

含肿瘤皮肤组织传热分析的广义有限差分法¹⁾李艾伦 傅卓佳²⁾ 李柏纬 陈文

(河海大学力学与材料学院工程与科学数值模拟软件中心, 南京 211100)

摘要 生物传热分析在低温外科手术、肿瘤热疗、病热诊断等临床医学治疗和诊断中有着广泛的应用. 由于健康皮肤组织内肿瘤的存在使得肿瘤附近区域的温度会明显升高, 这一特性常被用于检测皮肤组织内的肿瘤生长, 因此有必要开展生物传热数值分析的研究. 本文以含肿瘤的皮肤组织为研究对象, 将一种新型区域型无网格配点法——广义有限差分法应用于能描述含肿瘤皮肤组织传热过程的 Pennes 方程求解. 广义有限差分法利用泰勒展开式与移动最小二乘法将计算区域内的每个离散点上的物理量导数表示成其与邻近点物理量及权重系数的线性组合, 进而构建得到仅含各离散点未知物理量的线性方程组. 该方法不仅具有无需划分网格、避免数值积分等无网格配点法的优点, 同时还克服了大多数无网格配点法中插值矩阵高度病态的问题, 为此类方法在大规模工程数值计算中的应用提供了可能性. 本文首先介绍了模拟含肿瘤皮肤组织传热过程的广义有限差分法离散模型, 随后通过不含肿瘤与含规则形状肿瘤的基准算例, 检验广义有限差分法的计算精度与收敛性; 在此基础上, 通过数值模拟研究不同肿瘤形状及肿瘤位置分布对皮肤组织内温度分布的影响.

关键词 广义有限差分法, 配点法, 移动最小二乘法, 泰勒展开式, Pennes 生物传热方程

中图分类号: O302

文献标识码: A

doi: 10.6052/0459-1879-18-155

GENERALIZED FINITE DIFFERENCE METHOD FOR BIOHEAT
TRANSFER ANALYSIS ON SKIN TISSUE WITH TUMORS¹⁾Li Ailun Fu Zhuojia²⁾ Li Powei Chen Wen

(Center for Numerical Simulation Software in Engineering & Sciences, College of Mechanics and Materials, Hohai University, Nanjing 211100, China)

Abstract Bioheat transfer analysis is widely used in clinical medical treatment and diagnosis, such as cryosurgery, tumor hyperthermia, disease diagnosis and so on. The presence of a tumor inside healthy skin tissues makes the temperature increment in the vicinity of the tumor. This characteristic is often used to detect tumor growth in skin tissue. Therefore it is necessary to do some numerical investigation on bioheat transfer analysis. Considering the skin tissue containing tumor, a novel meshless collocation method-generalized finite difference method (GFDM) is applied to Pennes bioheat equation, which can be used to describe the heat transfer process of the skin tissue containing tumors. Based on Taylor expansion and moving least squares method, the derivative of physical quantity at each discrete node can be expressed by the linear combination of physical quantities and weight coefficients at several adjacent nodes in the GFDM. Then the linear system of equations is constructed with the unknown physical quantities at discrete nodes. The proposed method not

2018-05-09 收稿, 2018-08-17 录用, 2018-08-21 网络版发表.

1) 国家自然科学基金 (11772119, 11572111) 和中央高校基本业务费 (2016B06214) 资助项目.

2) 傅卓佳, 教授, 主要研究方向: 计算力学及工程仿真软件. E-mail: paul212063@hhu.edu.cn

引用格式: 李艾伦, 傅卓佳, 李柏纬, 陈文. 含肿瘤皮肤组织传热分析的广义有限差分法. 力学学报, 2018, 50(5): 1198-1205

Li Ailun, Fu Zhuojia, Li Powei, Chen Wen. Generalized finite difference method for bioheat transfer analysis on skin tissue with tumors. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(5): 1198-1205

only has the advantages without mesh and numerical integration, but also overcomes the problem of highly ill-conditioned resultant matrix in most meshless collocation methods. It provides a possibility for the application of this kind of methods in large-scale engineering numerical calculation. The GFDM numerical model for simulating the bioheat transfer process in skin tissue with tumors is first introduced. Then the numerical accuracy and convergence of the GFDM are verified through some benchmark examples with/without regular-shaped tumors. Finally the effects of the arbitrary-shaped tumor including the location, geometry and size on the thermal behavior inside the skin tissue are investigated.

Key words generalized finite difference method, collocation method, moving least square method, Taylor expansion, Pennes bioheat equation

引言

生物传热分析在低温外科手术、肿瘤热疗法、病热诊断技术等临床医学的治疗与诊断中有着广泛的应用。生物传热分析检测肿瘤的基本原理是由于肿瘤与健康皮肤组织的代谢热和血液灌注率存在较大差异, 导致健康皮肤组织内的温度在肿瘤附近区域有明显升高, 以此通过比较正常组织和感染组织的温谱图来检测皮肤组织内的肿瘤生长。

目前主要的生物传热数值方法包括有限差分法 (finite difference method)^[1-2]、有限元法 (finite element method)^[3-4]、边界元法 (boundary element method)^[5-6] 等网格类离散方法。其中, 邓中山等^[7] 将双重互易边界元法应用至低温外科手术中的多维相变问题; 刘朝霞等^[8] 利用特解边界元法模拟热疗温度场; Dehghan 等^[9] 利用谱元法模拟含肿瘤皮肤组织的温度分布。

另一方面, 近年来一些学者将无需网格划分且编程简单的配点技术引入到各类传热问题中^[10-12], 并进一步应用至生物传热问题数值计算中, 如: Chebyshev 谱配点法^[13]、径向基函数配点法^[14-15]、近似特解法^[16] 等。无网格法按采用的加权余量法分类可以分为伽辽金型方法^[17]、配点型方法^[18]、局部弱形式方法等^[19-20]。伽辽金型方法与局部弱形式方法仍需布置背景网格并进行积分计算, 而配点型方法在计算时借助离散点来构造近似函数, 并通过插值得到数值解, 无需划分网格, 前后处理简便。然而大多数配点技术离散得到的插值矩阵通常高度病态, 大大限制了此类算法的大规模工程应用。

为了克服配点型方法的这一算法缺陷, 一些处理矩阵病态性的技术相继被提出, 如: 局部支撑基函数技术^[21]、局部化无网格配点技术^[22]、扩展精度技术等^[23]。其中, 广义有限差分法 (generalized

finite difference method) 首先由 Benito 等^[24] 于 2001 年提出。该方法属于一类局部化无网格配点技术, 其主要思想是将计算区域内每个离散点在其邻近点进行泰勒展开, 并基于最小二乘法的原理将离散点上的物理量导数表示成邻近点物理量及权重系数的线性累加, 进而构建得到仅含各离散点未知物理量的线性方程组。该方法不仅保留了无网格配点法本身的优点, 同时得到类似于有限元法的稀疏矩阵, 避免产生大多数配点技术的病态矩阵问题。鉴于这些特点, 近年来广义有限差分法被广泛应用于诸如三维瞬变电磁问题^[25]、求解浅水波方程^[26] 等各类问题的求解。

本文将广义有限差分法应用于含肿瘤皮肤组织的传热数值模拟。首先给出模拟含肿瘤皮肤组织传热过程的广义有限差分法离散模型。随后通过不含肿瘤与含规则形状肿瘤的基准算例, 检验广义有限差分法的计算精度与收敛性; 在此基础上, 数值研究不同肿瘤形状及肿瘤位置分布对皮肤组织内温度分布的影响。

1 数学模型

1.1 控制方程

Pennes 生物传热方程^[27] 是目前应用最广泛的描述生物传热过程及特性的数学模型。本文以含肿瘤的皮肤组织作为研究对象, 选取一个经典模型^[15-16,28] 进行计算分析。如图 1 所示, 该模型考虑一个长方体型的皮肤组织区域, 其计算域范围为 $[0, 0.03] \times [-0.04, 0.04] \times [-0.06, 0.06]$, 即计算域的大小为 $0.03 \text{ m} \times 0.08 \text{ m} \times 0.12 \text{ m}$ 。该模型假定皮肤组织全部为真皮组织, 肿瘤则嵌在真皮组织内。其中, Ω_t 与 Ω_s 分别表示肿瘤组织及健康皮肤组织; Γ_1 为面向人体内部的边界, Γ_2 为人体皮肤外表面, Γ_1 为肿瘤组织与皮肤组织交界面, 其他绝热边界为 Γ_3 。

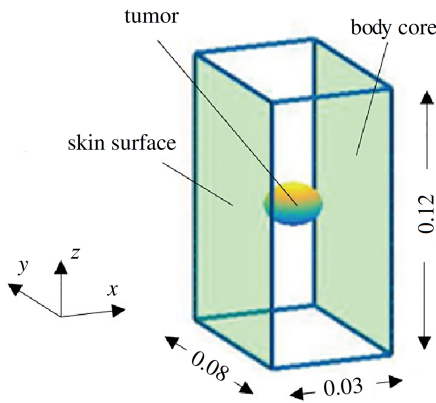


图 1 计算域示意图

Fig.1 Schematic diagram of computational domain

在计算域内温度分布满足 Pennes 方程

$$\rho c \frac{\partial}{\partial t} u(x, y, z, t) = k \nabla^2 u(x, y, z, t) + \omega_b \rho_b c_b (u_a - u(x, y, z, t)) + Q \quad (1)$$

式中, k, ρ, c 分别表示皮肤组织的恒定热传导率、密度以及比热; ω_b, ρ_b, c_b, Q 分别表示求解区域的血液的灌注率、密度、比热及代谢产热率. u_a 表示皮肤组织正常温度, 即 $u_a = 37^\circ\text{C}$. 表 1 给出了肿瘤与健康皮肤组织的各参数取值^[9,29].

表 1 Pennes 方程的各参数取值

Table 1 Parameters of Pennes equation

Parameters	Skin tissue	Tumor tissue
$\rho(\rho_b)$	1000 kg/m ³	1000 kg/m ³
$c(c_b)$	4000 J/(kg·°C)	4000 J/(kg·°C)
k	0.5 W/(m·°C)	0.55 W/(m·°C)
Q	420 W/m ³	4200 W/m ³
ω_b	0.000 5 m ³ /s	0.002 m ³ /s

1.2 边界条件及初始条件

由于边界 Γ_1 面向人体内部组织, 认为该边界上有第一类热边界条件

$$u(x, t) = 37^\circ\text{C}, x \in \Gamma_1 \quad (2)$$

边界 Γ_2 与外界环境接触, 假设皮肤被衣物覆盖, 热量不向外扩散, 有边界条件

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial \mathbf{n}} = \mathbf{0}, x \in \Gamma_2 \quad (3)$$

其他边界记为 Γ_3 , 由于距离肿瘤较远区域不受肿瘤影响, 因此有边界条件

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial \mathbf{n}} = \mathbf{0}, x \in \Gamma_3 \quad (4)$$

在人体组织与肿瘤组织的分界面 Γ_1 上, 温度与热通量均保持连续, 则有界面连续性条件

$$\left. \begin{aligned} u_T(x, t) &= u_s(x, t) \\ \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} u_T(x, t) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} u_s(x, t) &= \mathbf{0}, x \in \Gamma_1 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

初始条件为

$$u(x, 0) = 37^\circ\text{C}, x \in \Omega \quad (6)$$

2 数值方法

2.1 时间离散

本文采用了无条件稳定的隐式差分格式对 Pennes 方程 (1) 中的时间项进行离散, 得到以下形式

$$\left(1 + \Delta t \cdot \frac{\omega_b \rho_b c_b}{\rho c} - \Delta t \cdot \frac{k}{\rho c} \nabla^2 \right) u^{j+1} = u^j + \Delta t \cdot \frac{\omega_b \rho_b c_b}{\rho c} \cdot u_a + \Delta t \cdot \frac{Q}{\rho c} \quad (7)$$

式中, u^j 与 u^{j+1} 分别为 j 时刻与 $j+1$ 时刻的温度, Δt 为时间步长.

2.2 广义有限差分法

将计算域进行空间离散, 针对计算域中的某个离散点 $f_k(x_k, y_k, z_k)$, 其在点 $f_j(x_j, y_j, z_j)$ 的二阶泰勒展开形式为

$$f_k = f_j + \nabla f_j \mathbf{H}_j + \frac{1}{2} \mathbf{H}_j \nabla^2 f_j \mathbf{H}_j + o(\rho^2) \quad (8)$$

式中 $\mathbf{H}_j = (x_j - x_k, y_j - y_k, z_j - z_k)$, 表示两点间的欧式距离, $o(\rho^2)$ 表示 2 阶余项.

令点 f_k 在邻近的 ns 个离散点进行泰勒展开, 并据此定义一个残差函数 B

$$B = \sum_{j=1}^{ns} \left[\left(f_j - f_k + \nabla f_j \mathbf{H}_j + \frac{1}{2} \mathbf{H}_j \nabla^2 f_j \mathbf{H}_j \right) \omega_j(\mathbf{H}_j) \right]^2 \quad (9)$$

式中, ω_j 为与欧式距离有关的权重函数^[30]

$$\omega_j = d_{jk}^{-3} \quad (10)$$

权重函数表征邻近点对离散点的影响程度, 与离散点距离越近影响越大, 反之越小.

令 \mathbf{D}_k 表示点 f_k 的物理量导数向量

$$\mathbf{D}_k = \left(\frac{\partial f_k}{\partial x}, \frac{\partial f_k}{\partial y}, \frac{\partial f_k}{\partial z}, \frac{\partial^2 f_k}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f_k}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 f_k}{\partial z^2}, \frac{\partial^2 f_k}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f_k}{\partial x \partial z}, \frac{\partial^2 f_k}{\partial y \partial z} \right)^T \quad (11)$$

根据最小二乘法的思想, 令残差函数 B 取极小值

$$\frac{\partial B}{\partial \mathbf{D}_k} = \mathbf{0} \quad (12)$$

由式 (12) 可以推导得到包含 9 个未知量 (\mathbf{D}_k) 的线性方程组. 该方程组可以表示成如下的矩阵形式

$$\mathbf{A}_k \mathbf{D}_k = \mathbf{b}_k \quad (13)$$

式中

$$\mathbf{A}_k = \sum_{j=1}^{ns} \text{diag}(\mathbf{E}_{jk}) \mathbf{L} \text{diag}(\mathbf{E}_{jk}) \quad (14)$$

\mathbf{A}_k 为对称矩阵, \mathbf{L} 为 9×9 矩阵, 元素全部为 1, $\text{diag}(\mathbf{E}_{jk})$ 代表对角元素为 \mathbf{E}_{jk} 的对角矩阵. 其中

$$\mathbf{E}_{jk} = \omega_j(\mathbf{H}_j) \begin{bmatrix} x_j - x_k \\ y_j - y_k \\ z_j - z_k \\ (x_j - x_k)^2/2 \\ (y_j - y_k)^2/2 \\ (z_j - z_k)^2/2 \\ (x_j - x_k)(y_j - y_k) \\ (x_j - x_k)(z_j - z_k) \\ (y_j - y_k)(z_j - z_k) \end{bmatrix} \quad (15)$$

\mathbf{b}_k 为 9×1 的向量, 可以分解为如下形式

$$\mathbf{b}_k = \mathbf{M}_k \mathbf{F}_k = \left(- \sum_{j=1}^{ns} \mathbf{E}_{jk}, \mathbf{E}_{1k}, \dots, \mathbf{E}_{jk} \right) \begin{bmatrix} f_k \\ f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{ns} \end{bmatrix} \quad (16)$$

则由式 (13) ~ 式 (16) 可得

$$\mathbf{D}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_k}{\partial x} \\ \frac{\partial f_k}{\partial y} \\ \frac{\partial f_k}{\partial z} \\ \vdots \\ \frac{\partial^2 f_k}{\partial y \partial z} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_k^{-1} \mathbf{M}_k \begin{bmatrix} f_k \\ f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{ns} \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} f_k \\ f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{ns} \end{bmatrix} \quad (17)$$

即离散点的物理量导数项可以由已知矩阵 \mathbf{K} 与离散点的物理量值表示. 令计算域内的点满足控制方程 (7), 同时强迫边界点满足边界条件 (2) ~ (5),

即可得到仅含离散点未知物理量的线性方程组, 求解此线性方程组即可得到各离散点上的数值解.

3 数值结果与讨论

本节首先通过求解文献中的经典算例来验证本文算法的有效性, 并在此基础上数值研究不同肿瘤形状及肿瘤位置分布对皮肤组织内温度分布的影响. 其中数值解达到稳态的判定依据如下

$$|u^{j+1} - u^j| \leq \varepsilon \quad (18)$$

3.1 算例 1 不含肿瘤皮肤组织热传导问题

首先考虑不包含肿瘤的情况, 即 $\Omega_T = \emptyset$. 文献中给出了达到稳态情况时的温度分布^[29]

$$u_s(x, y, z, \infty) = 37 + \frac{Q}{\omega_b \rho_b c_b} \left(1 - \frac{e^{Px} + e^{-Px}}{e^{0.03x} + e^{-0.03x}} \right) \quad (19)$$

式中, $P = \sqrt{\frac{\omega_b \rho_b c_b}{k}}$.

表 2 比较了广义有限差分法和有限元法 (COMSOL 软件) 的计算结果, 其中广义有限差分法采用均匀布点, 时间步长设为 250 s, 达到稳态的判定为 $\varepsilon = 10^{-3}$. 同时由于广义有限差分法中每个离散节点仅包含一个自由度 (degree of freedom), 因此其自由度即等价于离散点数. 有限元法的计算网格按照 COMSOL 软件自带网格生成技术产生, 广义有限差分法选取与有限元法所需自由度相近的离散点数进行计算. 由表 2 可知, 广义有限差分法与有限元法 (COMSOL 软件) 的计算精度相当, 且具有较好的计算稳定性.

表 2 算例 1 计算结果比较

Table 2 Numerical comparisons in Example 1

COMSOL		GFDM	
DOFs	maximum relative error	DOFs	maximum relative error
332	3.37×10^{-4}	380	1.05×10^{-4}
1317	1.74×10^{-4}	1250	1.14×10^{-4}
8076	1.39×10^{-4}	7889	1.23×10^{-4}
23 753	1.43×10^{-4}	20 657	1.18×10^{-4}

接着研究时间步长对计算结果的影响, 采用 20 657 自由度的均匀布点进行计算, 得到趋于稳态 ($t = 5000$ s) 的计算结果, 如表 3. 由表 3 可知, 最大相对误差随时间步长的减小而减小. 然而时间步长的减小势必增加迭代次数进而影响计算效率. 经过综合考虑, 本文后续算例将时间步长设为 250 s.

表 3 时间步长对计算结果的影响
Table 3 Effect of time steps on numerical results

Time step/s	ε	Maximum relative error
50	1.04×10^{-4}	6.77×10^{-5}
100	2.16×10^{-4}	7.05×10^{-5}
250	6.04×10^{-4}	7.87×10^{-5}
500	1.40×10^{-3}	9.09×10^{-5}
1000	3.42×10^{-3}	1.11×10^{-4}

随后研究散乱布点对广义有限差分法计算结果的影响. 图 2 给出同为 20 657 自由度的均匀布点与散乱布点图. 相应的相对误差结果见表 4.

由表 4 可以看出, 散乱布点时, 广义有限差分法

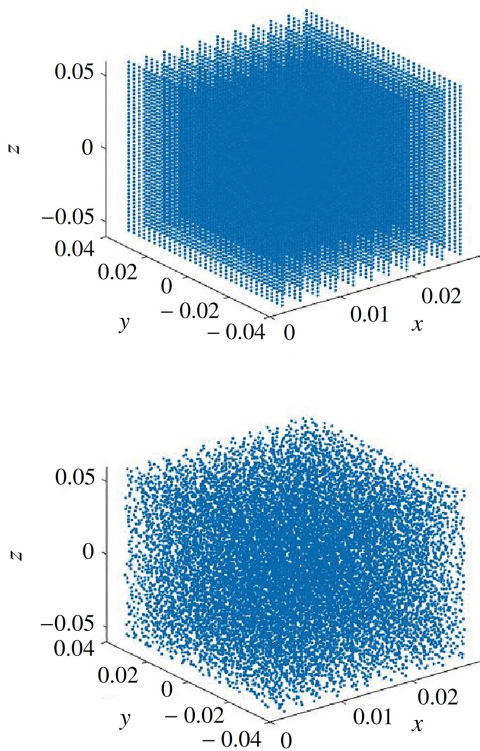


图 2 均匀布点与散乱布点对比图

Fig.2 Comparison of uniform and scattered nodes

表 4 均匀布点与散乱布点的相对误差比较
Table 4 Comparisons of relative error by using uniform and scattered nodes

DOFs	Maximum relative error	
	uniform nodes	scattered nodes
380	1.05×10^{-4}	3.34×10^{-4}
1250	1.14×10^{-4}	5.77×10^{-4}
7889	1.23×10^{-4}	7.45×10^{-4}
20 657	1.18×10^{-4}	2.49×10^{-4}

的计算精度虽稍有降低, 但仍然可以得到令人满意的结果. 另外, 有限元法的网格质量对计算结果影响较大, 且在两种介质交界面附近需要适当加密网格才能确保得到正确的计算结果. 而广义有限差分法无需划分网格, 仅需散乱的节点信息即可计算三维含肿瘤皮肤组织的热传导问题.

3.2 算例 2 含规则形状肿瘤的皮肤组织热传导问题

本算例考虑含规则形状肿瘤的皮肤组织热传导问题, 分别假定计算域中心存在长方体与球体两种规则形状的肿瘤, 其中长方体肿瘤的尺寸为 $0.01 \text{ m} \times 0.02 \text{ m} \times 0.02 \text{ m}$, 球体肿瘤半径为 0.008 m .

由于此算例的解析解较难通过推导得到, 这里将广义有限差分法采用极度稠密离散点 (长方体肿瘤: 157 607; 球体肿瘤: 157 257) 计算所得的结果作为参考解, 并分析不同点数对计算精度的影响, 结果见表 5. 由表 5 可知, 广义有限差分法随着离散点数增加, 相对误差逐渐减小. 这说明该方法在计算含规则形状肿瘤的皮肤组织热传导问题时具有较好的计算稳定性.

表 5 算例 2 中的数值稳定性

Table 5 Numerical stability in Example 2

Cube		Sphere	
DOFs	maximum relative error	DOFs	maximum relative error
2789	1.22×10^{-3}	3159	2.61×10^{-3}
9012	5.68×10^{-4}	9342	3.33×10^{-4}
20 763	4.24×10^{-4}	21 021	2.01×10^{-4}
67 761	1.36×10^{-4}	67 779	5.86×10^{-5}

在此基础上, 以算例 2 为例研究迭代阈值对计算结果的影响, 结果见表 6. 由表 6 可知, 当迭代阈值 $\varepsilon \leq 10^{-3}$ 后计算结果精度变化不大. 因此下文中未作特殊说明的算例均以 10^{-3} 为迭代阈值, 即 $\varepsilon = 10^{-3}$.

表 6 迭代阈值对计算结果的影响

Table 6 Effect of ε on numerical results

Threshold ε	Maximum relative error	
	cube(9012)	sphere(9342)
10^{-2}	8.69×10^{-4}	8.48×10^{-4}
10^{-3}	5.68×10^{-4}	3.33×10^{-4}
10^{-4}	4.84×10^{-4}	2.58×10^{-4}
10^{-5}	2.78×10^{-4}	1.26×10^{-4}
10^{-6}	2.77×10^{-4}	1.25×10^{-4}

3.3 算例 3 肿瘤形状对皮肤组织温度分布的影响

由于肿瘤形状一般都是不规则的, 本算例以 3 类体积相同形状不同的肿瘤为例, 研究肿瘤形状对皮肤组织温度分布的影响. 其中, 椭球形状肿瘤参数方程为

$$(x-0.015)^2 + y^2 + \frac{z^2}{16} \leq r^2, r = 0.005\ 636\ 258\ 259 \quad (20)$$

红细胞形状肿瘤参数方程为

$$z = 10 \sqrt{\left(1 - \frac{x^2 + y^2}{r^2}\right) \left[c_0 + c_1 \frac{x^2 + y^2}{r^2} + c_2 \left(\frac{x^2 + y^2}{r^2}\right)^2 \right]},$$

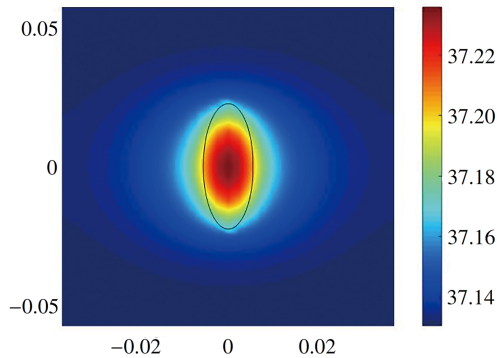
$$r = 0.006\ 876\ 135\ 848, c_0 = 0.207\ 1,$$

$$c_1 = 2.002\ 6, c_2 = -1.122\ 8 \quad (21)$$

豌豆形状肿瘤参数方程为

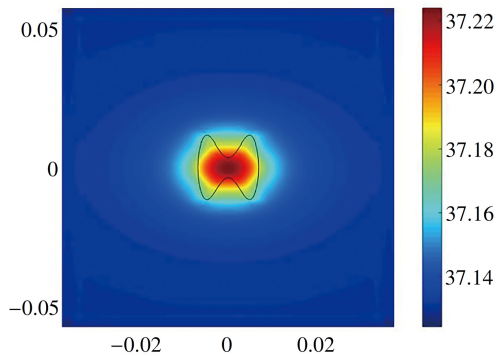
$$\frac{(x-0.015)^2}{0.64 \left[1 - 0.1 \cos\left(\frac{\pi z}{r}\right)\right]^2} + \frac{\left[y + 0.003 \cos\left(\frac{\pi z}{r}\right)\right]^2}{0.64 \left[1 - 0.4 \cos\left(\frac{\pi z}{r}\right)\right]^2} + z^2 \leq r^2, r = 0.010\ 683\ 125\ 409 \quad (22)$$

图 3 给出不同形状肿瘤情况下截面 $x = 0.015$



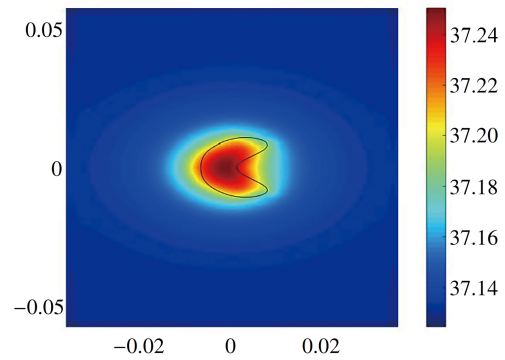
(a) 椭球形状肿瘤

(a) Ellipsoid shaped tumor



(b) 红细胞形状肿瘤

(b) Red-blood-cell shaped tumor



(c) 豌豆形状肿瘤 1

(c) Bean shaped tumor 1

图 3 肿瘤形状对皮肤组织温度分布的影响 ($x = 0.015$)

Fig.3 Effect of tumor geometries on temperature distribution in skin tissue ($x = 0.015$)

上的温度分布结果. 由图 3 可知, 肿瘤形状对远离肿瘤区域的皮肤组织的温度分布影响较小, 而肿瘤附近区域皮肤组织的温度分布与肿瘤形状密切相关, 且温度分布具有明显的指向性.

3.4 算例 4 肿瘤位置对皮肤组织温度分布的影响

本算例研究肿瘤位置对皮肤组织外表面温度分布的影响. 在肿瘤体积相同的情况下, 考虑以下 3 种情况:

(a) 花生形状肿瘤, 其参数方程为

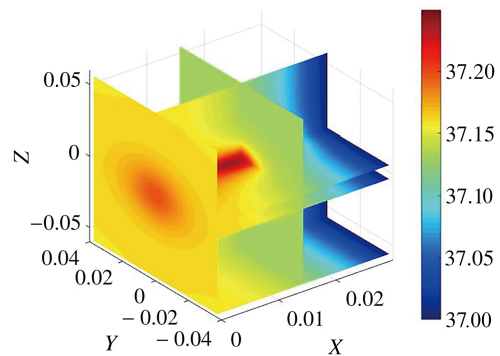
$$(x - 0.015)^2 + y^2 + (|z| - 0.75r)^2 \leq r^2,$$

$$r = 0.006\ 443\ 237\ 57 \quad (23)$$

(b) 2 个球形肿瘤, 球心位于 $(0.015, 0, \pm 0.01)$;

(c) 2 个球形肿瘤, 球心位于 $(0.015, 0, \pm 0.015)$.

图 4 给出上述 3 种情况下皮肤表面及肿瘤中心所在



(a) 花生形状肿瘤

(a) One peanut tumor

图 4 肿瘤位置对皮肤组织温度分布的影响

Fig.4 Effect of tumor location on temperature distribution of skin tissue

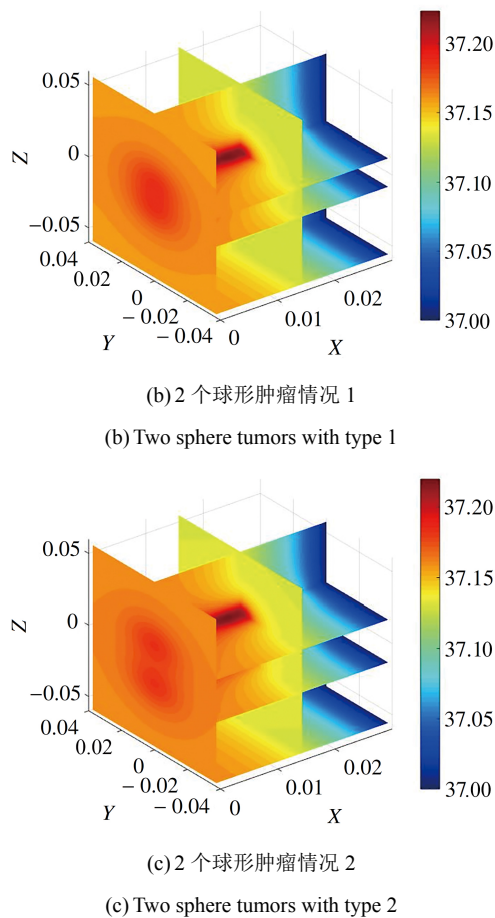


图 4 肿瘤位置对皮肤组织温度分布的影响(续)

Fig.4 Effect of tumor location on temperature distribution of skin tissue (continued)

平面的温度分布结果. 由图 4 可以看出, 距离较近或未完全分开的两个肿瘤难以通过皮肤组织的温度分布图进行区分.

4 结论

本文采用广义有限差分法结合隐式差分格式模拟含肿瘤皮肤组织的传热过程. 通过计算无肿瘤及含肿瘤皮肤组织的温度分布验证了该方法的精确性和高效性, 并在此基础上进一步研究肿瘤的形状及位置对皮肤组织温度分布的影响. 研究发现: (a) 相较于有限元法, 广义有限差分法无需划分网格, 前后处理简便, 同时避免产生大多数配点技术普遍存在的病态矩阵问题, 是一类非常有发展潜力的局部型无网格配点技术; (b) 肿瘤形状对远离肿瘤区域的皮肤组织温度分布影响较小, 而肿瘤附近区域的温度分布与肿瘤形状密切相关, 且具有明显的指向性; (c) 距离较近或未完全分开的两个肿瘤难以通过皮肤组织的表面温度分布图进行区分, 这在

临床医学诊断时需要特别关注. 最后需要指出的是, 本文主要侧重于验证广义有限差分法在计算含肿瘤皮肤组织传热过程时的有效性, 所采用的模型及其相关参数均作了不同程度的简化. 因此, 后续的研究工作中将引入更为贴近真实情况的模型及相关参数并采用广义有限差分法进行数值计算.

参 考 文 献

- 1 卢天健, 徐峰. 电磁加热条件下皮肤组织的生物热力学行为. 力学学报, 2010, 42(4): 719-732 (Lu Tianjian, Xu Feng. The biothermomechanical behavior of skin tissue under electromagnetic heating. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2010, 24(4): 719-732 (in Chinese))
- 2 张永, 陈斌, 李东等. 脉冲激光照射生物组织中非傅里叶导热研究. 工程热物理学报, 2018, 39(3): 598-602 (Zhang Yong, Chen Bin, Li Dong, et al. Investigation of non-Fourier heat transfer in biological tissues irradiated by pulsed laser. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2018, 39(3): 598-602 (in Chinese))
- 3 孙海洋, 赵金哲, 王宏等. 基于动态生物组织参数的微波热消融仿真研究. 生物医学工程研究, 2016, 35(1): 12-17 (Sun Haixiang, Zhao Jinzhe, Wang Hong, et al. Simulation analysis of microwave ablation based on dynamic biological tissue properties. *Journal of Biomedical Engineering Research*, 2016, 35(1): 12-17 (in Chinese))
- 4 杨洁, 李凯扬, 张少平. 基于有限元法的生物体三维温度场无损重构. 生物医学工程研究, 2006, 25(1): 28-31 (Yang Jie, Li Kaiyang, Zhang Shaoing. The non-invasive 3-D temperature field reconstruction of organism by finite element method. *Journal of Biomedical Engineering Research*, 2006, 25(1): 28-31 (in Chinese))
- 5 刘静, 任泽霏. 无损重构生物体温度场和内热源场的简化边界元途径. 航天医学与医学工程, 1996(2): 125-129 (Liu Jing, Ren Zepei. A simplified boundary element method for noninvasive reconstruction of spatial field of temperature and inner heat source in biological bodies. *Space Medicine and Medical Engineering*, 1996(2): 125-129 (in Chinese))
- 6 Attar M M, Haghpanahi M, Shahverdi H, et al. Thermo-mechanical analysis of soft tissue in local hyperthermia treatment. *Journal of Mechanical Science & Technology*, 2016, 30(3): 1459-1469
- 7 邓中山, 刘静. 低温外科手术中多维相变问题的双倒易边界元模拟. 上海理工大学学报, 2001, 23(3): 217-220 (Deng Zhongshan, Liu Jing. Simulation on the multi-dimensional phase change problem during cryosurgery by the dual reciprocity boundary element method. *Journal of University of Shanghai for Science and Technology*. 2001, 23(3): 217-220 (in Chinese))
- 8 刘朝霞, 吴声昌, 常谦顺等. 特解边界元法数值解三维 Pennes 方程及其应用. 计算物理, 2001, 18(5): 000473-476 (Liu Zhaoxia, Wu Shengchang, Chang Qianshun, et al. Numerical methods of three-dimensional Pennes equation using particular solution BEM and their applications. *Chinese Journal of Computational Physics*, 2001, 18(5): 000473-476 (in Chinese))
- 9 Dehghan M, Sabouri M. A spectral element method for solving the Pennes bioheat transfer equation by using triangular and quadrilater-

- al elements. *Applied Mathematical Modelling*, 2012, 36(12): 6031-6049
- 10 师晋红, 傅卓佳, 陈文. 边界节点法计算二维瞬态热传导问题. *应用数学和力学*, 2014, 35(2): 111-120 (Shi Jinhong, Fu Zhuojia, Chen Wen. Boundary knot method for 2D transient heat conduction problems. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, 35(2): 111-120 (in Chinese))
- 11 戴艳俊, 吴学红, 陶文铨. 三维不规则区域热传导问题无网格方法的数值模拟. *工程热物理学报*, 2011, 32(7): 1173-1177 (Dai Yanjun, Wu Xuehong, Tao Wenquan. Weighted least-squares collocation method (WLSCM) for 3-D heat conduction problems in irregular domain. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2011, 32(7): 1173-1177 (in Chinese))
- 12 程荣军, 程玉民. 带源参数的二维热传导反问题的无网格方法. *力学学报*, 2007, 39(6): 843-847 (Cheng Rongjun, Cheng Yumin. The meshless method for a two-dimensional inverse heat conduction problem with a source parameter. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2007, 39(6): 843-847 (in Chinese))
- 13 Bedin L, Bazán FSV. On the 2D bioheat equation with convective boundary conditions and its numerical realization via a highly accurate approach. *Applied Mathematics & Computation*, 2014, 236(3): 422-436
- 14 Jamil M, Ng EYK. Evaluation of meshless radial basis collocation method (RBCM) for heterogeneous conduction and simulation of temperature inside the biological tissues. *International Journal of Thermal Sciences*, 2013, 68(6): 42-52
- 15 Cao LL, Qin QH, Zhao N. An RBF-MFS model for analysing thermal behaviour of skin tissues. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2010, 53(7): 1298-1307
- 16 Fu ZJ, Xi Q, Ling L, et al. Numerical investigation on the effect of tumor on the thermal behavior inside the skin tissue. *International Journal of Heat & Mass Transfer*, 2017, 108: 1154-1163.
- 17 邵玉龙, 段庆林, 高欣等. 自适应一致性高阶无单元伽辽金法. *力学学报*, 2017, 49(1): 105-116 (Shao Yulong, Duan Qinglin, Gao Xin, et al. Adaptive consistent high order element-free Galerkin method. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(1): 105-116 (in Chinese))
- 18 朱跃, 姜胜耀, 杨星团等. 粒子法中压力振荡的机理研究. *力学学报*, 2018, 50(3): 688-698 (Zhu Yue, Jiang Shengyao, Yang Xingtuan, et al. Mechanism analysis of pressure oscillation in particle method. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(3): 688-698 (in Chinese))
- 19 杨建军, 郑健龙. 无网格局部强弱法求解不规则域问题. *力学学报*, 2017, 49(3): 659-666 (Yang Jianjun, Zheng Jianlong. Meshless local strong-weak (MLSW) method for irregular domain problems. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(3): 659-666 (in Chinese))
- 20 张雄, 刘岩, 马上. 无网格法的理论及应用. *力学进展*, 2009, 39(1): 1-36 (Zhang Xiong, Liu Yan, Ma Shang. Meshfree methods and their applications. *Advances in Mechanics*, 2009, 39(1): 1-36 (in Chinese))
- 21 Wu ZM. Compactly supported positive definite radial functions. *Advances in Computational Mathematics*, 1995, 4(1): 283-292
- 22 陈少林, 李燕秀. 一种高效的局部径向基点插值无网格方法. *固体力学学报*, 2009, 30(1): 100-105 (Chen Shaolin, Li Yanxiu. An efficient meshless method through local radial point interpolation. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2009, 30(1): 100-105 (in Chinese))
- 23 习强, 傅卓佳, 蔡加正. 基于结合扩展精度技术的基本解方法的非线性功能梯度材料热传导问题求解. *计算机辅助工程*, 2016, 25(4): 7-14 (Xi Qiang, Fu Zhuojia, Cai Jiazheng. Heat conduction solution of nonlinear functionally graded material based on fundamental solution method combined with extended precision arithmetic. *Computer Aided Engineering*, 2016, 25(4): 7-14 (in Chinese))
- 24 Benito JJ, Ureña F, Gavete L. Influence of several factors in the generalized finite difference method. *Applied Mathematical Modelling*, 2001, 25(12): 1039-1053
- 25 Chen J, Gu Y, Wang M, et al. Application of the generalized finite difference method to three-dimensional transient electromagnetic problems. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2017, 92: 257-266.
- 26 Li PW, Fan CM. Generalized finite difference method for two-dimensional shallow water equations. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2017, 80: 5 8-71.
- 27 Pennes HH. Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting human forearm. *Journal of Applied Physiology*, 1948, 1(2):93-122
- 28 Deng ZS, Liu J. Analytical study on bioheat transfer problems with spatial or transient heating on skin surface or inside biological bodies. *Journal of Biomechanical Engineering*, 2002, 124: 638-649
- 29 Filho AMG, Nogueira LL, Silveira JVC, et al. Solution of the inverse bioheat transfer problem for the detection of tumors by genetic algorithms//Osvaldo Gervasi, Beniamino Murgante, Sanjay Misra, et al eds. *Computational science and its applications-ICCS 2017, 17th International Conference on Computational Science and Its Applications, Trieste, 2017.6.3-6, Germany, Springer, 2017: 441-452*
- 30 Gavete L, Benito JJ, Ureña F. Generalized finite differences for solving 3D elliptic and parabolic equations. *Applied Mathematical Modelling*, 2016, 40(2): 955-965