2017 年 11 月

Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics

生物、工程及交叉力学

# 波动问题中流体介质的动力人工边界"

刘晶波\*,2) 宝 鑫\* 谭 辉\* 王建平\* 郭 东\*

\*(清华大学土木工程系,北京100084) \*(海军工程设计局,北京100070)

摘要 无限域流体介质的波动辐射效应是影响海域工程动力反应的重要因素,人工边界是实现此类开放 系统近场波动问题数值分析的有效方法.基于位移格式的流体波动理论推导开放域流体介质的人工边 界,分别给出一维、二维和三维空间中平面波、柱面波和球面波的流体介质动力人工边界条件,其中 一维平面波动人工边界为经典的黏性边界,二维柱面波、三维球面波的人工边界处节点应力与节点速 度和加速度成正比,可等效为由阻尼与质量系统构成的人工边界条件.讨论相应的数值模拟技术,给出 流体介质动力人工边界在 ANSYS 软件平台的具体实现方法.近场流体介质动力反应问题的算例表明, 所发展的流体动力人工边界对于轴对称波动与非轴对称波动在近场有限域截断处的透射吸收作用的模 拟计算精度均较为良好,说明此流体介质人工边界具有较高的可靠性与实用性.所发展的流体介质动力 人工边界可较为方便地与大型商用有限元软件结合,可为包括海域地形和海岛在内的海域工程的动力 分析提供一定的方法借鉴.

关键词 流体介质,人工边界,有限元,动力分析,流固耦合

中图分类号: O347.4, TB123 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-17-199

# DYNAMICAL ARTIFICIAL BOUNDARY FOR FLUID MEDIUM IN WAVE MOTION PROBLEMS<sup>1)</sup>

Liu Jingbo<sup>\*, 2)</sup> Bao Xin<sup>\*</sup> Tan Hui<sup>\*</sup> Wang Jianping<sup>†</sup> Guo Dong<sup>†</sup> <sup>\*</sup> (Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China) <sup>†</sup> (Naval Institute of Engineering Design and Research, Beijing 100070, China)

**Abstract** The wave radiation effect of infinite fluid medium is an important factor affecting the dynamic response of sea area engineering. Artificial boundary is an effective method to realize the numerical analysis of near-field wave motions in such open systems. In this paper, the dynamic artificial boundaries of open domain fluid medium are deduced based on the theory of fluid wave motions in displacement scheme. The dynamic artificial boundary conditions of wave motions in one-dimensional, two-dimensional and three-dimensional fluid medium is classical viscous boundary. On the two-dimensional artificial boundary of cylindrical wave and three-dimensional artificial boundary of spherical wave, the nodal stress is proportional to the speed and acceleration of the node. Therefore, the boundary conditions of these two dimensions can be equivalent to the artificial boundaries composed of the damping-mass system. Furthermore, the

2) 刘晶波,教授,主要研究方向:结构抗震和防灾减灾.E-mail: liujb@mail.tsinghua.edu.cn

Liu Jingbo, Bao Xin, Tan Hui, Wang Jianping, Guo Dong. Dynamical artificial boundary for fluid medium in wave motion problems. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(6): 1418-1427

<sup>2017-05-24</sup> 收稿, 2017-08-11 录用, 2017-08-14 网络版发表.

<sup>1)</sup> 国家重点研发计划资助项目 (2016YFC1402800).

引用格式:刘晶波,宝鑫,谭辉,王建平,郭东.波动问题中流体介质的动力人工边界.力学学报,2017,49(6):1418-1427

corresponding numerical simulation techniques of the fluid medium dynamic artificial boundaries proposed in this paper are discussed, and the realization methods on ANSYS platform are given. Examples of the near-field dynamic response problems show that, for the simulation of the transmission and absorption of the axisymmetric and the non-axisymmetric wave motions. in fluid medium, the calculation accuracies of the dynamic artificial boundaries proposed in this paper are relatively high. The reliability and practicality of those artificial boundaries are verified. The artificial boundaries of fluid medium developed in this paper can be combined with large commercial finite element software, which can provide some insight in the dynamic analysis methods of sea area engineering including sea area terrains and islands.

Key words fluid medium, artificial boundary, finite element method, dynamic analysis, fluid-structure interaction

# 引 言

近年来,中国在海域工程建设方面不断取得重 大进展.对包括人工岛在内的海域工程进行地震安 全性评价,是需要研究的重要工程问题.一方面可以 为己有建设提供安全保障,同时也能对未来海域开 发与工程建设提供理论支持.在地震作用下,周围无 限水体与工程结构的耦合作用是不可忽视的重要因 素.流固耦合问题的解析方法仅适用于少数规则边 界,实际问题大多需要采用数值方法进行分析.海域 工程与其周围流体介质构成开放系统,在动力分析 中应截取有限的近场计算域,并引入虚拟的人工边 界以模拟波动辐射效应<sup>[1]</sup>.

固体介质中的人工边界研究较为成熟,发展出 包括边界元[2-3]、无限元[4]、比例有限元[5]、透射边 界[6-8]、黏性边界[9]、黏弹性边界[10-15]等一系列人工 边界模拟方法.由于大规模的海洋开发与工程建设 起步较晚,流体介质人工边界研究较为有限.针对开 放系统的流固耦合问题,部分研究人员将流体等效 为随固体运动的附加质量[16-17]或叠加在结构上的动 水压力[18-20],从而将计算解耦; Tsai 等[21]、杜修 力<sup>[22]</sup>、王进廷等<sup>[23]</sup>分别采用压力格式的水体离散 方法,实现了基于节点压力递推的多步时域透射人 工边界;李忠献等<sup>[24]</sup>、Li等<sup>[25]</sup>基于辐射波浪理论发 展了地震作用下深水桥梁动力反应的半解析方法; 林皋等<sup>[26]</sup>、Wang等<sup>[27]</sup>、李上明<sup>[28]</sup>采用比例有限元 方法,实现了对无限流体介质的模拟;Fan 等<sup>[29]</sup>利用 边界元与有限元耦合的方法建立考虑无限域流体介 质的流固耦合动力分析方法; 胡海等<sup>[30]</sup>和闫再友 等[31]分别利用边界无网格法和边界元法计算结构体 在无限流体域中的声辐射.本文将基于流体波动理 论推导位移格式的流体介质人工边界条件,并讨论 相应的数值模拟实现方法,通过算例对比,验证本方 法的可靠性与实用性.本文推导的人工边界属于应 力型人工边界,易于与现有商用有限元程序整合,因 而更便于大型复杂海域工程流固耦合的动力反应 分析.

## 1 流体介质人工边界

黏性可压缩流体的波动方程为[32]

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} = \left(\frac{K_{\text{bulk}}}{\rho_0} + \frac{3\zeta + \eta}{3\rho_0}\frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla\nabla\cdot\boldsymbol{u} + \frac{\eta}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla^2\boldsymbol{u}\right) \quad (1)$$

其中, u 为流体质点的位移向量,  $K_{bulk}$  是流体体积模量,  $\rho_0$  为流体初始密度,  $\nabla$ 为梯度算子,  $\eta \, \pi \zeta$ 分别为第一和第二黏性系数. 对于无黏可压流体,  $\eta = \zeta = 0$ , 此时波动方程 (1) 表示为

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} = \frac{K_{\text{bulk}}}{\rho_0} \nabla \nabla \cdot \boldsymbol{u} \tag{2}$$

小扰动情况下,流体动水压 p 与位移向量的空间散度成线性关系

$$p = -K_{\text{bulk}} \nabla \cdot \boldsymbol{u} \tag{3}$$

下面分别考虑一维空间的平面外行波,二维空间的柱面外行波和三维空间的球面外行波,假设流体无黏可压缩,推导不同情况的流体介质人工边界条件.

#### 1.1 一维空间流体介质人工边界

假设一维平面 P 波沿 x 轴传播, 波动方程 (2) 表示为

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{K_{\text{bulk}}}{\rho_0} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = c_p^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \tag{4}$$

其中,  $c_p = \sqrt{K_{\text{bulk}}/\rho_0}$ 为流体介质中的 P 波波速, 方程 (4) 的通解为

$$u_x(x,t) = f\left(x - c_{\rm p}t\right) + g\left(x + c_{\rm p}t\right)$$
(5)

其中f(·)和g(·)分别表示外行波和内行波,为模拟

$$u_x(x,t) = f\left(x - c_p t\right) \tag{6}$$

将式(6)代入式(3),得

$$p = -K_{\text{bulk}}f'\left(x - c_{\text{p}}t\right) \tag{7}$$

式(6)对时间 t 求导并与式(7) 联立,得

$$p = \rho_0 c_p \frac{\partial u_x}{\partial t} \tag{8}$$

当 x 为人工边界点时,即 x=x<sub>b</sub>,式(8)给出了一 维问题人工边界处的边界条件,此人工边界条件可 等效为如图 1 所示的阻尼边界条件,即为经典的黏 性边界,其中阻尼器的黏性系数为



图 1 阻尼器示意图 Fig. 1 Damper schematic diagram

$$C = \rho_0 c_{\rm p} \tag{9}$$

## 1.2 二维空间流体介质人工边界

二维空间极坐标系中柱面波沿 r 轴传播, 方程 (2) 退化为

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = c_p^2 \left( \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right)$$
(10)

设 φ 为位移势函数,即

$$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} \tag{11}$$

将式(11)代入式(10),并对r积分

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = c_p^2 \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)$$
(12)

方程(12)仅考虑外行波的近似解为

$$\phi(r,t) = \frac{1}{\sqrt{r}} f\left(r - c_{\rm p}t\right) \tag{13}$$

$$p = -K_{\text{bulk}}\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r}\right) = -K_{\text{bulk}}\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \phi}{\partial r}\right)$$
(14)

将式 (12) 代入式 (14) 并利用式 (13), 得到

$$p = -\frac{K_{\text{bulk}}}{c_{\text{p}}^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -K_{\text{bulk}} \frac{1}{\sqrt{r}} f^{\prime\prime} \left(r - c_{\text{p}} t\right) \qquad (15)$$

式(15)对时间 t 求导

报

$$\frac{\partial p}{\partial t} = K_{\text{bulk}} c_{\text{p}} \frac{1}{\sqrt{r}} f^{\prime\prime\prime} \left( r - c_{\text{p}} t \right)$$
(16)

将式(13)代入式(11),并对时间t求二阶导数

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = -\frac{c_p^2}{2r^{3/2}} f''' \left(r - c_p t\right) + \frac{c_p^2}{r^{1/2}} f'''' \left(r - c_p t\right)$$
(17)

联立式 (15)~式 (17), 消去中间函数 *f*"(*r*-*c*<sub>p</sub>*t*)和 *f*"(*r*-*c*<sub>p</sub>*t*), 得到

$$p + \frac{2r}{c_{\rm p}} \frac{\partial p}{\partial t} = 2\rho_0 r \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2}$$
(18)

当 *r* = *r*<sub>b</sub> 时, *r*<sub>b</sub> 为人工边界点坐标,式 (18) 给出了二 维空间柱面波在人工边界处的边界条件.



图 2 阻尼-质量系统示意图 Fig. 2 Damper-mass system schematic diagram

式 (18) 给出的人工边界条件可用如图 2 的阻 尼--质量系统等效.

该系统运动方程为

$$C(\dot{u}_{\rm b} - \dot{u}_M) = p \tag{19}$$

$$M\ddot{u}_M + C\left(\dot{u}_M - \dot{u}_b\right) = 0 \tag{20}$$

其中 *u*<sub>b</sub> 和 *u*<sub>M</sub> 分别为人工边界点和集中质量的位移. 联立式 (19) 和式 (20) 去除质量 *M* 的自由度 *u*<sub>M</sub> 后得到

$$p + \frac{M}{C}\frac{\partial p}{\partial t} = M\ddot{u}_{\rm b} \tag{21}$$

对比式 (18) 与式 (21), 可以得到人工边界阻 尼--质量系统的物理参数为

$$M = 2\rho_0 r, \ C = \rho_0 c_p \tag{22}$$

## 1.3 三维空间流体介质人工边界

三维空间球坐标系中球面波沿r轴传播时,式 (2)退化为

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = c_p^2 \left( \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2u_r}{r^2} \right)$$
(23)

设 ϕ 为位移势函数, 即

$$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} \tag{24}$$

将式 (24) 代入式 (23), 并对 r 积分, 得到

$$\frac{\partial^2 (r\phi)}{\partial t^2} = c_p^2 \frac{\partial^2 (r\phi)}{\partial r^2}$$
(25)

式(25) 仅考虑外行波的通解为

$$\phi(r,t) = \frac{1}{r} f\left(r - c_{\rm p}t\right) \tag{26}$$

将式(3)化为球坐标形式,并将式(24)代入,得到

$$p = -K_{\text{bulk}} \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r} \right) = -\frac{K_{\text{bulk}}}{r} \frac{\partial^2 (r\phi)}{\partial r^2}$$
(27)

将式 (26) 代入式 (27), 得到

$$p = -\frac{c_{\rm p}^2 \rho_0}{r} f'' \left( r - c_{\rm p} t \right)$$
(28)

对时间 t 求导, 得到

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{c_{\rm p}^3 \rho_0}{r} f^{\prime\prime\prime} \left( r - c_{\rm p} t \right)$$
(29)

将式 (26) 代入式 (24), 并对时间 t 求二阶导数

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = -\frac{c_p^2}{r^2} f^{\prime\prime} \left( r - c_p t \right) + \frac{c_p^2}{r} f^{\prime\prime\prime} \left( r - c_p t \right)$$
(30)

联立式 (28)~式 (30), 消去中间函数 f''(r-c<sub>p</sub>t)和 f'''(r-c<sub>p</sub>t), 得到

$$p + \frac{r}{c_{\rm p}} \frac{\partial p}{\partial t} = r \rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$
(31)

当 *r*=*r*<sub>b</sub> 时,式 (31) 给出三维空间球面波在人工边界 *r*<sub>b</sub> 处的边界条件.

三维人工边界条件式(31)可采用如图 2 所示的 阻尼-质量系统来等效,该系统去除自由度 u<sub>M</sub>后的 运动方程由式(21)给出,对比式(21)与式(31),得 到三维空间流体介质人工边界等效阻尼--质量系统 的物理参数

$$M = \rho_0 r, \ C = \rho_0 c_p \tag{32}$$

# 2 有限元实现方法

由式 (9)、式 (22)、式 (32) 表示的流体介质人 工边界是一种位移格式的应力型局部人工边界,可 方便地与大型商用有限元软件中的位移格式流体单 元结合,用于分析无限域流体的近场波动问题.在有 限元模型中,此人工边界条件通过在相应的边界节

#### 表1 阻尼-质量系统物理参数

Table 1 Physical parameters of the damper-mass system

one-dimensional	С	$ \rho_0 c_p \sum_i A_i $
two-dimensional	С	$\rho_0 c_p \sum_i A_i$
	M	$2\rho_0 r_b \sum_i A_i$
three-dimensional	С	$\rho_0 c_p \sum_i A_i$
	M	$\rho_0 r_b \sum_i A_i$

点添加阻尼器和质量单元实现.不同维度下阻尼–质 量系统的物理参数如表1所示,其中∑A<sub>i</sub>为与有限 单元相连的人工边界节点所代表的面积.

下面以 Ansys 软件为例, 介绍此人工边界的有限元实现方法.

Ansys 提供了位移格式流体单元 Fluid80, 适合 模拟液体的晃动问题.可用于流固耦合系统的模态 分析和瞬态动力分析, 有较高的求解稳定性<sup>[33]</sup>. 以此 单元离散计算模型中流体近场有限域. 考虑流固耦 合问题时, 可在内部建立固体模型并在流固交界面 耦合流体和固体单元节点的法向自由度. 根据模型 维数在流体人工边界节点分别添加如表 1 所示的阻



图 3 Combin40 示意图 Fig. 3 Schematic diagram of Combin40

报

尼、质量单元.亦可采用 Ansys 提供的弹簧-阻尼-质量单元 Combin40 实现人工边界条件的模拟,该 单元示意图如图 3 所示.其中 I 和 J 为两节点; K<sub>1</sub> 和 K<sub>2</sub> 分别为两并联弹簧的刚度; C 为阻尼器阻尼系数; M 为集中质量,可分三种情况: M 位于 I 节点, M 位 于 J 节点,及 M 在 I 和 J 节点平均分配; F<sub>SLIDE</sub> 为极 限滑移力; GAP 为间隙宽度.将此单元用于本文发 展的水体介质人工边界时,可令 K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub>, F<sub>SLIDE</sub> 和 GAP 为零, I 节点为人工边界点,一维情况约束 J 节 点自由度,二维和三维情况在 J 节点添加集中质量.

#### **3** 数值算例

为简单直观地验证本文发展的位移格式流体介质人工边界的有效性,分别建立具有规则几何形状近场区域的数值算例并进行计算分析.算例中的流体介质为水,其与固体介质的材料参数见表2.算例

表 2 介质材料参数

Table 2	Material parameters of the media	
liquid medium	density ( $\rho_{\rm f}$ )/ (kg·m <sup>-3</sup> )	1000
	wave speed $(c_{\rm pf})/({\rm m}\cdot{\rm s}^{-1})$	1435.27
solid medium	density $(\rho_s)/(kg \cdot m^{-3})$	2643
	Poisson's ratio $(\gamma)$	0.15
	longitudinal wave speed $(c_{ps})/(m \cdot s^{-1})$	3520.90

1~3中动力载荷形式为表面压力波,加载函数为 Dirac-δ函数有限差分近似对时间的一阶导数,脉冲 持时为1s,压力峰值为2kPa,压力时程如图4所示.

同时,对于二维、三维情况,参考固体介质人工边



图 4 压力载荷时程 Fig. 4 The history of pressure

界中的简化方法<sup>[11]</sup>,将集中质量取为无穷大,即约束 集中质量节点的自由度,此时二维、三维人工边界退 化为一维黏性人工边界,验证此简化方法是否合理.

## 3.1 算例 1: 一维空间平面波近场波动

分析平面波从固体介质传导到无限域流体介质 的问题,计算模型如图 5 所示,固体域长度 L<sub>s</sub>=10 000 m, 流体近场有限域长度 L<sub>F</sub>=1 500 m. 左端固体边界自 由,并在此边界输入如图 4 所示的压力载荷 P(t). 固 体左端的位移响应由式 (33) 求得

$$u_0(t) = \frac{1}{c_{\rm ps}\rho_{\rm s}} \int_0^t P(\tau) \,\mathrm{d}\tau \tag{33}$$

忽略介质中的阻尼,平面波在传播过程中波形 保持不变.波在流固界面处由固体介质向流体介质 传播时发生反射和透射,反射波和透射波与入射波 的振幅值比分别为<sup>[22]</sup>

$$\frac{A_{\rm r}}{A_{\rm i}} = \frac{\rho_{\rm s}c_{\rm ps} - \rho_{\rm f}c_{\rm pf}}{\rho_{\rm s}c_{\rm ps} + \rho_{\rm f}c_{\rm pf}}, \quad \frac{A_{\rm t}}{A_{\rm i}} = \frac{2\rho_{\rm s}c_{\rm ps}}{\rho_{\rm s}c_{\rm ps} + \rho_{\rm f}c_{\rm pf}}$$
(34)

其中 A<sub>r</sub>, A<sub>t</sub>和 A<sub>i</sub>分别为反射波、透射波和入射波的 振幅.在流固界面处透射到流体介质中的外行波传 递到无限域,而反射到固体介质中的波在左侧的自





由边界发生全反射.基于以上假设和式(33)、式(34) 可得到各点位移时程的理论解.数值解分别采用本 文发展的一维流体介质人工边界、固定边界、自由 边界,并在忽略流体影响的无水情况下获得.

提取 A, B 和 C 点的位移时程进行对比分析, 结果如图 6~图 8 所示. 采用一维流体介质人工边界

计算得到的位移时程与理论解接近,说明此人工边 界能有效模拟外行平面波在流体域截断边界处的透 射问题.由于每次通过固体右端界面的波动能量都 有一部分透射到无限流体域中,振幅呈衰减趋势.而 采用自由边界、固定边界或无水情况,波动能量无 法通过边界传导到无限域,始终在计算域内往复传

# 播,与理论解相比误差显著,因而在实际分析中无限



域流体的能量辐射效应不可忽视.

图 6 A 点位移时程 Fig. 6 Displacement history of point A



图 7 B 点位移时程 Fig. 7 Displacement history of point B



图 8 C 点位移时程 Fig. 8 Displacement history of point C

# 3.2 算例 2:二维空间柱面波近场波动

建立如图 9 所示的二维环形轴对称模型, 内半径 R<sub>1</sub>=100 m, 外半径 R<sub>2</sub>=400 m, 外圆为流体有限域 截断面, 沿内圆均匀施加如图 4 所示的压力载荷 P(t), 波动将以柱面波形式向外传播. 分别在截断边 界处施加本文发展的二维流体介质人工边界、自由 边界和固定边界进行数值分析. 由于此问题无显式 表达的理论解, 可以通过增加近场有限域尺寸, 令反 射波在计算时长内不传回观测点, 获得的有限元扩 展网格解代表精确解. 比较距离圆心分别为 250 m 和 390 m 的观测点 A、B 的位移时程, 结果如图 10 和图 11 所示.

由计算结果可见,采用本文发展的二维流体人 工边界计算得到的节点位移时程与有限元扩展网格 解较为接近,平衡后沿径向向外漂移.由于黏性边界 约束了人工边界质量节点的位移,限制了本算例中



图 9 算例 2 和 3 计算模型 Fig. 9 Model of examples 2 and 3



图 10 A 点位移时程 Fig. 10 Displacement history of point A



图 11 B 点位移时程 Fig. 11 Displacement history of point B

平衡后流体向外扩散的趋势,计算结果与扩展网格 解不符.若采用固定边界或自由边界,则外行柱面波 无法透过边界传导到无限域,导致模拟失真.

#### 3.3 算例 3: 三维空间球面波近场波动

三维人工边界算例的近场有限域模型为外半径 R<sub>2</sub>=400 m,内含半径 R<sub>1</sub>=100 m 同心球形空腔的 球域,过球心的剖面图如图 9 所示.沿内球面均匀施 加如图 4 所示的压力载荷 P(t),波动以球面波形式 向外传播.数值解通过分别在外球面施加本文发展 的三维流体介质人工边界、自由边界和固定边界条件获得.球心距为 r 处的位移精确解是通过联立式 (24)、式 (26)、式 (28) 获得的理论解

$$u(r,t) = \begin{cases} 0, & t \leq \frac{r-R_1}{c_{\rm pf}} \\ \frac{R_1}{r\rho_0} \left(\frac{1}{c_{\rm pf}} F_1(r,t) + \frac{1}{r} F_2(r,t)\right), & t > \frac{r-R_1}{c_{\rm pf}} \end{cases}$$
(35)



图 12 A 点位移时程 Fig. 12 Displacement history of point A



图 13 B 点位移时程 Fig. 13 Displacement history of point B

$$t_0 = t - \frac{r - R_1}{c_{\rm pf}}.$$

比较距离球心分别为 250 m 和 390 m 的观测 点 *A* 和 *B* 的位移时程,结果如图 12 和图 13 所示.

采用本文发展的三维流体介质人工边界的计算 结果与精确解几乎重合,说明本文发展的流体人工 边界能以较高的精度计算流体中球面波在近场截断 处的透射问题.若采用黏性边界,平衡后各节点有恢 复到初始位置的趋势,而且低估了位移的峰值.若球 域外边界采用自由边界或固定边界假设,外行波则 无法透射,模拟失真严重.

## 3.4 算例 4: 非轴对称波近场波动

理论上本文发展的水体介质动力人工边界能精 确模拟平面、柱面、球面波的波动辐射效应,然而 在实际应用中,多数问题的波场分布并不严格满足 以上三种波动形式.有必要分析此人工边界对于其



图 14 算例 4 计算模型 Fig. 14 Model of example 4

他形式波动的透射吸收效果.

算例 4 为被无限域流体包围的半径 R<sub>1</sub>=100 m 的固体柱水平运动问题,在有限域 R<sub>2</sub>=400 m 处截断 流体并添加本文发展的二维水体介质人工边界,二 维剖面如图 14 所示.对固体柱施加由 Dirac-δ 函数 有限差分近似对时间的一阶积分得到的 x 向水平位 移如图 15 所示.提取距离圆心 250 m 和 400 m 的观 测点 A、B 的位移及流固界面上 C 点的液体压强,



图 15 位移时程 Fig. 15 The history of displacement



图 16 A 点位移时程 Fig. 16 Displacement history of point A



图 17 B 点位移时程 Fig. 17 Displacement history of point B



图 18 C 点压强时程 Fig. 18 Pressure history of point C

并与扩展网格解和黏性边界的计算结果对比,结果如图 16~图 18 所示.

采用本文发展的流体介质人工边界计算得到的 位移、压强响应与扩展网格解较为接近,而黏性边 界严重低估了位移和压强的响应峰值.说明本文发 展的流体介质人工边界对于非轴对称波动问题也能 取得较好的模拟效果,而经典黏性边界的计算精度 低于本文发展的水体介质人工边界.

# 4 总结

周围无限域流体对工程结构的动力作用是在分析包括人工岛在内的海域工程地震安全性时需要考虑的问题.通过有限域建模分析,流体介质人工边界 是能够解决这一问题的有效方法.本文基于流体近 场波动理论推导位移格式的应力型流体介质人工边 界条件,并讨论相应的数值模拟实现技术.数值算例 表明,本文发展的流体介质人工边界在求解无限域 流体介质近场波动问题时具有较高的精度,并且能 够较为方便地与商用有限元软件结合,可应用于复 杂流固耦合开放系统的动力分析.对于半空间或成 层介质的波导问题,如何对本文的方法进行必要的 调整和修正以提高模拟精度是值得进一步研究的重 要问题.

#### 参考文献

- 1 Ghandil M, Behnamfar F. The near-field method for dynamic analysis of structures on soft soils including inelastic soil-structure interaction. *Soil Dynamics & Earthquake Engineering*, 2015, 75: 1-17
- 2 Spyrakos CC, Beskos DE. Dynamic response of rigid strip-foundations by a time-domain boundary element method. *International*

报

Journal for Numerical Methods in Engineering, 2010, 23(8): 1547-1565

- 3 何超,周顺华,狄宏规等. 饱和土-隧道动力响应的2.5维有限元-边界元耦合模型. 力学学报, 2017, 49(1): 126-136 (He Chao, Zhou Shunhua, Di Honggui, et al. A 2.5-d coupled FE-BE model for the dynamic interaction between tunnel and saturated soil. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(1): 126-136 (in Chinese))
- 4 Zhang CH, Zhao CB. Coupling method of finite and infinite elements for strip foundation wave problems. *Earthquake Engineering* & *Structural Dynamics*, 1987, 15(7): 839-851
- 5 陈灯红,杜成斌. 基于SBFE和改进连分式的有限域动力分析. 力 学学报, 2013, 45(2): 297-301 (Chen Hongdeng, Du Chengbin. Dynamic analysis of bounded domains by SBFE and the improved continued-fraction expansion. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2013, 45(2): 297-301 (in Chinese))
- 6 Liao ZP, Wong HL, Yang BP, et al. A transmitting boundary for transient wave analyses. *Science China Mathematics*, 1984, 27(10): 1063-1076
- 7 刑浩洁, 李鸿晶. 透射边界条件在波动谱元模拟中的实现: 一维波动. 力学学报, 2017, 49(2): 367-379 (Xing Haojie, Li Hongjing. Implementation of multi-transmitting boundary condition for wave motion simulation by spectral element method: One dimension case. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(2): 367-379 (in Chinese))
- 8 陈少林,赵字昕. 一种三维饱和土-基础-结构动力相互作用分析 方法. 力学学报, 2016, 48(6): 1326-1371 (Chen Shaolin, Zhao Yuxin. A method for three-dimensional saturated soil-foundation-structure dynamic interaction analysis. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2016, 48(6): 1326-1371 (in Chinese))
- 9 Lysmer J. Finite dynamic model for infinite media. *Proc of Asce*, 1969, 95(4): 859-878
- 10 刘晶波, 李彬. 三维黏弹性静-动力统一人工边界. 中国科学:技术 科学, 2005, 35(9): 966-980 (Liu Jingbo, Li Bin. A unified viscousspring artificial boundary for 3-D static and dynamic applications. *Science in China (Ser. E)*, 2005, 35(9): 966-980 (in Chinese))
- 11 刘晶波, 王振宇, 杜修力等. 波动问题中的三维时域粘弹性人工边界. 工程力学, 2005, 226(6): 46-51 (Liu Jingbo, Wang Zhenyu, Du Xiuli, et al. Three-dimensional visco-elastic artificial boundaries in time domain for wave motion problems. *Engineering Mechanics*, 2005, 226(6): 46-51 (in Chinese))
- 12 杜修力, 赵密, 王进廷. 近场波动模拟的人工应力边界条件. 力学 学报, 2006, 38(1): 49-56 (Du Xiuli, Zhao Mi, Wang Jinting. A stress artificial boundary in FEA for near-field wave problem. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2006, 38(1): 49-56 (in Chinese))

- 13 杜修力. 局部解耦的时域波分析方法. 世界地震工程, 2000, 16(3): 22-26 (Du Xiuli. A partially decoupling analytical method for wave propagation problems in time domain. *World Information on Earthquake Engineering*, 2000, 16(3): 22-26 (in Chinese))
- 14 章小龙,李小军,陈国兴等. 黏弹性人工边界等效载荷计算的改进 方法. 力学学报, 2016, 48(5): 1126-1135 (Zhang Xiaolong, Li Xiaojun, Chen Guoxing, et al. An improved method of the calculation of equivalent nodal forces in viscous-elastic artificial boundary. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2016, 48(5): 1126-1135 (in Chinese))
- 15 王振宇, 刘晶波. 成层地基非线性波动问题人工边界与波动输入 研究. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(7): 1169-1173 (Wang Zhenyu, Liu Jingbo. Study on wave motion input and artificial boundary for problem of nonlinear wave motion in layered soil. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(7): 1169-1173 (in Chinese))
- 16 王基盛,杨庆山. 流体环境中结构附加质量的计算. 北京交通大学 学报, 2003, 27(1): 40-43 (Wang Jisheng, Yang Qingshan. Calculation on added mass of structures in fluid environments. *Journal of Northern Jiaotong University*, 2003, 27(1): 40-43 (in Chinese))
- 17 杜修力, 封光, 赵密. 高承台群桩基础桥墩的动水附加质量模型验证. 地震工程与工程振动, 2014, 34(5): 81-86 (Du Xiuli, Feng Guang, Zhao Mi. Study on hydrodynamic added mass model for bridge pier on high cap pile group foundation. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 2014, 34(5): 81-86 (in Chinese))
- 18 Xing JT, Price WG, Pomfret MJ, et al. Natural vibration of a beamwater interaction system. *Journal of Sound & Vibration*, 1997, 199(3): 491-512
- 19 Yamada Y, Kawano K, Iemura H, et al. Wave and earthquake response of offshore structure with soil-structure interaction. *Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers*, 2010, 5(398): 157-166
- 20 王丕光. 地震和波浪作用下水-桥梁下部结构相互作用研究. [博士 论文]. 北京: 北京工业大学, 2016 (Wang Piguang. Study on watersubstructure of bridge interaction under earthquake action and wave action. [PhD Thesis]. Beijing: Beijing University of Technology, 2016 (in Chinese))
- 21 Tsai CS, Lee GC. Method for transient analysis of three-dimensional dam-reservoir interactions. *Journal of Engineering Mechanics*, 1990, 116(10): 2151-2172
- 22 杜修力. 工程波动理论与方法. 北京: 科学出版社, 2009 (Du Xiuli. Theories and Methods of Wave Motion for Engineering. Beijing: Science Press, 2009 (in Chinese))
- 23 王进廷, 杜修力, 张楚汉. 重力坝--库水-淤砂--地基系统动力分析的时域显式有限元模型. 清华大学学报(自然科学版), 2003, 43(8): 1112-1115 (Wang Jinting, Du Xiuli, Zhang Chuhan. Explicit finite element model for dynamic analysis of dam-reservoir-sedi-

ment- foundation system. *Journal of Tsinghua University (Sci & Tech)*, 2003, 43(8): 1112-1115 (in Chinese))

- 24 李忠献, 黄信. 地震和波浪联合作用下深水桥梁的动力响应. 土木 工程学报, 2012, 45(11): 134-140 (Li Zhongxian, Huang Xin. Dynamic responses of bridge in deep water under combined earthquake and wave action. *China Civil Engineering Journal*, 2012, 45(11): 134-140 (in Chinese))
- 25 Li Q, Yang W. An improved method of hydrodynamic pressure calculation for circular hollow piers in deep water under earthquake. *Ocean Engineering*, 2013, 72(11): 241-256
- 26 林皋, 杜建国. 基于SBFEM的坝-库水相互作用分析. 大连理工 大学学报, 2005, 45(5): 723-729 (Lin Gao, Du Jianguo. Analysis of dam-reservoir interaction based on SBFEM. *Journal of Dalian University of Technology*, 2005, 45(5): 723-729 (in Chinese))
- 27 Wang Y, Lin G, Hu Z. Novel nonreflecting boundary condition for an infinite reservoir based on the scaled boundary finite-element method. *Journal of Engineering Mechanics*, 2015, 141(5): 04014150
- 28 李上明. 基于比例边界有限元法动态刚度矩阵的坝库耦合分析方法. 工程力学, 2013, 30(2): 313-317 (Li Shangming. Transient analysis method for dam-reservoir interaction based on dynamic stiffness of SBFEM. *Engineering Mechanics*, 2013, 30(2): 313-317 (in Chinese))

- 29 Fan SC, Li SM, Yu GY. Dynamic fluid-structure interaction analysis using boundary finite element method- finite element method. *Journal of Applied Mechanics*, 2005, 72(4): 591-598
- 30 胡海,郭文勇,马龙. 结构声辐射计算的边界无网格法. 噪声与振动 控制, 2012(5): 37-41 (Hu Hai, Guo Wenyong, Ma Long. Numerical computation of structure radiated acoustic field using boundary meshless method. *Noise and Vibration Control*, 2012(5): 37-41 (in Chinese))
- 31 闫再友,姜楫,严明. 利用边界元法计算无界声场中结构体声辐射. 上海交通大学学报, 2000, 34(4): 520-523 (Yan Zaiyou, Jiang Ji, Yan Ming. Calculating acoustic radiation from object in unbounded sound field using boundary element method. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2000, 34(4): 520-523 (in Chinese))
- 32 王维佳. 粘性可压缩流体中的波. 地球物理学报, 1984(1): 87-96 (Wang Weijia. The wave in the viscous compressible fluid. *Acta Geophysica Sinica*, 1984(1): 87-96 (in Chinese))
- 33 宝鑫, 刘晶波. 考虑流--固耦合效应的含液容器动力响应有限元分 析方法. 核动力工程, 2017(2): 111-114 (Bao Xin, Liu Jingbo. Dynamic finite element analysis methods for liquid container considering fluid-structure interaction. *Nuclear Power Engineering*, 2017(2): 111-114 (in Chinese))