triaxial cell. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2000, 37(8): 1223-1237
- 39 Fang Z, Harrison JP. A mechanical degradation index for rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2001, 38(8): 1193-1199
- 40 汪斌, 朱杰兵, 邬爱清等. 高应力下岩石非线性强度特性的试验验证. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(3): 542-548 (Wang Bin, Zhu Jiebing, Wu Aiqing, et al. Experimental validation of nonlinear strength property of rock under high geostress. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2010, 29(3): 542-548 (in Chinese))
- 41 Gowd TN, Rummel F. Effect of confining pressure on the fracture behavior of a porous rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1980, 17 (2): 225-229
- 42 Schwartz AE. Failure of rock in the triaxial shear test//Proceedings of the 6th US Symposium on Rock Mechanics. Rolla, Missouri, 1964: 109-151
- 43 Franklin JA, Hoek E. Development in triaxial testing technique. *Rock Mechanics*, 1970, 2(4): 223-228
- 44 张顶立. 隧道及地下工程的基本问题及其研究进展. 力学学报, 2017, 49(1): 3-21 (Zhang Dingli. Essential issues and their research progress in tunnel and underground engineering. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(1): 3-21 (in Chinese))
- 45 王启智, 李炼, 吴礼舟等. 改进巴西试验: 从平台巴西圆盘到切口巴西圆盘. 力学学报, 2017, 49(4): 793-801 (Wang Qizhi, Li Lian, Wu Lizhou, et al. Improvement of Brazilian test: From flattened Brazilian disc to grooved Brazilian disc. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(4): 793-801 (in Chinese))
- 46 Carter BJ, Duncan SEJ, Lajtai EZ. Fitting strength criteria to intact rock. *Geotechnical and Geological Engineering*, 1991, 9(1): 73-81
- 47 Folta BL. Strength testing under multi-axial stress states. [Master Thesis]. USA: The University of Minnesota, 2016: 42-43
- 48 Mas D, Chemenda AI. An experimentally constrained constitutive model for geomaterials with simple friction-dilatancy relation in brittle to ductile domains. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2015, 77: 257-264
- 49 韩文梅, 康天合. 微凸体对抛光岩石表面静摩擦系数影响试验研究. 岩土力学, 2013, 34(3): 674-578 (Han Wenmei, Kang Tianhe. Experimental study of influence of asperity on static friction coefficient for polished rock surface. *Rock and Soil Mechanics*, 2013, 34(3): 674-578 (in Chinese))