

浸没边界-简化热格子 Boltzmann 方法 研究及其应用¹⁾

李桥忠* 陈木凤^{†,2)} 李游^{*,3)} 牛小东^{*,4)} Adnan Khan*

* (汕头大学工学院机械电子工程系, 广东汕头 515063)

[†] (龙岩学院物理与机电工程学院, 福建龙岩 364012)

摘要 针对流固耦合传热问题, 本文提出了一种基于浸没边界-简化热格子玻尔兹曼方法 (immersed boundary method – simplified thermal lattice Boltzmann method, IB-STLBM) 的耦合模型. 不同于传统的格子玻尔兹曼方法使用分布函数演化流场和温度场, 简化热格子玻尔兹曼方法 (simplified thermal lattice Boltzmann method, STLBM) 的演化过程不需要依赖分布函数, 只涉及平衡态分布函数和非平衡态分布函数, 能够直接演化宏观量, 极大减小了计算过程中所占用的虚拟内存, 简化了边界条件的实现方式, 同时具有较高的稳定性. 传统的浸没边界法对流场的计算采用欧拉网格, 对固体边界采用拉格朗日网格, 认为固体边界是对流场产生某种体积力. 在应用浸没边界法时, 汲取介观的思想, 把固体的介入看作是对流场的干扰, 打破了固体附近流体介观微团颗粒原始的平衡状态, 这种干扰可以看作是在耦合边界上产生的一个非平衡项, 可用非平衡态分布函数来表示. 基于此, 在模型中浸没边界法与简化热格子玻尔兹曼方法更紧密联系在一起, 更大程度发挥二者的优点, 整个计算过程更加简单直观, 符合物理特性. 通过对热圆柱绕流和内含热颗粒的封闭方腔自然对流问题的模拟以及对其结果的分析, 验证了该算法在求解流固耦合传热问题的有效性和可行性.

关键词 简化热格子 Boltzmann 方法, 浸没边界法, 流固耦合传热, 自然对流

中图分类号: O359.1 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-18-278

IMMERSED BOUNDARY-SIMPLIFIED THERMAL LATTICE BOLTZMANN METHOD FOR FLUID-STRUCTURE INTERACTION PROBLEM WITH HEAT TRANSFER AND ITS APPLICATION¹⁾

Li Qiaozhong* Chen Mufeng^{†,2)} Li You^{*,3)} Niu Xiaodong^{*,4)} Adnan Khan*

* (College of Engineering, Shantou University Shantou, Shantou 515063, Guangdong, China)

[†] (College of Electromechanic Engineering, Longyan University, Longyan 364012, Fujian, China)

Abstract An Immersed boundary-simplified thermal lattice Boltzmann method (IB-STLBM) for fluid-structure interaction problem with heat transfer is developed in this work. In the IB-STLBM, an effective simplified thermal lattice

2018-08-24 收稿, 2018-11-07 录用, 2018-11-07 网络版发表.

1) 国家自然科学基金资助项目 (11372168, 11772179).

2) 陈木凤, 讲师, 主要研究方向: 流固耦合传热, 磁流体力学. E-mail: 903194866@qq.com

3) 李游, 博士, 主要研究方向: 计算流体力学. E-mail: 16yli10@stu.edu.cn

4) 牛小东, 教授, 主要研究方向: LBM, 计算和实验流体力学. E-mail: xdniu@stu.edu.cn

引用格式: 李桥忠, 陈木凤, 李游, 牛小东, Adnan Khan. 浸没边界-简化热格子 Boltzmann 方法研究及其应用. 力学学报, 2019, 51(2): 392-404
Li Qiaozhong, Chen Mufeng, Li You, Niu Xiaodong, Adnan Khan. Immersed boundary-simplified thermal lattice Boltzmann method for fluid-structure interaction problem with heat transfer and its application. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(2): 392-404

Boltzmann method without the evolution of distribution is used for the intermediate flow field. Different from the standard thermal lattice Boltzmann method, STLBM directly updates the macroscopic variables instead of the distribution functions, which offers several distinct benefits: lower cost in virtual memories, simpler implementation of physical boundary condition and higher numerical stability. In addition, from the mesoscopic view, the existence of solid boundary in the field is considered as an interference of system, which breaks the original equilibrium state of fluid particle, and a non-equilibrium state occurs on the fluid-structure interaction physics boundary. On this basis, in the present IB-STLBM, fluid-structural interaction duo to Immersed boundary appearance in the fluid can be expressed by the non-equilibrium distribution function, which is calculated by the popular non-equilibrium bounce-back boundary condition of the LBM. Hence, the solution procedure of present IB-STLBM can satisfy the non-slip boundary by a simpler way. Numerical experiments for the forced convection over a stationary heated circular cylinder and natural convection in a square cavity with a circle particle are presented to verify the stability, the capability and the flexibility of IB-STLBM for fluid-structure interaction problem with heat transfer. In the case of a stationary heated circular cylinder, quantitative and qualitative comparisons are carried out with previous study. The results of the drag coefficient and the average Nusselt numbers on the cylinder are in accordance with the results of previous study. From the case of natural convection in a square cavity with a circle particle, some interesting phenomena can be found. First, the temperature field is clearly stirred by the suspended particle. Second, the temporal trajectories of the particle exhibited regular changes. Third, the particle enhances heat transfer and the average Nusselt numbers periodically oscillate with time.

Key words LBM, IBM, fluid-structure interaction, natural convection

引言

流固耦合传热问题是流体力学领域研究者关注的热点,并广泛存在于生活和工业中^[1-4].在研究流固耦合传热问题时,如何高效处理流体和固体耦合界面是一个关键节点.在实际的应用中,物体的外形结构往往十分复杂,传统的计算方法大多采用的是贴体网格,需要花费大量的计算用于捕捉物体的形状.虽然合理的网格设计以及生成高质量的网格等技术可以从某种程度上简化边界网格的生成过程,但是对于移动边界仍需要花费大量的计算进行网格重构.为了克服这一障碍,一种简洁高效的流固耦合边界处理方法——浸没边界法(immersed boundary method, IBM)应运而生^[5-6].

浸没边界法最初是由 Peskin 等^[5-6]提出的,并成功应用于模拟心脏内的血液流. IBM 中,流场的计算采用欧拉网格,固体边界采用拉格朗日网格,其核心思想是把流固边界之间的干扰描述成一种体积力,并采用插值的方法得到流场与固体边界相互影响的信息. IBM 不但适用于任意形状边界,而且在追踪动边界时不需要实时对复杂的边界进行网格重构,极大简化了网格处理方式.格子玻尔兹曼方法(lattice Boltzmann method, LBM)是一种基于介观思想发展而来的方法,通过简单的迁移和碰撞模型

实现对流体复杂运动的模拟,具有物理意义清晰、程序易于实施与并行、边界处理简单等优点^[7]. IBM 简洁高效的边界处理方式及其使用欧拉节点来模拟流场等特性,使得 IBM 与 LBM 具有天然的亲和性^[8-11]. Feng 等^[8-9]首先把 IBM 与 LBM 结合起来并成功应用于流固耦合模拟,先后提出惩罚力 IB-LBM 耦合模型^[8]和直接力 IB-LBM 耦合模型^[9]. IBM 和 LBM 的耦合模型兼具两种方法的优点,使二者优势互补, LBM 发挥了处理流场时的简洁高效特点,同时 IBM 处理边界的优势弥补 LBM 在这一方面上的缺陷^[10-11].

IB-LBM 耦合模型不断改进与发展,并在等温流动领域取得很好成效,但在实际的问题中,流体流动伴随着温度或是能量的转移过程.对热流动问题的研究,推动了浸没边界法与热格子玻尔兹曼方法(thermal lattice Boltzmann method, TLBM)^[12-13]耦合模型的发展,并成功应用在颗粒流、自然对流、强制对流和混合对流等问题^[14-18]上. IBM 和 TLBM 的耦合模型虽然具有许多优良特性,但是缺陷也同样伴随着 TLBM 存在.在现有的 IB-TLBM 耦合模型中,大都是基于耦合双分布函数 TLBM 模型发展而来.耦合双分布函数 TLBM 模型采用两个分布函数分别模拟速度场和温度场,在数值模拟中具有较高的稳定性,但是在迁移和碰撞步中都需要储存分布

函数,这就导致在计算的过程中会占用大量的虚拟内存;同时,边界条件的实现也需要依靠分布函数来转化,使得边界条件的处理变得更加复杂.鉴于传统 TLBM 所存在的这些不足,Chen 等^[19]最近提出一种简化的热格子玻尔兹曼方法 (STLBM).在 STLBM 中,通过把控制方程的解在 LBM 的框架内进行重构,使得整个计算过程不再依赖分布函数,直接演化宏观量,从根本上改进了 LBM,极大地减小了计算过程所占用的虚拟内存,简化了边界条件的实现方式.再者,通过 Neumann 稳定性分析,证明 STLBM 比传统 LBM 具有更高的稳定性^[19].

基于对以上的研究分析,本文提出一种基于浸没边界法和简化热格子玻尔兹曼方法 (IB-STLBM) 的耦合模型对流固耦合传热机制进行探究.在 IB-STLBM 中,STLBM 应用于流场和温度场的计算. STLBM 在计算中只涉及平衡态分布函数和非平衡态分布函数(通过两个时间步上的平衡分布函数计算),整个计算过程直接对宏观量进行演化,故而只需要少量虚拟内存来储存宏观量,并且宏观边界条件也直接通过宏观量实现.同时,在处理浸没边界时,借鉴 LBM 的介观思想,把流场中的固体视为某种外部干扰项,干扰项的存在使得固体边界附近流体微团偏离了原来的平衡状态,而这一干扰项可以用一个非平衡分布函数来描述.依据这一思想,IBM 的具体过程为:首先把流场和温度场的平衡态分布函数通过狄拉克函数插值到拉格朗日点上,再根据固体边界条件求出边界上的平衡态分布函数,接着通过反弹原理求出非平衡项,最后再把非平衡项分配到流场计算的欧拉网络上,修正固体边界.这样,在修正流固边界时也只是涉及平衡态分布函数和非平衡态分布函数,延续了 IBM 与 STLBM 的优越性,同时在介观层面上描述了流固界面的相互影响,具有清晰的物理含义.与传统的 IB-LBM 模型相比,本文所提出的 IB-STLBM 耦合模型具有更高的稳定性,适用于任意形状边界,极大减小了计算过程中对虚拟内存的占用,使计算过程更加简洁直观.

1 简化热格子玻尔兹曼方法

1.1 热格子玻尔兹曼方法

基于 BGK 近似的一般不可压热格子玻尔兹曼模型的演化方程如下^[13,20]

$$f_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{e}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = f_\alpha(\mathbf{x}, t) +$$

$$\frac{f_\alpha^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t) - f_\alpha(\mathbf{x}, t)}{\tau_f} \quad (1a)$$

$$g_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{e}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = g_\alpha(\mathbf{x}, t) + \frac{g_\alpha^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t) - g_\alpha(\mathbf{x}, t)}{\tau_g} \quad (1b)$$

其中, f_α 和 g_α 分别代表在 α 方向上的密度分布函数和温度分布函数, f_α^{eq} 和 g_α^{eq} 代表其平衡态分布函数, Δt 是迁移时间步长, τ_f 和 τ_g 分别是与运动粘度和热扩散系数相关的松弛系数, \mathbf{e}_α 为格子离散速度,在 D2Q9 模型中,离散格子速度被定义为^[21]

$$\mathbf{e}_\alpha \begin{cases} (0, 0), & \alpha = 0 \\ (\pm 1, 0), (0, \pm 1), & \alpha = 1, 2, 3, 4 \\ (\pm 1, \pm 1), & \alpha = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (2)$$

平衡态分布函数定义为

$$f_\alpha^{\text{eq}} = \omega_\alpha \rho \left[1 + \frac{\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{|\mathbf{u}|^2}{2c_s^2} \right] \quad (3a)$$

$$g_\alpha^{\text{eq}} = \omega_\alpha T \left[1 + \frac{\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{|\mathbf{u}|^2}{2c_s^2} \right] \quad (3b)$$

上式中, ρ 、 \mathbf{u} 和 T 分别代表流体密度, 速度和温度; c_s 为 LBM 中的声速^[21]; ω_α 是权系数, 在 D2Q9 模型中 $\omega_0 = 4/9$, $\omega_{1-4} = 1/9$, $\omega_{5-8} = 1/36$; 在 LBM 中, 密度、速度和温度等宏观量根据分布函数求出, 具体关系如下

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^N f_\alpha^{\text{eq}}, \quad T = \sum_{\alpha=0}^N g_\alpha^{\text{eq}}, \quad \rho \mathbf{u} = \sum_{\alpha=0}^N \mathbf{e}_\alpha f_\alpha^{\text{eq}} \quad (4)$$

在 LBM 中, Chapman-Enskog 多尺度分析构建起连接 LB 方程和宏观控制方程的桥梁. 通过 Chapman-Enskog 多尺度分析, LBM 可以恢复到宏观控制方程^[19]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\sum_{\alpha} \mathbf{e}_\alpha f_\alpha^{\text{eq}} \right) = 0 \quad (5a)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \sum_{\alpha} (\mathbf{e}_\alpha)_\chi (\mathbf{e}_\alpha)_\gamma \left[f_\alpha^{\text{eq}} \left(1 - \frac{1}{2\tau_f} \right) f_\alpha^{\text{neq}} \right] = \mathbf{0} \quad (5b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \sum_{\alpha} \mathbf{e}_\alpha \left[g_\alpha^{\text{eq}} + \left(1 - \frac{1}{2\tau_g} \right) g_\alpha^{\text{neq}} \right] = 0 \quad (5c)$$

其中, $(\mathbf{e}_\alpha)_\chi$ 和 $(\mathbf{e}_\alpha)_\gamma$ 分别代表在 χ 和 γ 方向上的格子速度, f_α^{neq} 和 g_α^{neq} 分别是流场和温度场的非平衡分布函数. 与此同时, 通过 Chapman-Enskog 分析, 可以得出非平衡分布函数和平衡态分布函数之间的联系^[19,22]

$$f_\alpha^{\text{neq}} = f_\alpha - f_\alpha^{\text{eq}} = -\tau_f \Delta t \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{e}_\alpha \cdot \nabla \right) f_\alpha^{\text{eq}} \quad (6a)$$

$$g_\alpha^{\text{neq}} = g_\alpha - g_\alpha^{\text{eq}} = -\tau_g \Delta t \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{e}_\alpha \cdot \nabla \right) g_\alpha^{\text{eq}} \quad (6b)$$

根据动量和能量守恒原则, 非平衡分布函数满足以下方程

$$\sum_{\alpha} f_{\alpha}^{\text{neq}} = 0, \quad \sum_{\alpha} \mathbf{e}_{\alpha} f_{\alpha}^{\text{neq}} = \mathbf{0}, \quad \sum_{\alpha} g_{\alpha}^{\text{neq}} = 0 \quad (7)$$

1.2 简化热格子玻尔兹曼方法 (STLBM)

传统的热格子玻尔兹曼方法集成了标准 LBM 特性, 但其缺陷也是明显的. 首先, 传统的热格子玻尔兹曼方法在计算的过程中需要消耗大量的虚拟内存. 无论是在迁移还是碰撞步中, 每个节点上所有方向的分布函数都需要分别储存起来. 例如, 在 D2Q9 模型中, 需要在迁移和碰撞步中分别储存每个格子 9 个方向上的分布函数值, 这就造成了 LBM 在模拟的过程中对虚拟内存有着较高的要求, 特别是对于三维问题或是多组分多相流问题. 其次, 如何处理宏观边界也是传统热格子玻尔兹曼方法所面临的一个重要问题. 在传统的热格子玻尔兹曼方法中, 内部流场中每个格子节点上的分布函数可在计算的过程中直接得出, 但是四周边界点上向内的分布函数是不能由演化过程直接得出, 而下一步的计算必须在边界上的分布函数确定之后才能够顺利进行, 所以需要先处理边界上未知的分布函数. 同时, 物理边界条件的实现需要依靠分布函数边界条件的转化. 因此, 边界分布函数的处理在 LBM 方法中是一个不可避免的问题, 并会严重影响计算的稳定性和精度.

为了克服这些缺点, Chen 等^[19]提出了一种简化的热格子玻尔兹曼方法. 此方法是通过重构基于 LB 方程恢复的宏观控制方程的解得到的, 并且通过 predictor-corrector 两个步骤进行求解, 整个计算过程不需要依赖于分布函数, 直接演化宏观量. 基于格子特性以及 Chapman-Enskog 分析所给出的关系, 简化热格子玻尔兹曼方法的方程如下^[19].

预测步骤

$$\rho^* = \sum_{\alpha} f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x} - \mathbf{e}_{\alpha}\Delta t, t - \Delta t) \quad (8a)$$

$$\rho^* \mathbf{u}^* = \sum_{\alpha} \mathbf{e}_{\alpha} f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x} - \mathbf{e}_{\alpha}\Delta t, t - \Delta t) \quad (8b)$$

$$T^* = \sum_{\alpha} g_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x} - \mathbf{e}_{\alpha}\Delta t, t - \Delta t) \quad (8c)$$

校正步骤

$$\rho = \rho^* \quad (9a)$$

$$\rho \mathbf{u} = \rho^* \mathbf{u}^* + \left(1 - \frac{1}{\tau_f}\right) \sum_{\alpha} \mathbf{e}_{\alpha} f_{\alpha}^{\text{neq}}(\mathbf{x} - \mathbf{e}_{\alpha}\Delta t, t) + \mathbf{F}_E \Delta t \quad (9b)$$

$$T = T^* + \left(1 - \frac{1}{\tau_g}\right) \sum_{\alpha} g_{\alpha}^{\text{neq}}(\mathbf{x} - \mathbf{e}_{\alpha}\Delta t, t) \quad (9c)$$

其中非平衡分布函数的计算表达式为^[19,22-23]

$$f_{\alpha}^{\text{neq}}(\mathbf{x}, t) = -\tau_f \Delta t \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{e}_{\alpha} \cdot \nabla \right) f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t) - \tau_f [f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t) - f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x} - \mathbf{e}_{\alpha}\Delta t, t - \Delta t)] \quad (10a)$$

$$g_{\alpha}^{\text{neq}}(\mathbf{x}, t) = -\tau_g \Delta t \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{e}_{\alpha} \cdot \nabla \right) g_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t) - \tau_g [g_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t) - g_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x} - \mathbf{e}_{\alpha}\Delta t, t - \Delta t)] \quad (10b)$$

其中当前时刻的平衡态分布函数是由预测步中的宏观量计算得到. 基于 Boussinesq 近似, 外力项 \mathbf{F}_E 近似为与温度有关的浮力^[24]

$$\mathbf{F}_E = \begin{pmatrix} 0 \\ -\rho g \beta (T - T_0) \end{pmatrix} \quad (11)$$

其中, β 为热膨胀系数, g 代表重力加速度, T_0 是参考温度.

显然, 从以上方程中可知, 在 STLBM 计算过程中只涉及平衡态分布函数和非平衡态分布函数. 平衡态分布函数是由宏观量直接计算, 同时非平衡分布函数又是通过两个平衡分布函数在不同位置和时间水平上相减得到. 基于此, STLBM 的演化过程直接与宏观量相关联, 使得 STLBM 具有许多优良特性^[19]. 其一, 在计算的过程中直接对宏观量进行演化, 分布函数不复存在, 所以只需要储存宏观量, 极大减小了对虚拟内存的占用. 其二, 边界条件也可以直接实现, 不需要经过分布函数的转化. 其三, 经过纽曼稳定性分析, STLBM 具有无条件稳定性. 基于 STLBM 的优良特性, 在本文中采用 STLBM 来计算流场和热场中的宏观量.

1.3 浸没边界法

浸没边界的基本思想是利用某种体积力来模拟流场中边界对周围流体产生的影响, 把边界作为某种力源项来处理, 使复杂边界的处理变得简单. 对于流场中的传热问题, 基于 IBM 的控制方程如下

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (12a)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\rho \nu (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)] + \mathbf{f} \quad (12b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (Tu) = \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + q \quad (12c)$$

其中, f 表示浸没边界作用在流场上的力密度, q 表示浸没边界上的热源作用在流场上的热密度, 可通过以下公式求出

$$f(\mathbf{x}, t) = \int_{\Gamma} F(\mathbf{X}_l, t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}_l) ds_l \quad (13a)$$

$$q(\mathbf{x}, t) = \int_{\Gamma} Q(\mathbf{X}_l, t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}_l) ds_l \quad (13b)$$

式中, \mathbf{x}, \mathbf{X}_l 分别代表欧拉点和拉格朗日点, $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}_l)$ 是联系流场和浸没边界的狄拉克函数, $F(\mathbf{X}_l, t)$ 为浸没边界的力密度, $Q(\mathbf{X}_l, t)$ 是浸没边界的热通量. 通过对方程 (13) 进行离散, 可得到其离散格式

$$f(\mathbf{x}, t) = \sum_{i,j} F(\mathbf{X}_l, t) D(\mathbf{x} - \mathbf{X}_l) \Delta s_l \quad (14a)$$

$$q(\mathbf{x}, t) = \sum_{i,j} Q(\mathbf{X}_l, t) D(\mathbf{x} - \mathbf{X}_l) \Delta s_l \quad (14b)$$

其中, $D(\mathbf{x} - \mathbf{X}_l)$ 是一个逼近狄拉克函数的脉冲函数 [25]

$$D(\mathbf{x} - \mathbf{X}_l) = \frac{1}{h^2} \delta_h \left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{X}_l}{h} \right) \delta_h \left(\frac{\mathbf{y} - \mathbf{X}_l}{h} \right) \quad (15)$$

$$\delta(b) = \begin{cases} 0.25[1 + \cos(0.5\pi b)], & |b| < 2 \\ 0, & \text{others} \end{cases} \quad (16)$$

式中 $h = dx$.

以上就是浸没边界法的主要计算流程, 从中可知 IBM 的核心就是计算力密度和热通量. 在求解力密度的研究中, Niu 等 [26] 提出了一种简单易行的基于动量交换 IB-LBM, 把介观思想引入到 IBM 中. 在此方法中, 首先把流场中的分布函数通过狄拉克函数插值获得浸没边界上的分布函数, 再利用“反弹”的方式获得新的满足无滑移边界条件的密度分布函数, 然后基于动量交换原理求出浸没边界上力密度, 最后利用式 (14a) 求出欧拉网格上的力密度. 基于 Niu 等 [26] 的工作, Chen 等 [27-29] 提出了一种基于分布函数修正的浸没边界格子玻尔兹曼方法. 在 Chen 等 [28] 的方法中, 用分布函数的非平衡项求解流固耦合作用, 使整个演化的过程中与分布函数相结合, 很好地保留了 LBM 的介观特性, 同时又满足无滑移边界条件. 基于以上工作, 本文提出一种基于平衡态分布函数修正的 IB-STLBM, 具体细则将会在下一章中说明.

2 简化热格子玻尔兹曼方法和浸没边界法的耦合模型

2.1 基于平衡态分布函数修正的 IB-STLBM 的框架

在 1.3 部分, 式 (12a)~ 式 (12c) 给出基于浸没边界力密度的宏观控制方程. 采用分步法 (fractional step technique) [30-34], 式 (12a)~ 式 (12c) 可在 predictor-corrector-IB corrector 方案内进行重构.

预测步骤

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\sum_{\alpha} \mathbf{e}_{\alpha} f_{\alpha}^{\text{eq}} \right) = 0 \quad (17a)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\sum_{\alpha} (\mathbf{e}_{\alpha})_{\beta} (\mathbf{e}_{\alpha})_{\beta} f_{\alpha}^{\text{eq}} + \frac{1}{2\tau_f} \sum_{\alpha} (\mathbf{e}_{\alpha})_{\beta} (\mathbf{e}_{\alpha})_{\beta} f_{\alpha}^{\text{neq}} \right] = \mathbf{0} \quad (17b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\sum_{\alpha} \mathbf{e}_{\alpha} g_{\alpha}^{\text{eq}} + \frac{1}{2\tau_g} \sum_{\alpha} \mathbf{e}_{\alpha} g_{\alpha}^{\text{neq}} \right) = 0 \quad (17c)$$

校正步骤

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (18a)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{f} \quad (18b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = q \quad (18c)$$

对以上控制方程进行求解, 并在 LBM 的框架内重构, 便可得到基于平衡态分布函数修正的 IB-STLBM 的公式.

预测步骤

$$\rho^* = \sum_{\alpha} f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x} - \mathbf{e}_{\alpha} \Delta t, t - \Delta t) \quad (20a)$$

$$\rho^* \mathbf{u}^* = \sum_{\alpha} \mathbf{e}_{\alpha} f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x} - \mathbf{e}_{\alpha} \Delta t, t - \Delta t) \quad (20b)$$

$$T^* = \sum_{\alpha} g_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x} - \mathbf{e}_{\alpha} \Delta t, t - \Delta t) \quad (20c)$$

校正步骤

$$\rho^{**} = \rho^* \quad (21a)$$

$$\rho^{**} \mathbf{u}^{**} = \rho^* \mathbf{u}^* + \left(1 - \frac{1}{\tau_f} \right) \sum_{\alpha} \mathbf{e}_{\alpha} f_{\alpha}^{\text{neq}}(\mathbf{x} - \mathbf{e}_{\alpha} \Delta t, t) + \mathbf{F}_E \Delta t \quad (20b)$$

$$T^{**} = T^* + \left(1 - \frac{1}{\tau_g} \right) \sum_{\alpha} g_{\alpha}^{\text{neq}}(\mathbf{x} - \mathbf{e}_{\alpha} \Delta t, t) \quad (21c)$$

IB 校正步骤

$$\rho = \rho^{**} \quad (22a)$$

$$\rho \mathbf{u} = \rho^{**} \mathbf{u}^{**} + \Delta t \sum_{\alpha} \delta f_{\alpha,b} \mathbf{e}_{\alpha} \quad (22b)$$

$$T = T^{**} + \Delta t \sum_{\alpha} \delta g_{\alpha,b} \quad (22c)$$

其中, 非平衡函数 f_{α}^{neq} 和 g_{α}^{neq} 的计算与式 (10a) 和式 (10b) 相同. 整个计算流程由 3 个步骤构成, 先在预测步骤和校正步骤求出整个流场的宏观量, 再通过浸没边界法求出固体边界对流场的影响 ($\delta f_{\alpha,b}$ 和 $\delta g_{\alpha,b}$), 最后再在 IB 校正步骤中耦合到 STLBM 的计算当中, 对固体边界进行修正.

2.2 基于平衡函数修正的浸没边界法

在介观理论体系中, 流体被离散成一系列的微团 (介观微粒), 这些微团介于宏观和微观尺度之间, 相对于宏观体系无穷小, 但又比微观颗粒大. LBM 正是通过演化计算这一系列介观微粒, 模拟出与物理现象相符合的流体运动规律. 根据此介观思想, 当固体边界出现在流场中时, 可以看作是对流场中固体边界附近的介观微粒产生了干扰, 使其原来的平衡状态发生了变化. 基于此, 本文提出一种基于平衡函数修正的浸没边界法 (equilibrium distribution function-correction IBM, EDC-IBM), 把这种变化作为浸没边界对流场平衡态分布函数的干扰, 从而产生一个非平衡项, 再用非平衡项修正流场.

图 1 是浸没边界法所用到的网格, 其中 Ω_1 区域表示的是流场的欧拉网格, Ω_2 表示固体边界的拉格朗日点. 在 EDC-IBM 中, 首先通过狄拉克函数把 Ω_1 边界周围的欧拉网格点的平衡态分布函数插值到拉格朗日点上 (图 1 中黑点)

$$f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{X}_l, t) = \sum_{i,j} f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t) D(\mathbf{x} - \mathbf{X}_l) h^2 \quad (23a)$$

$$g_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{X}_l, t) = \sum_{i,j} g_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t) D(\mathbf{x} - \mathbf{X}_l) h^2 \quad (23b)$$

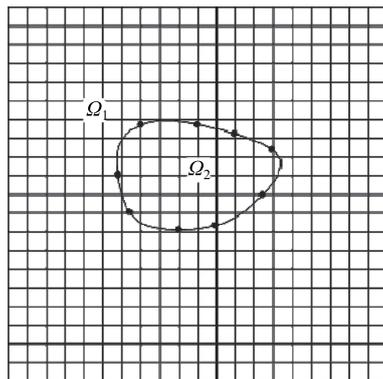


图 1 基于浸没边界的网格模型

Fig. 1 Immersed boundary illustration

依据无滑移边界条件, 把拉格朗日边界点上的速度、密度、温度等宏观量代入到平衡态分布方程 3(a) 和 3(b) 中, 计算出其平衡态分布函数 $F_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{X}_l, t)$, $G_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{X}_l, t)$; 之后借鉴反弹原理, 计算出所有拉格朗日点上的非平衡项

$$f_{\alpha}^{\text{non-eq}}(\mathbf{X}_l, t) = f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{X}_l, t) - F_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{X}_l, t) \quad (24a)$$

$$g_{\alpha}^{\text{non-eq}}(\mathbf{X}_l, t) = g_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{X}_l, t) - G_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{X}_l, t) \quad (24b)$$

其中, $\bar{\alpha}$ 是 α 的反方向. 对于 Neumann 边界条件 (边界法线是给定的热通量 $Q(\mathbf{X}_l, t) = \frac{\partial T(\mathbf{X}_l, t)}{\partial \mathbf{n}}$ 的边界条件, κ 为热扩散系数). 通过图 1 可以清晰看出整个计算域分成了浸没边界内部和外部两个区域, 但是在浸没边界法中, 并没有内外边界的区分, 所以需要考虑边界内外对热源项所产生的影响, 因而每个边界点上都存在两个法线方向, 一个指向流场, 一个指向浸没物体内部. 边界上的两个热通量 (即 $Q(\mathbf{X}_l, t)$ 和 $-\kappa \frac{\partial T^*(\mathbf{X}_l, t)}{\partial \mathbf{n}}$ 之间的差异所形成的热流, 影响了周边欧拉网格温度场. 因此, 这类问题边界对温度场的非平衡项可以表示为 [35]

$$g_{\alpha}^{\text{non-eq}}(\mathbf{X}_l, t) = 2 \left[Q(\mathbf{X}_l, t) + \kappa \frac{\partial T^*(\mathbf{X}_l, t)}{\partial \mathbf{n}} \right] \quad (25)$$

最后, 通过狄拉克函数, 边界对流场和温度场的非平衡项便可在欧拉节点上体现

$$\delta f_{\alpha,b}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\alpha} f_{\alpha}^{\text{non-eq}}(\mathbf{X}_l, t) D(\mathbf{x} - \mathbf{X}_l) \Delta s_l \quad (26a)$$

$$\delta g_{\alpha,b}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\alpha} g_{\alpha}^{\text{non-eq}}(\mathbf{X}_l, t) D(\mathbf{x} - \mathbf{X}_l) \Delta s_l \quad (26b)$$

把式 (26a) 和式 (26b) 代入 IB 校正步骤中, 便可对边界点上的速度和温度等宏观量进行修正.

3.3 IB-STLBM 算法流程

IB-STLBM 的算法流程归纳如下:

- (1) 选择迁移时间步长, 给定各个初始参数值.
- (2) 根据式 (20a)~ 式 (20c) 预测中间时刻的速度、密度和温度.
- (3) 根据式 (10a)~ 式 (10b) 计算流场和温度场的非平衡态分布函数.
- (4) 根据式 (21a)~ 式 (21c) 修正中间时刻的宏观量.
- (5) 根据式 (23)~ 式 (25) 求出流固边界的非平衡干扰项.

(6) 根据式 (22a)~ 式 (22c) 和式 (26a) 和式 (26b) 修正流固耦合边界和宏观量.

(7) 重复计算步骤 (2)~(6) 至计算结果达到收敛条件或者到最大计算时间.

4 数值方法的验证与分析

强制对流和自然对流问题是研究传热过程的两个重要方向, 为了验证本文所提出的 IB-STLBM 的有效性与正确性, 本章将针对 Taylor-Green 涡流、热圆柱绕流问题和含热源颗粒的封闭方腔内自然对流问题算例进行探讨.

4.1 Taylor-Green 涡流

在本文中, 采用 STLBM 计算流场的温度场, 在 Chen 等 [19] 的研究中已经证实其具有二阶精度. 同时本文的 IBM 方法也是汲取 LBM 的思想进行改进, 而 LBM 本身具有二阶精度, 在理论上来说本文发展的理论模型也具有二阶精度. 但是由于计算的过程中存在许多不可预测的因素, 理论上的推论并不可靠. 为了进一步验证本模型的全局精度, 在本节中将模拟 Taylor-Green 涡流. 计算域采用 $[-L, L] \times [-L, L]$ 的正方形, 其中 $L = 1.0$, 在计算域的中心有一个半径 $R = 0.5$ 的圆柱. 计算域的四周均采用周期性边界条件. 精确解的计算如下 [36]

$$u = -\cos(x\pi) \sin(y\pi)e^{-(2t\pi^2/Re)} \quad (27a)$$

$$v = \sin(x\pi) \cos(y\pi)e^{-(2t\pi^2/Re)} \quad (27b)$$

$$\rho = \rho_0 - \rho_0 \frac{U^2}{4c_s^2} [\cos(2x\pi) + \cos(2y\pi)]e^{-\frac{4\pi^2 t}{Re}} \quad (27c)$$

在本文的模拟中, 单松弛时间 $\tau = 0.65$, 雷诺数 $Re = 10$, 采用四种不同的网格 ($20 \times 20, 40 \times 40, 80 \times 80, 160 \times 160$) 作为对比. 由于在计算的过程中结果会随着时间演化而变化, 所以在模拟中采用 $t = 0$ 时刻的结果为初始值, $t = 1.0$ 为计算的结束时间. 误差通过下式求得

$$\text{error} = \sqrt{\frac{\sum_{N^2} (u - u^{\text{exact}})^2}{N^2}} \quad (28)$$

其中, u 为模拟速度, u^{exact} 为精确解, N 为网格长度. 图 2 中展示的是数值误差在对数坐标下的分布情况, 由图可以看到数值分布在斜率为 1.86 的直线附近, 所以可以认为本模型具有二阶精度.

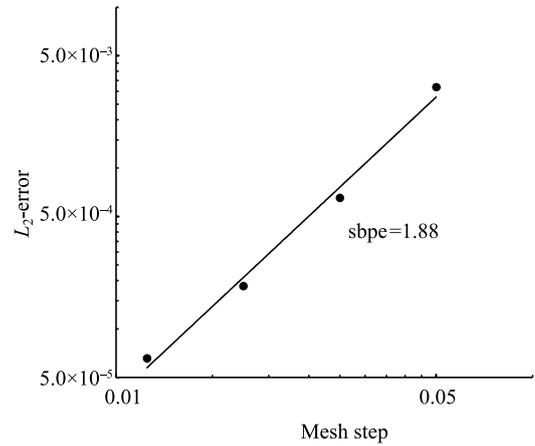


图 2 对数坐标下速度误差随网格变化分布图
Fig. 2 L_2 norms of relative error of u versus mesh steps in Taylor-Green vortex

4.2 热圆柱绕流问题

作为一个经典的强制对流算例, 热圆柱绕流问题深受研究者的关注. 对于热强制对流模型, 速度场对温度场的影响是单向的, 所以在研究中只考虑速度对温度影响. 在研究热强制对流问题时, 需要考虑两个重要的无量纲参数——雷诺数 (Re) 和普朗特数 (Pr). 其中雷诺数用来表征流体流动情况, 普朗特数体现了流体物理性质对对流传热过程的影响, 其定义如下

$$Re = \frac{\rho d U}{\mu}, Pr = \frac{\mu C_p}{\kappa} \quad (29)$$

其中, ρ 表示流体密度, U 为流体速度, d 是圆柱的直径, μ 表示动力黏性系数, C_p 为等压比热容, κ 表示物体的热导率. 为了减小边界对流体流动的影响, 本文选择 $30d \times 20d$ 的计算区域, 其中 $d = 1$. 圆柱的中心位置为 $(10d, 10d)$. 整个流场的初始速度 $U=0.01$, 初始温度 $T_0=0$. 整个计算区域的边界条件如表 1 所示. 表中 u 为 x 方向的速度, v 为 y 方向的速度. 在此算例中热通量 $Q_b = 1$.

对于圆柱绕流问题, 在雷诺数小于 47 的情况

表 1 等热通量圆柱绕流问题的边界条件

Table 1 The boundary condition of forced convection over a stationary heated circular cylinder

Boundary	Boundary condition
inflow boundary	$u = U, v = 0, T = 0$
outflow boundary	$\partial u / \partial x = 0, \partial v / \partial x = 0, \partial T / \partial x = 0$
up boundary	$\partial u / \partial y = 0, v = 0, \partial T / \partial y = 0$
down boundary	$\partial u / \partial y = 0, v = 0, \partial T / \partial y = 0$
cylindrical	$T = T_0, -\kappa \partial T / \partial n = Q_b$

下, 流场的流动以及所形成的涡街都是相对稳定的. 本文的研究中, 采用 20 和 40 的雷诺数作为对比, 同时两种情况下普朗特数都取 0.7. 针对每一种情况, 在模拟中都计算了阻力系数 C_d 、圆柱尾流的回旋长度 L_w 和圆柱表面的平均努塞尔数 \overline{Nu} 用于对比, C_d 和 \overline{Nu} 的计算公式为

$$C_d = \frac{2F_d}{\rho U^2 d}, \quad \overline{Nu} = \frac{1}{2\pi d} \int \frac{Q_b}{\kappa(T - T_0)} ds \quad (30)$$

式中, F_d 表示圆柱的阻力, s 为圆柱表面的弧长. 表 2 中列出在不同网格下的 C_d 和 \overline{Nu} , 通过表中数据可以反映出本模型具有较好的网格独立性, 在不同的网格下相对误差较小. 同时, 在 900×600 与 1200×800 两种网格中相对误差在 1% 之内, 能够得到较为精确的结果, 为了减小计算量, 在以下的算例中都采用 900×600 的网格数. 表 3 中分别列出阻力系数和回旋长度在不同 Re 时的模拟值. 通过与文献 [28, 37-38] 对比, 显然本文的模拟结果与现有的研究结果十分吻合. 在雷诺数相对较大的情况下, 阻力系数和升力系数会随着涡街的脱落呈现周期性变化, 图 3 中为 $Re = 200$ 时, 阻力系数和升力系数随时间的变化图, 可以看出二者呈现出很清晰的周期性. 表 4 中展示本模型以及参考文献在雷诺数为 20 和 40 下的圆柱表面 \overline{Nu} 的模拟值, 本模型的结果与参考文献所提供的数值相吻合.

表 2 $Re=20$ 时阻力系数 C_d 和回流长度 Nu 在不同网格下的对比

Table 2 Comparisons of C_d and Nu at different mesh sizes

Mesh	600 × 400	900 × 600	1200 × 800
C_d	2.243	2.186	2.175
Nu	2.657	2.714	2.727

表 3 $Re=40$ 时阻力系数 C_d 和回流长度 L_w 的对比

Table 3 Comparisons of C_d and L_w at $Re=40$

Reynold number	Refs.	C_d	L_w
$Re=20$	present	2.186	1.021
	Chen et al. [28]	2.225	0.992
	Hu et al. [37]	2.213	1.016
	Dennis et al. [38]	2.049	0.940
$Re=40$	present	1.658	2.488
	Chen et al. [28]	1.663	2.468
	Hu et al. [37]	1.660	2.410
	Dennis et al. [38]	1.522	2.345

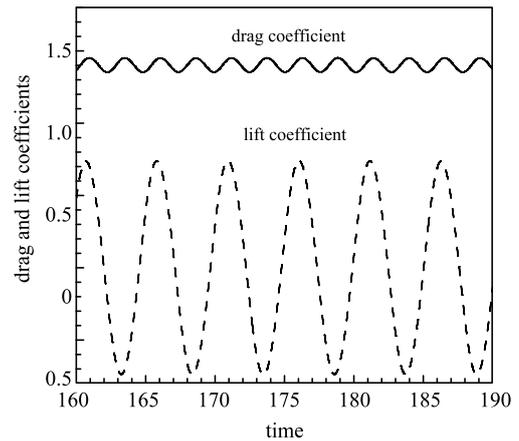


图 3 $Re=200$ 时升力系数和阻力系数随时间变化曲线

Fig. 3 Evolution of drag and lift coefficients for flow at $Re=200$

表 4 在不同雷诺数下 Nu 的对比

Table 4 Comparisons of Nu at different Reynolds number

Refs.	$Re=20$	$Re=40$
present	2.714	3.618
Chen et al. [28]	2.729	3.667
Ahmad et al. [39]	2.622	3.472
Ren et al. [35]	2.741	3.741

图 4 中展示了在两种雷诺数下流场的流线. 可以观察到在圆柱后会形成两个对称的涡, 同时, 在 $Re = 20$ 时, 涡的回流长度大致与圆柱直径相等; 在 $Re = 40$ 时, 涡的回流长度变大, 大致为直径的 2.5 倍. 图 5 和图 6 为不同雷诺数下热圆柱附近以及来流后方的等温线分布图. 从中可以观察到, 在圆柱前方等温线十分密集, 而在后方等温线相对稀疏且间距逐渐增大. 这主要是受到入口边界强制对流速度的影响, 使得圆柱前方温度变化急剧, 等温线密集, 后方由于圆柱的阻挡, 使得温度变化较缓, 等温线稀疏. 同时, 雷诺数的变化也对温度传递造成影响, 在雷诺数为 20 时, 温度的传递明显小于雷诺数为 40 时, 这一变化也与已有的研究一致. 圆柱边界的 Nu 分布在图 7 中展示, 通过与参考文献的对比, 本文的结果与其十分接近, 证实本模型的可行性与准确性.

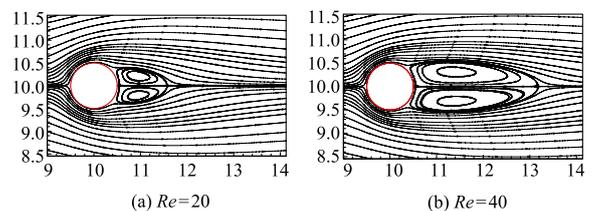
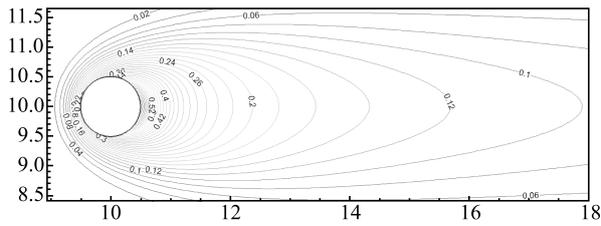
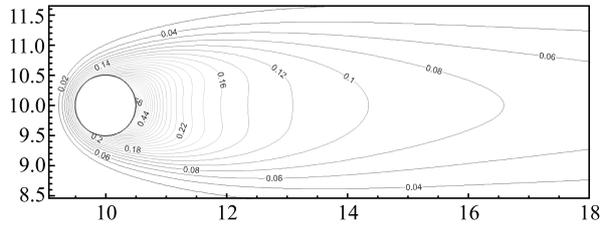
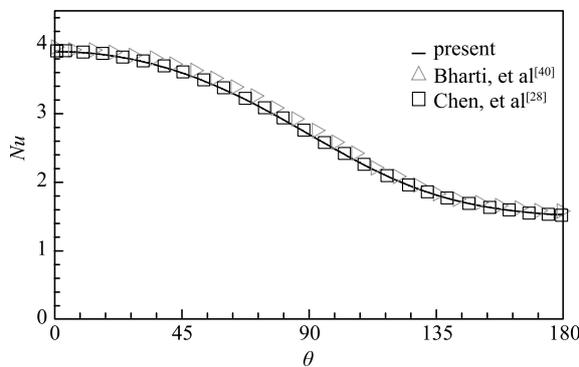


图 4 圆柱绕流模型在 $Re = 20$ 和 $Re = 40$ 时的流线图

Fig. 4 Streamline for the flow over a circular at $Re = 20$ and $Re = 40$

图 5 $Re = 20$ 时的等温线图Fig. 5 Temperature distribution at $Re = 20$ 图 6 $Re = 40$ 时的等温线图Fig. 6 Temperature distribution at $Re = 40$ 图 7 时 Nu 在上半圆柱的分布(顺时针方向)Fig. 7 Comparison of local Nu distributes around the cylinder surface at $Re = 20$

4.3 含热源颗粒的封闭方腔内自然对流

自然对流现象是在没有外力驱动的情况下, 由于物体体系内存在温差, 冷热不均使得物体内部产生密度差, 由浮升力引起物体内部流动, 使得体系内产生传热现象. 自然对流模型是流动和传热问题的耦合, 瑞利数 Ra 对系统的流动传热有重要影响, 当瑞利数较小时, 能量传递主要以热传导为主, 当瑞利数超过一定临界值时, 主要受对流影响. 瑞利数 Ra 的表达式如下

$$Ra = \frac{\beta g \Delta T L_0^3 Pr}{\nu} \quad (31)$$

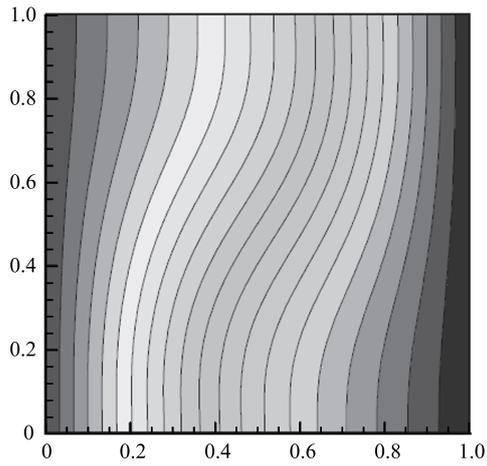
其中, ΔT 表示温度差, L_0 是参考长度, ν 表示动力黏性系数. 在自然对流模型中, 其四周为固壁边界, 方腔左边为热壁面 ($T_H=1.0$), 右边为冷壁面 ($T_L=0$), 流

场的初始温度为左右壁面的平均温度, 且在整个模拟过程中左右壁面温度保持不变.

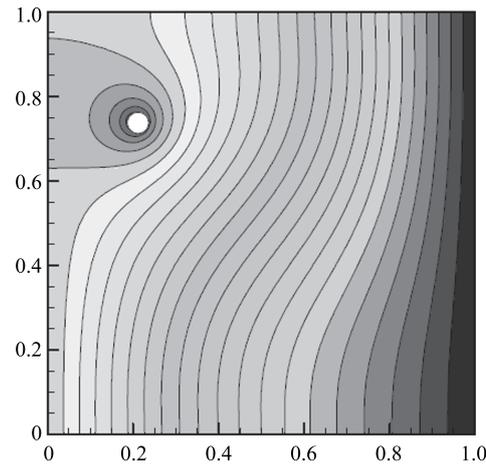
为了探究流固干扰下方腔内传热性能, 在上述模型内放置一个直径为 0.05, 密度为 1.005 的热颗粒. 热颗粒的初始坐标为 (0.5, 0.9), 热通量边界条件为 $-\kappa \partial T / \partial n = 5.0$. 在计算域为 1×1 的封闭方腔内, 采用 200×200 的网格进行模拟, 并对比不同瑞利数 ($Ra=10^3, 10^4, 10^5$) 的现象.

图 8 和图 9 分别是无颗粒自然对流和加入热颗粒后 ($t = 180$ s) 的自然对流模型在 3 个 Ra 下的等温线图. 对比图中的变化, 可以归纳出 Ra 对整个体系传热的影响. 在 $Ra=10^3$ 时, 能量传播主要以热传导为主, 等温线几乎处于竖直状态, 对流作用很弱; 在 $Ra=10^4, 10^5$ 时, 对流传热显著, 方腔中部的等温线几乎是趋于水平, 只有在四周壁面附近的等温线趋于垂直状态. 在加入颗粒后, 相同 Ra 情况下, 流场等温线的变化趋势与图 8 基本相同. 但是颗粒的加入影响了颗粒附近温度场的演化, 同时, 由于颗粒在方腔内运动, 起到了“搅拌”的作用, 加速了场内流体的流动, 传热效果也显著提高. 在 $Ra=10^3$ 时, 原来近乎垂直的等温线在颗粒的影响下有了大幅倾斜, 随着 Ra 的增大 ($Ra=10^4, 10^5$), 颗粒对周边温度场的影响逐渐变小, 这主要是因为 Ra 较大的情况下, 对流起着主要驱动作用. 此外, 在未加入颗粒前, 流场经过一段时间后逐渐达到稳定状态, 但在颗粒加入后, 这种稳态被打破.

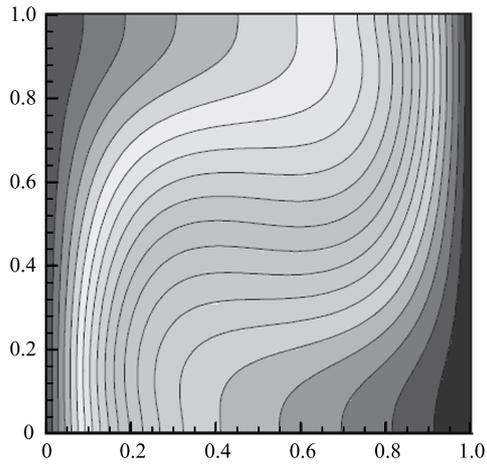
为了更好说明温度场的演化情况以及颗粒对系统传热的影响, 图 10 中对比了自然对流和加入热颗粒后的自然对流的冷壁面平均 Nu 数在不同的 Ra 数下随时间的变化趋势. 从图中可以看出, 未加颗粒的自然对流, 平均 Nu 值的变化趋势在一定时间后成一条水平直线; 加颗粒后平均 Nu 数随着时间演化逐渐成周期性变化, 这也反映出流场在后期并非是一个稳态, 而是受颗粒的干扰呈现周期性演化. 基于在加入颗粒后 Nu 呈周期性变化, 且在 50 s 后变化周期趋于稳定, 选取 100~200 s 的平均值做一个量化对比. 表 5 中展示了与未加入颗粒自然对流模型的 Nu 值的对比. 可以得出对于不同的瑞利数, Nu 数都明显提高, 这也表明在加入颗粒后由于颗粒搅拌作用, 打破整个系统的稳态, 导致传热效果有明显的提高. 图 10 中还列举与 Chen 等^[28] 的结果对比, Nu 数变化趋势与本模型基本一致, 进一步验证了本模型是有效可行的.



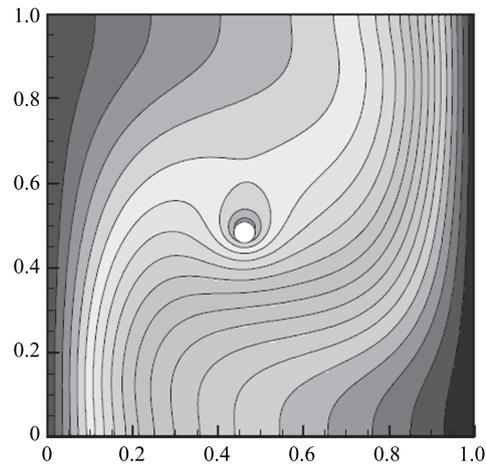
(a) $Ra=10^3$



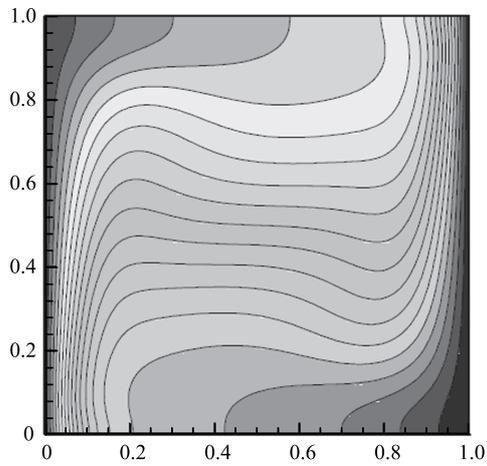
(a) $Ra=10^3$



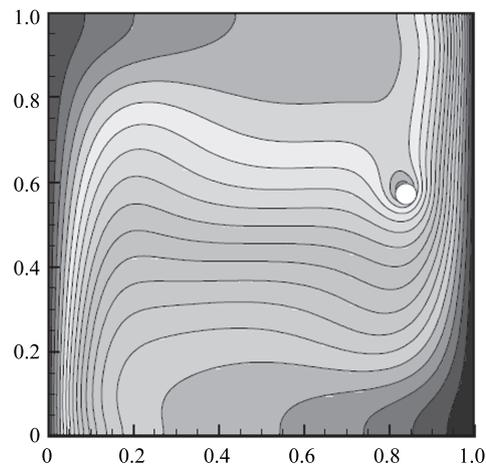
(b) $Ra=10^4$



(b) $Ra=10^4$



(c) $Ra=10^5$



(c) $Ra=10^5$

图 8 不同 Ra 的条件下自然对流等温线

Fig. 8 Isotherms of natural convection in a square cavity at different Rayleigh number

图 9 不同 Ra 的条件下内含颗粒的自然对流等温线图

Fig. 9 Isotherms of natural convection in a square cavity with a buoyant particle at different Rayleigh number

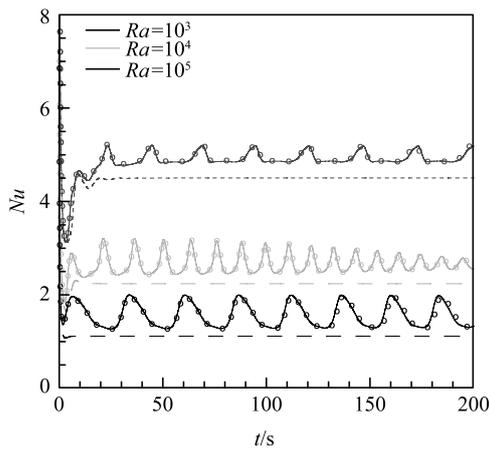


图 10 单纯自然对流与加入热颗粒后的自然对流的冷壁面平均 Nu 在不同的 Ra 下随着时间的变化 (图中虚线为单纯自然对流, 实线为加颗粒后的自然对流, 圆为 Chen 等^[28] 的结果)

Fig. 10 Temporal variations of the average Nusselt number of natural convection in a square cavity with and without a buoyant particle at different Rayleigh number^[28]

表 5 两种自然对流在不同 Ra 数下 Nu 值的对比

Table 5 Comparisons of the average Nusselt number of natural convection in a square cavity with and without buoyant particle at different Rayleigh number

Ra	$Nu(\text{no particle})$	$Nu(\text{with particle})$	Increase
10^3	1.116	1.577	41.29%
10^4	2.241	2.648	18.15%
10^5	4.502	4.926	9.42%

颗粒在 3 种 Ra 下的运动轨迹如图 11 所示. 在图中可以清晰看出颗粒在方腔内做周期性运动, 且与图 9 中 Nu 的变化周期相同. 当 $Ra = 10^3$ 时, 颗粒的运动轨迹近似于一个类带圆角的正方形, 随着时间推演, 其周长有细微缩小; 当 $Ra = 10^4$ 时, 颗粒

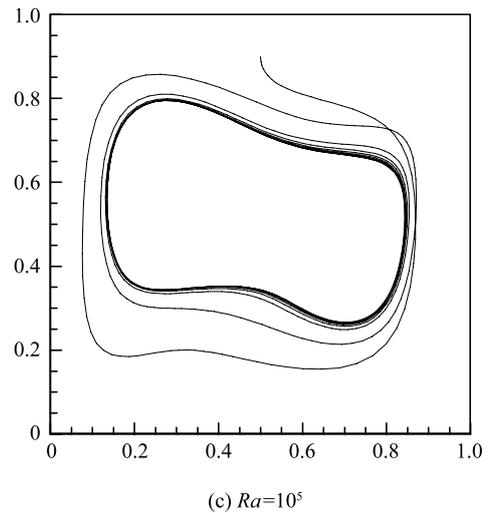
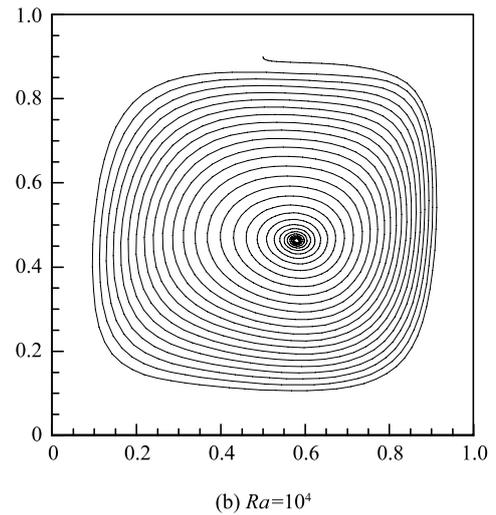
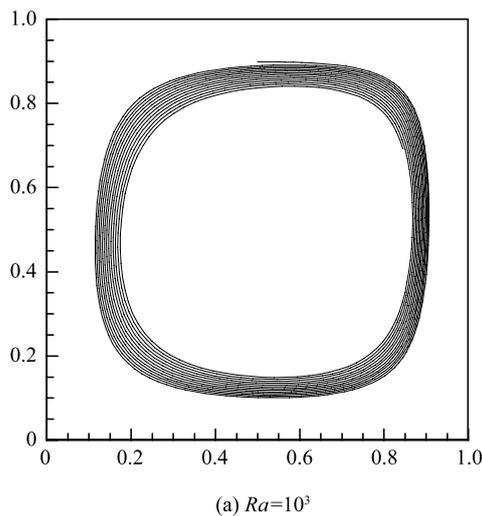


图 11 在不同的 Ra 下颗粒运动轨迹

Fig. 11 Temporal trajectory of the particle at different Rayleigh number

似乎绕着某一点做近似圆周运动, 其运动曲线呈现出一个旋涡转, 每一个运动周期周长逐渐变小, 这也和图 10 中 Nu 的变化趋势类似. 当 $Ra = 10^5$ 时, 前期的运动规律较为不规则, 在经过一段时间后, 几乎是沿着固定轨迹运动做周期运动, 仅仅是有一些及其细微的变化.

5 结 论

本文在简化热格子玻尔兹曼的基础上, 针对流固耦合传热问题提出了一种 IB-STLBM 模型. 基于分步技术的拓展应用, 把控制方程的解在预测-校正-IB 校正三个阶段内进行重构. 在预测-校正步中 STLBM 被用于计算温度场和流场. STLBM 能够对宏观量直接演化计算, 消除了对分布函数的依赖, 节省了大量虚拟内存, 简化了边界条件的应用方式, 同时

相对于 LBM 有较高的稳定性. 在 IB 校正步中, 采用浸没边界法对流固界面宏观量进行修正. 在浸没边界法的应用中, 借鉴介观的思想, 把固体的介入看作是对附近流体微团流场平衡态的干扰, 并把这种干扰用一个非平衡项来表示. 通过对 Taylor-Green 涡流、热圆柱绕流问题和内含热源颗粒的自然对流模型的模拟, 得到与现有文献研究相吻合的结果, 很好的证明了这种方法的稳定性. 同时, 在内含热颗粒的封闭方腔自然对流的研究中, 观察到颗粒的介入, 打破了原始自然对流的稳态, 颗粒在流场中的运动, 使得自然对流最后形成一种周期性运动的状态, 有效的提高其传热性能. 当然, 需要说明的是本模型虽然在各个方面表现出优异的特性, 但是由于方法本身的限制, 在涉及高雷诺数问题时仍然存在一些缺陷. 对于这一问题, 传统的做法有采用多松弛格式或者加入特殊高阶展开等方法, 但是考虑到方法的简便与有效性, 本模型并未使用这些方法, 同时我们也在探寻一种简单的能够在高雷诺数下保持稳定的浸没边界与 STLBM 耦合模型, 这是我们下一步研究的重心. 但是, 本模型仍不失为一种有效的模型可供研究者选用.

参 考 文 献

- 1 邹勇, 朱桂平, 李来等. 液桥内热质耦合对流不稳定性及旋转磁场法控制. 力学学报, 2017, 49(6): 1280-1289 (Zou Yong, Zhu Guiping, Li Lai, et al. Instability of coupled thermo-solute capillary convection in liquid bridge and control by rotating magnetic field. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(6): 1280-1289 (in Chinese))
- 2 刘成, 叶正寅, 叶坤. 转接位置对全动舵面热气动弹性的影响. 力学学报, 2017, 49(4): 802-810 (Liu Cheng, Ye Zhengyin, Ye Kun. The effect of transition location on aerothermoelasticity of a hypersonic all-movable control surface. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(4): 802-810 (in Chinese))
- 3 徐飞彬, 周全, 卢志明. 二维方腔热对流系统中纳米颗粒混合及凝并特性的数值模拟. 力学学报, 2015, 47(5): 740-750 (Xu Feibin, Zhou Quan, Lu Zhiming. Numerical simulation of Brownian coagulation and mixing of Nanoparticles in 2-D Rayleigh-Bénard convection. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2015, 47(5): 740-750 (in Chinese))
- 4 Mills ZG, Aziz B, Alexeev A. Beating synthetic cilia enhance heat transport in microfluidic channels. *Soft Matter*, 2012, 8(45): 11508-11513
- 5 Peskin CS. Flow patterns around heart valves: a numerical method. *Journal of Computational Physics*, 1972, 10(2): 225-271
- 6 Peskin CS, Printz ABF. Improved volume conservation in the computation of flows with immersed elastic boundaries. *Journal of Computational Physics*, 1993, 105(1): 33-46
- 7 Chen S, Doolen GD. Lattice Boltzmann method for fluid flows. *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, 1998, 30: 329-364
- 8 Feng Z, Michaelides E. The immersed boundary-lattice Boltzmann method for solving fluid-particles interaction problems. *Journal of Computational Physics*, 2004, 195(2): 602-628
- 9 Feng Z, Michaelides E. Proteus: A direct forcing method in the simulations of particulate flows. *Journal of Computational Physics*, 2005, 202(1): 20-51
- 10 Cheng YG, Zhu LD, Zhang CZ. Numerical study of stability and accuracy of the immersed boundary method coupled to the Lattice Boltzmann BGK model. *Communications in Computational Physics*, 2014, 16(1): 136-168
- 11 Kang SK, Hassan YA. A comparative study of direct-forcing immersed boundary-lattice Boltzmann methods for stationary complex boundaries. *International Journal Numerical Methods Fluids*, 2011, 66(9): 1132-1158
- 12 Shan XW. Simulation of Rayleigh-Bénard convection using a lattice Boltzmann method. *Physical Review E*, 1997, 55(3): 2780
- 13 He XY, Chen SY, Doolen GD. A novel thermal model for the lattice Boltzmann method in incompressible limit. *Journal of Computational Physics*, 1998, 146(1): 282-300
- 14 Jeong HK, Yoon HS, Ha MY, et al. An immersed boundary-thermal lattice Boltzmann method using an equilibrium internal energy density approach for the simulation of flows with heat transfer. *Journal of Computational Physics*, 2010, 229(7): 2526-2543
- 15 Kang SK, Hassan YA. A direct-forcing immersed boundary method for the thermal lattice Boltzmann method. *Computational Fluids*, 2011, 49(1): 36-45
- 16 Seta T. Implicit temperature-correction-based immersed-boundary thermal lattice Boltzmann method for the simulation of natural convection. *Physical Review E*, 2013, 87(6): 063304
- 17 Zhang H, Yuan HZ, Trias FX, et al. Particulate immersed boundary method for complex fluid-particle interaction problems with heat transfer. *Computers & Mathematics with Applications*, 2016, 71: 391-407
- 18 Hu Y, Li DC, Shu S, et al. An efficient immersed boundary-lattice Boltzmann method for the simulation of thermal flow problems. *Communications in Computational Physics*, 2016, 20: 1210-1257
- 19 Chen Z, Shu C, Tan D. A simplified thermal lattice Boltzmann method without evolution of distribution functions. *International Journal of Heat Mass Transfer*, 2017, 105: 741
- 20 Peng Y, Shu C, Chew Y. Simplified thermal lattice Boltzmann model for incompressible thermal flows. *Physical Review E*, 2003, 68: 026701
- 21 Qian Y, Humieres D, Lallemand P. Lattice BGK models for Navier-Stokes equation. *Europhysica Letters*, 1992, 17(6): 479-484
- 22 Guo ZL, Shu C. Lattice Boltzmann Method and Its Applications in Engineering. World Scientific, 2013
- 23 Wang Y, Shu C, Teo C. Thermal lattice Boltzmann flux solver and its application for simulation of incompressible thermal flows. *Computer & Fluids*, 2014, 94: 98-111
- 24 Gray DD, Giorgini A. The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases. *International Journal of Heat Mass Transfer*, 1976, 19: 545

- 25 Peskin CS. The immersed boundary method. *Acta Numer*, 2002, 11: 479-517
- 26 Niu X, Shu C, Chew Y, et al. A momentum exchange-based immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating incompressible viscous flows. *Physics Letters A*, 2006, 354(3): 173-182
- 27 Chen MF, Niu XD. An improved momentum-exchanged immersed boundary-based lattice Boltzmann method for incompressible viscous thermal flows. *Int. J. Modern Phys*, 2016, 42: 1660161
- 28 Chen MF, Niu XD, Yamaguchi H, et al. A lattice Boltzmann modeling fluid-structure interaction problem and its applications in natural convections in a square cavity with particles suspended inside. *Adv App Math Mech*, 2018, 10(2): 303-328
- 29 陈木凤, 李翔, 牛小东等. 两个非磁性颗粒在磁流体中的沉降现象研究. *物理学报*, 2017, 66(16): 164703 (Chen Mufeng, Li Xiang, Niu Xiaodong, et al. Sedimentation of two non-magnetic particles in magnetic fluid. *Acta Phy. Sin*, 2018, 66(16): 164703 (in Chinese))
- 30 Chorin AJ. Numerical solution of the Navier-Stokes equations. *Math. Compo*, 1968, 22: 745-762
- 31 Chorin AJ. Numerical solution of incompressible flow problems. *Stud. Numer. Anal*, 1968, 2: 64-71
- 32 Temam R. Sur l'approximation de la solution des equations de Navier-Stokes par la methode des pas fractionnaires (I). *Arch. Ration. Mech. Anal*, 1969, 32: 135-153
- 33 Temam R. Sur l'approximation de la solution des equations de Navier-Stokes par la methode des pas fractionnaires (II). *Arch. Ration. Mech. Anal*, 1969, 33: 377-385
- 34 Kim J, Moin P. Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations. *Journal of Computational Physics*, 1985, 59: 308-323
- 35 Ren W, Shu C, Yang W. An efficient immersed boundary method for thermal flow problems with heat flux boundary conditions. *Heat & Mass Transfer*, 2013, 64: 694-705
- 36 Chen DJ, Lin KH, Lin CA. Immersed boundary method based lattice Boltzmann to simulate 2D and 3D complex geometry flows. *International Journal of Modern Physics C*, 2007, 18: 585-594
- 37 Hu Y, Yuan H, Shu S, et al. An improved momentum exchanged-based immersed boundary-lattice Boltzmann method by using an iterative technique. *Computers & Mathematics with Applications*, 2014, 68(3): 140-155
- 38 Dennis SCR, Chang GZ. Numerical solutions for steady flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 100. *Journal of Fluid Mechanics*, 1970, 42(3): 471-489
- 39 Ahmad RA, Qureshi ZH. Laminar mixed convection from a uniform heat flux horizontal cylinder in a crossflow. *Journal of Thermophysics & Heat Transfer*, 1992, 6(2): 277-287
- 40 Bharti R, Chhabra RP, Eswaran V. A numerical study of the steady forced convection heat transfer from an unconfined circular cylinder. *Heat & Mass Transfer*, 2007, 43: 639-648