

气流作用下同轴带电射流的不稳定性研究¹⁾

李帅兵 杨睿 罗喜胜 司廷²⁾

(中国科学技术大学近代力学系, 合肥 230027)

摘要 通过对气体驱动同轴电流动聚焦的实验模型进行简化, 开展了电场力和惯性力共同作用下同轴带电射流的不稳定性理论研究. 在流动为无黏、不可压缩、无旋的假设下, 建立了三层流体带电射流物理模型并得到了扰动在时间域内发展演化的解析形式色散关系, 利用正则模方法求解色散方程发现了流动的不稳定模态, 进而分析了主要控制参数对不稳定模态的影响. 结果表明, 在参考状态下轴对称模态的最不稳定增长率最大, 因此轴对称扰动控制整个流场. 外层气流速度越高, 气体惯性力越大, 射流的界面越容易失稳. 内外层液-液同轴射流之间的速度差越大, 射流越不稳定. 表面张力对射流不稳定性起到促进作用. 轴向电场对射流不稳定性具有双重影响: 当加载电场强度较小时, 射流不稳定性被抑制; 当施加电压大于某一临界值时, 轴向电场会促进射流失稳. 临界电压的大小与界面上自由电荷密度和射流表面扰动发展关系密切. 这些结果与已有的实验现象吻合, 能够对实验的过程控制提供理论指导.

关键词 同轴射流, 带电射流, 电流动聚焦, 射流不稳定性, 过程控制

中图分类号: O361.5 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-17-082

INSTABILITY STUDY OF AN ELECTRIFIED COAXIAL JET IN A COFLOWING GAS STREAM¹⁾

Li Shuaibing Yang Rui Luo Xisheng Si Ting²⁾

(Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract Instability study of electrified coaxial jet coupling the electric and inertial forces is performed based on the simplified experimental model of gas-driven coaxial electro-flow focusing. Under the assumption that the fluids are inviscid, incompressible and irrotational, a triple-layer electrified fluid jet model is established and an analytical dispersion relation in the temporal regime is obtained. The dispersion equation is solved by the normal mode method, the unstable modes of the flow are calculated and the effects of mainly controllable parameters on the unstable modes are analyzed. The results indicate that the axisymmetric mode dominates the complete flow as the maximum growth rate of the axisymmetric mode is the largest among all unstable modes. As the velocity of outer gas stream increases, the inertial force can definitely promote the jet instability. The jet will become more unstable as the velocity difference between the inner and outer liquid jets increases. The surface tension also promotes the jet instability. The axial electric field has two-fold influence on the axisymmetric jet instabilities. There is a critical value for the axial electric voltage which is related to the free electric charge density at the interface and the perturbation propagations on the jet surfaces. The applied axial electric field can suppress the jet instability when its intensity is smaller than the critical value; otherwise, the applied axial electric field

2017-03-12 收稿, 2017-05-26 录用, 2017-06-05 网络版发表.

1) 国家自然科学基金 (11472270, 81327803, 11621202) 和中央高校基本科研业务费专项资金资助项目.

2) 司廷, 特任教授, 研究方向: 实验流体力学、微纳尺度流动、流动稳定性. E-mail: tsi@ustc.edu.cn

引用格式: 李帅兵, 杨睿, 罗喜胜, 司廷. 气流作用下同轴带电射流的不稳定性研究. 力学学报, 2017, 49(5): 997-1007

Li Shuaibing, Yang Rui, Luo Xisheng, Si Ting. Instability study of an electrified coaxial jet in a coflowing gas stream. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(5): 997-1007

can promote jet instability. These results are in good agreement with the existing experimental results and can provide guidance on the process control of experiments.

Key words coaxial jet, electrified jet, electro-flow focusing, jet instability, process control

引 言

电流体力学 (electrohydrodynamics, EHD) 是流体力学和电动力学之间的交叉学科. 随着纳米技术、微机电系统和生物技术的迅猛发展, EHD 研究在纳米材料、微流动、生物医学等领域显示了巨大的应用价值. 电雾化 (electrospray, ES) 是 EHD 的一个重要分支, 可描述为利用单轴或复合结构的毛细管, 在电场力作用下促使流体界面拉伸成微细射流^[1-3]. 在 ES 中, 带电液体射流周围的气体是静止的. 不同于 ES, 近年来另一种有效的微细液体射流产生方法被提出, 称之为流动聚焦 (flow focusing, FF), 也就是从毛细管流出的液体由高速运动的气体驱动, 经小孔聚焦后形成稳定的锥射流结构^[3-5]. 可以看出, 在 FF 中液体射流周围的气体是高速运动的. FF 和 ES 形成的液体射流将破碎成微纳米量级的液滴、颗粒或胶囊, 具有相似的射流不稳定性机理. Gañán-Calvo 等^[6] 和司廷等^[7] 将 FF 与 ES 相结合, 提出了电流流动聚焦 (electro-flow focusing, EFF) 技术, 能够使雾化更稳定, 制备的产物尺寸更小, 因而具有重要的应用前景.

单轴结构的 ES, FF 和 EFF 相对简单, 目前实验和不稳定性理论研究都已取得一定进展^[5,8-9]. Si 等^[10-11] 采用时间线性不稳定性方法分析了各个参数对不稳定模的影响, 采用时空线性不稳定性方法分析了参数对鞍点的位置以及雷诺数-韦伯数 (*Re-We*) 平面上绝对和对流不稳定性转换曲线的影响, 均取得了一定成果. Li 等^[12] 采用时间不稳定性方法进行了轴向电场作用下有黏及无黏单轴射流不稳定性研究. 理论和实验结果吻合, 一定程度上证明了不稳定性理论分析方法的可靠性.

同轴结构的 ES、FF 和 EFF 变得复杂, 不仅多了一层流体, 还增加了一层界面^[13-15]. 目前相应的实验研究已经开展, 但是同轴带电射流不稳定性的理论和实验研究仍十分有限^[5,16-23]. 在 ES 方面, 根据加载电场方向的不同, Li 等分别就径向^[18]、轴向^[19] 电场作用下同轴射流无黏稳定性进行了理论分析, 取得了一定成功. 根据射流流体性质的不同, Li 等^[19] 将轴向电场同轴射流分成 4 种情况, 并针

对每种情况进行了射流的不稳定性分析. 本文是这一工作的延续, 选取内层为导体外层为电介质的同轴射流在轴向电场作用下的情况, 进一步研究惯性和电场力共同作用下的同轴带电射流不稳定性, 为气体驱动同轴 EFF 实验提供理论指导.

本文采用的不稳定性研究方法为模态展开法 (即正则模法). 在稳定性分析过程中, 当考虑黏性对流体影响时, 控制方程存在非线性项, 使得求解过程变得较复杂^[24]. 李广滨等^[25] 在单轴 EFF 研究中, 采用无黏假设研究了表面张力、外层气体流速等参数对射流的影响, 取得了一定研究成果, 对实验结果进行了定性预测. 本文采用类似的基本假设和无黏情况下的时间不稳定性分析方法, 将小扰动展开成 Fourier 级数的形式, 推导并求解出解析形式的色散方程, 从而分析扰动在时间域中的发展, 开展同轴结构的 EFF 理论研究.

1 理论模型

1.1 模型简化及基本假设

完全按照实验情况建立物理模型需要考虑的因素较多且十分复杂, 因此在开展理论研究之前需要对物理模型进行简化. 在前期工作中, Li 等^[18-19] 建立了同轴 ES 中的同轴带电射流模型, Li 等^[12] 建立了单轴 EFF 中的气体作用下的带电射流模型, 取得一定进展. 本文在以上两个模型基础上, 开展同轴射流在外部气流裹挟下向下游运动的理论建模和不稳定性分析. 由于复合液体射流流出小孔后在一段距离内稳定运动, 直径几乎保持不变, 可以将其近似为圆柱形内部液体, 环形中间层液体以及外部高速气流, 如图 1 所示.

与 Li 等^[12] 的假设类似, 本模型给出下列假设或近似并对符号含义进行说明. 同轴射流由半径为 R_1 的圆柱射流 (内层流体) 和半径为 R_2 的环形射流 (中间层流体) 组成; 同轴射流外部为压强差推动的气体 (外层流体). 本文假设流动无旋、无黏、不可压, 忽略流体间温度差异, 假设三种流体等温且不互溶, 界面无质量传递. 忽略磁场对射流的作用, 假设内层

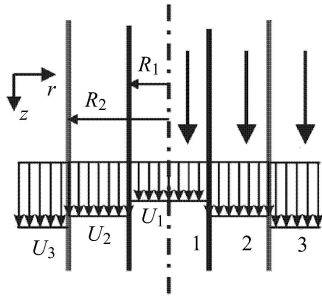


图 1 气流作用下液-液同轴带电射流的简化模型, 其中 1, 2, 3 分别表示内层、中间层和外层流体

Fig. 1 Simplified model of electrified coaxial liquid-liquid jet in a coflowing gas stream. 1, 2 and 3 stand for the inner, middle and outer fluids

流体为导体, 电导率为 σ_1 , 电容率为 ϵ_1 ; 中间层流体为电介质, 电容率为 ϵ_2 . 内层流体以及中间层流体之间界面为“界面 1”, 中间层流体以及外层气体射流之间界面为“界面 2”. 内层、中间层以及外层流体密度分别为 ρ_1, ρ_2, ρ_3 , 速度为 u_1, u_2, u_3 . 流体无扰动情况下的速度型为均匀速度型; 射流处在场强为 E_0 的理想轴向电场下.

下面从量纲分析的角度解释忽略重力、体电荷以及流体黏性的合理性. 在流体力学中无量纲参数 Fr 数 (惯性力/重力) 以及 Bo 数 (重力 / 表面张力) 与重力相关. 取一组同轴射流实验^[26]的参数作为参考状态: 速度 $U_0 = 2 \text{ m/s}$; 长度 $L_0 = 30 \mu\text{m}$; 密度 $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$; 黏度 $\mu_0 = 10^{-3} \text{ kg/(s}\cdot\text{m)}$; 气体压力差 $\Delta p_g = 5 \text{ kPa}$, 液体流量速度 $Q_0 = 50 \text{ mL/h}$, 表面张力系数 $\gamma_0 = 7.17 \times 10^{-2} \text{ N/m}$, 重力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$. 可得

$$Fr = \frac{U_0^2}{gL_0} = 1.36 \times 10^4, \quad Bo = \frac{\rho_0 L_0^2 g}{\gamma_0} = 1.23 \times 10^{-4},$$

$$Re = \frac{2}{\mu_0} \left(\frac{\rho_0^3 \Delta p_g}{8\pi^2} \right)^{0.25} Q_0^{0.5} \approx 132$$

可见在同轴射流中, 重力相对于惯性力以及表面张力均为可忽略的小量. 雷诺数量级为 10^2 , 当液体流量速度或气体压力差继续增大时, 雷诺数量级可以增大到 10^3 . 因此, 本文不考虑重力以及黏性影响是合理的.

水的电导率为 $\sigma_w = 1.4 \times 10^{-4} \text{ S/m}$, 介电常数 $\epsilon_w \epsilon_0 \approx 7.1 \times 10^{-10} \text{ C}^2/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$. 可得电松弛时间以及对流运动特征时间为

$$\tau_e = \frac{\epsilon_w \epsilon_0}{\sigma_w} = 5.07 \times 10^{-6} \text{ s}, \quad \tau_F = \frac{L_0}{U_0} = 1.5 \times 10^{-5} \text{ s}$$

可见电松弛时间相对于对流运动特征时间很小. 又因内层流体为导体, 中间层流体为电介质, 由电磁场知识可知, 在轴向电场作用下, 电荷有充足时间松弛到内层和中间层流体间的界面上并保持平衡状态. 因此, 可以认为内层、中间层及外层流体中不存在体电荷, 电荷存在于导体和电介质之间的界面 (即内界面) 上. 而电荷的这种分布一方面会在最内层流体中提供径向电场, 另一方面会和轴向电场相互作用产生切向电应力. 在不考虑黏性剪切力情况下, 该切向电应力将孤立存在^[16]. 为此本文假设模型中自由电荷密度足够小, 以致可以忽略其对射流稳定性的影响.

1.2 控制方程及边界条件

由于假设流体为不可压流体, 射流满足连续性方程为: $\nabla \cdot \mathbf{u}_i = 0$. 其中 $i = 1, 2, 3$ 分别表示内层、中间层以及最外层流体. 因为流动无旋, 故可引入速度势函数 φ_i

$$\Delta \varphi_i = 0 \quad (1)$$

忽略重力, 电场力, 磁场力以及黏性作用的动量方程为

$$\rho_i \left(\frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + \mathbf{u}_i \cdot \nabla \mathbf{u}_i \right) = -\nabla p_i \quad (2)$$

忽略磁场和体电荷的 Maxwell 方程为

$$\nabla \cdot \mathbf{D}_i = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_i = 0 \quad (4)$$

本文假设射流处于定常状态, 故只需对模型提出边值条件.

(1) 射流对称轴上的扰动量有限以及无穷远处的扰动为零

$$\varphi'_1|_{r \rightarrow 0} < \infty, \quad \varphi'_3|_{r \rightarrow \infty} = 0 \quad (5)$$

$$V'_1|_{r \rightarrow 0} < \infty, \quad V'_3|_{r \rightarrow \infty} = 0 \quad (6)$$

其中 φ'_i 为速度势扰动量, V'_i 为电势扰动量.

(2) 交界面上的运动学边界条件

假设扰动后界面 i ($i = 1, 2$ 表示界面 1, 2) 离开平衡位置距离为 η_i , 则因分界面为一个物质面, 可得

$$\frac{d(r_i - \eta_i(\theta, z, t))}{dt} = 0$$

展开上式, 去掉二阶及二阶以上的小量得到线性化后的运动学边界条件

$$u'_{ir} = \frac{\partial \eta_i}{\partial t} + U_{iz} \frac{\partial \eta_i}{\partial z} \quad (7)$$

(3) 交界面动力学边界条件

界面 1 上法向应力有压力、电场力以及表面张力, 三力满足平衡关系

$$\gamma(\nabla \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} = (\mathbf{T}_2 - \mathbf{T}_1) \cdot \mathbf{n} \quad (8)$$

同样在界面 2 上有

$$\gamma(\nabla \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} = (\mathbf{T}_3 - \mathbf{T}_2) \cdot \mathbf{n} \quad (9)$$

其中 $\mathbf{n}$ 为界面上法向单位矢量, $\mathbf{T}$ 为水动力学张量 $\mathbf{T}^h$ 与电力张量 $\mathbf{T}^e$ 之和 $\mathbf{T} = \mathbf{T}^h + \mathbf{T}^e$

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= \mathbf{e}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta - \frac{\partial \eta}{\partial z} \mathbf{e}_z \\ \mathbf{T}^h &= -p\delta + \mu[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] \\ T_{ik}^e &= \varepsilon E_k E_i - \frac{\varepsilon \delta_{ki}}{2} E_m E_m \end{aligned}$$

其中 ε 为介电常数, δ 为 Kronecker 函数.

将 $\mathbf{T}^h$ 以及 $\mathbf{T}^e$ 代入平衡方程 (8) 和式 (9) 得

$$\gamma(\nabla \cdot \mathbf{n}_1) = p_1 - p_2 + \mathbf{n}_1 \cdot (\mathbf{T}_2^e - \mathbf{T}_1^e) \cdot \mathbf{n}_1 \quad (10)$$

$$\gamma(\nabla \cdot \mathbf{n}_2) = p_2 - p_3 + \mathbf{n}_2 \cdot (\mathbf{T}_3^e - \mathbf{T}_2^e) \cdot \mathbf{n}_2 \quad (11)$$

(4) 电场边界条件

$\mathbf{E}_i$ ($i = 1, 2, 3$) 分别表示内层、中间层以及外层流体中的电场强度, ε_i 表示介质的绝对介电常数, $\mathbf{D}_i = \varepsilon_i \mathbf{E}_i$ 表示电位移矢量, q_s 为界面 1 上的自由电荷密度, σ_i 为物质的电导率, $\mathbf{J}_i = \sigma_i \mathbf{E}_i$ 表示电流密度. 忽略磁场作用, 由法拉第感应定律得

$$\mathbf{n}_1 \times (\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{n}_2 \times (\mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_2) = \mathbf{0} \quad (12)$$

上式也是电场分量在切向方向连续的条件.

由高斯定律得

$$\mathbf{n}_1 \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = q_s, \quad \mathbf{n}_2 \cdot (\mathbf{D}_3 - \mathbf{D}_2) = 0 \quad (13)$$

由界面上电流密度连续条件可得

$$\mathbf{n}_1 \cdot (\mathbf{J}_2 - \mathbf{J}_1) = 0, \quad \mathbf{n}_2 \cdot (\mathbf{J}_3 - \mathbf{J}_2) = 0 \quad (14)$$

1.3 基本流场和电场

假设流动无黏, 采用 Kelvin-Helmholtz 速度型, $\mathbf{U}_i(r, \theta, z) = (0, 0, U_z)$.

基本电场为轴向均匀电场: $\mathbf{E}_i = E_0 \mathbf{e}_z$, $i = 1, 2, 3$.

2 色散关系

2.1 线性稳定性分析

当界面受到任意小扰动时, 它们将离开平衡位置发生微小的位移, 新位置可以表示为: $r_i = R_i + \eta_i$ ($i = 1, 2$ 表示界面 1 和界面 2).

内层、中间层以及外层流体中, 流体速度、压力、电势等物理量可以分解成基本量加扰动量的形式

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i &= (u_{ir}, u_{i\theta}, u_{iz}) = (u'_{ir}, u'_{i\theta}, U_{iz} + u'_{iz}) \\ (p_i, V_i, \varphi_i, q_s) &= (P_{i0} + p'_i, \Psi_{i0} + V'_i, \Phi_i + \varphi'_i, Q_{is} + q'_s) \end{aligned}$$

式中 $u_{ir}, u_{i\theta}, u_{iz}, p_i, V_i, \varphi_i$ 分别表示流体 i ($i = 1, 2, 3$ 分别表示内层、中间层和外层流体) 中的径向速度分量、周向速度分量、轴向速度分量、压力、电势以及速度势. $u'_{ir}, u'_{i\theta}, u'_{iz}, p'_i, V'_i, \varphi'_i, q'_{is}$ 为相应物理量的扰动量; $U_{iz}, P_{i0}, \Psi_{i0}, \Phi_i, Q_{is}$ 分别表示无扰动情况下的轴向速度分量、压力、电势、速度势、自由电荷密度.

本文采用正则模法处理稳定性问题. 假设内外界面受到的是任意无限小的扰动. 这些扰动相互独立, 每一个扰动都可以分解成 Fourier 级数, 写成扰动量乘以 $\exp[\omega t + i(kz + n\theta)]$ 的形式

$$\begin{aligned} (\eta_i, u'_{ir}, u'_{i\theta}, u'_{iz}, p'_i, V'_i, \varphi'_i) &= \\ (\overline{\eta}_i, \overline{u}_{ir}, \overline{u}_{i\theta}, \overline{u}_{iz}, \overline{p}_i, \overline{V}_i, \overline{\varphi}_i) e^{\mathfrak{R}} \end{aligned}$$

其中 $\mathfrak{R} = \omega t + i(kz + n\theta)$. 扰动量是 r 的函数.

由 $\varphi_i = \Phi_i + \varphi'_i$ 以及方程 (1) 和式 (5) 得

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= U_{1z} \mathbf{e}_z + \nabla [C_1 I_n(kr) e^{\mathfrak{R}}] \\ \mathbf{u}_2 &= U_{2z} \mathbf{e}_z + \nabla [(C_2 I_n(kr) + C_3 K_n(kr)) e^{\mathfrak{R}}] \\ \mathbf{u}_3 &= U_{3z} \mathbf{e}_z + \nabla [(C_4 I_n(kr) + C_5 K_n(kr)) e^{\mathfrak{R}}] \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{ikU_{1z} + \omega}{kI'_n(kR_1)} \overline{\eta}_1, \quad C_4 = 0, \quad C_5 = \frac{ikU_{3z} + \omega}{kK'_n(kR_2)} \overline{\eta}_2 \\ C_2 &= \frac{ikU_{2z} + \omega}{k} \frac{K'_n(kR_2) \overline{\eta}_1 - K'_n(kR_1) \overline{\eta}_2}{I'_n(kR_1) K'_n(kR_2) - I'_n(kR_2) K'_n(kR_1)} \\ C_3 &= \frac{ikU_{2z} + \omega}{k} \frac{I'_n(kR_1) \overline{\eta}_2 - I'_n(kR_2) \overline{\eta}_1}{I'_n(kR_1) K'_n(kR_2) - I'_n(kR_2) K'_n(kR_1)} \end{aligned}$$

将 $\mathbf{u}_i$ 代入动量方程 (2) 得

$$\begin{aligned} p_1 &= -\rho_1 \left[\frac{1}{2} U_{1z}^2 + C_1 (ikU_{1z} + \omega) I_n(kr) e^{\mathfrak{R}} \right] \\ p_2 &= -\rho_2 \left[\frac{U_{2z}^2}{2} + (ikU_{2z} + \omega) (C_2 I_n(kr) + C_3 K_n(kr)) e^{\mathfrak{R}} \right] \\ p_3 &= -\rho_3 \left[\frac{1}{2} U_{3z}^2 + C_5 (ikU_{3z} + \omega) K_n(kr) e^{\mathfrak{R}} \right] \end{aligned}$$

由式 (4) 可引入势函数 V_i : $\mathbf{E}_i = -\nabla V_i$ ($i = 1, 2, 3$)
又由式 (3) 可得

$$\Delta V_i = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (15)$$

求解式 $V_i = \Psi_{i0} + \bar{V}_i e^{\mathfrak{R}}$ 及式 (6) 式 (15) 可得

$$\bar{V}_1(r) = G_1 I_n(kr) \quad (16)$$

$$\bar{V}_2(r) = G_2 I_n(kr) + G_3 K_n(kr) \quad (17)$$

$$\bar{V}_3(r) = G_5 K_n(kr) \quad (18)$$

将 $\bar{V}_i(r)$ 代入势方程 $\mathbf{E}_i = -\nabla V_i$, 可得扰动后的电场

$$\mathbf{E}_1 = E_0 \mathbf{e}_z - \nabla [G_1 I_n(kr) e^{\mathfrak{R}}] \quad (19)$$

$$\mathbf{e}_2 = E_0 \mathbf{e}_z - \nabla [(G_2 I_n(kr) + G_3 K_n(kr)) e^{\mathfrak{R}}] \quad (20)$$

$$\mathbf{e}_3 = E_0 \mathbf{e}_z - \nabla [G_5 K_n(kr) e^{\mathfrak{R}}] \quad (21)$$

由式 (12) ~ 式 (14) 得

$$G_1 = -\frac{i\bar{\eta}_1 E_0}{I'_n(kR_1)}, G_6 = \frac{K'_n(kR_2)}{K_n(kR_2)}$$

$$G_5 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} \left(\frac{G_2 I'_n(kR_2)}{K'_n(kR_2)} + \frac{G_3 K'_n(kR_2)}{K_n(kR_2)} \right) - \frac{ik\bar{\eta}_2 (\varepsilon_3 - \varepsilon_2) E_0}{k\varepsilon_3 K'_n(kR_2)}$$

$$G_2 = \left[-\frac{i\bar{\eta}_1 E_0 I_n(kR_1)}{I'_n(kR_1)} \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} - 1 \right) - \right.$$

$$\left. i \left(1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} \right) \bar{\eta}_2 E_0 \frac{K_n(kR_1)}{K'_n(kR_2)} \right] \left/ \left[\right. \right.$$

$$\left. \left[I_n(kR_1) \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} - 1 \right) - \frac{K_n(kR_1)}{K'_n(kR_2)} \right] \right.$$

$$\left. \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} I'_n(kR_2) - I_n(kR_2) G_6 \right) \right] \left/ \left[\right. \right.$$

$$G_3 = \left[i \left(1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} \right) \bar{\eta}_2 E_0 + \right.$$

$$\left. \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} I'_n(kR_2) - I_n(kR_2) G_6 \right) \frac{i\bar{\eta}_1 E_0}{I'_n(kR_1)} \right] \left/ \left[\right. \right.$$

$$\left. \left[\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} - 1 \right) K'_n(kR_2) - \frac{K_n(kR_1)}{I_n(kR_1)} \right] \right]$$

$$\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} I'_n(kR_2) - I_n(kR_2) G_6 \right) \right]$$

2.2 色散方程及无量纲化

选择中间层射流半径 R_2 , 密度 ρ_2 , 无扰动速度 U_2 , 表面张力系数 γ_2 以及空气介电常数 ε_3 作为特征尺度. 设定无量纲参数: $\alpha = R_2 k$ 为无量纲波数; $\beta = \omega R_2 / U_2$ 为无量纲复频率; $\rho_{12} = \rho_1 / \rho_2$ 为内层流体与中间层流体密度比; $\rho_{32} = \rho_3 / \rho_2$ 为外层流体与中间层流体密度比; $U_{12} = U_{1z} / U_{2z}$ 为内层流体与中间层流体的速度比; $U_{32} = U_{3z} / U_{2z}$ 为外层流体与中间层流体的速度比; $a = R_1 / R_2$ 为无扰动时界面 1 与界面 2 的位置比; $\Gamma = \gamma_1 / \gamma_2$ 为界面 1 与界面 2 的张力系数比; $\varepsilon_{13} = \varepsilon_1 / \varepsilon_3$ 为内层流体与外层流体的介电常数比; $\varepsilon_{23} = \varepsilon_2 / \varepsilon_3$ 为中间层流体与外层流体的介电常数比; $We = \rho_2 U_2^2 R_2 / \gamma_2$ 为 Weber 数; $Eu = \varepsilon_3 E_0^2 / \rho_2 U_2^2$ 为电 Euler 数.

将 $p_1, p_2, p_3, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3$ 代入动力学边界条件 (10) 和 (11), 经过运算, 最终得到无量纲化的色散方程

$$\begin{aligned} & -(\alpha + \beta)^4 H_1 - (\alpha U_{12} + \beta)^2 (\alpha U_{32} + \beta)^2 H_2 + \\ & (\alpha + \beta)^2 [(\alpha U_{12} + \beta)^2 H_3 + (\alpha U_{32} + \beta)^2 H_4] - \\ & (\alpha U_{12} + \beta)^2 H_5 + (\alpha U_{32} + \beta)^2 H_6 + \\ & (\alpha + \beta)^2 H_7 + H_8 = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

同时可得扰动后界面偏离平衡位置的距离比

$$\frac{\bar{\eta}_1}{\bar{\eta}_2} = \frac{\mathfrak{N}_4 + \mathfrak{N}_2}{\mathfrak{N}_5 + \mathfrak{N}_3} = \left| \frac{\bar{\eta}_1}{\bar{\eta}_2} \right| e^{i(\phi_1 - \phi_2)} \quad (23)$$

其中 $\phi_1 - \phi_2$ 表示界面运动的相位差, $\phi_1 - \phi_2 = 0$ 表示界面向同向运动, $\phi_1 - \phi_2 = \pi$ 表示界面反向运动.

$$H_1 = \frac{\Delta_3 \Delta_4}{\Delta_5} + \frac{\Delta_1 \Delta_6}{\Delta_5}, H_2 = \frac{\rho_{12} \rho_{32} \Delta_5}{\Delta_7 \Delta_8}$$

$$H_3 = \frac{\rho_{12} \Delta_3 \Delta_5}{\Delta_5 \Delta_7}, H_4 = \frac{\rho_{32} \Delta_4}{\Delta_8}, H_5 = \frac{\rho_{12} \Delta_5 \mathfrak{N}_2}{\Delta_7}$$

$$H_6 = \frac{\rho_{32} \mathfrak{N}_1}{\Delta_8}, H_7 = \Delta_4 \mathfrak{N}_2 - \frac{\Delta_3}{\Delta_5} \mathfrak{N}_1 - \Delta_1 \mathfrak{N}_3$$

$$H_8 = \mathfrak{N}_1 \mathfrak{N}_2, \mathfrak{N}_3 = \frac{\alpha^2 Eu (\varepsilon_{23} - 1) \Delta_6 \varepsilon_{23}}{(\varepsilon_{23} \Delta_4 - \Delta_8 \Delta_2) \Delta_7}$$

$$\mathfrak{N}_1 = \frac{\Gamma \alpha}{We a^2} [1 - n^2 - (\alpha a)^2] \Delta_5 + \frac{\alpha^2 Eu}{\Delta_7} (\varepsilon_{23} - \varepsilon_{13}) \Delta_5$$

$$\mathfrak{N}_2 = \frac{\alpha^2 \Delta_2 Eu (\varepsilon_{23} - 1)^2}{\varepsilon_{23} \Delta_4 - \Delta_8 \Delta_2} + \alpha \frac{1 - n^2 - \alpha^2}{We}$$

$$\mathfrak{N}_4 = \frac{\rho_{32} (\alpha U_{32} + \beta)^2}{\Delta_8} - \frac{\Delta_3}{\Delta_5} (\alpha + \beta)^2$$

$$\aleph_5 = (i\alpha + \beta)^2 \frac{\Delta_6}{\Delta_5}$$

$$\Delta_1 = I_n(a\alpha) K_n'(a\alpha) - I_n'(a\alpha) K_n(a\alpha)$$

$$\Delta_2 = I_n(a\alpha) K_n(\alpha) - I_n(\alpha) K_n(a\alpha)$$

$$\Delta_3 = I_n'(a\alpha) K_n(\alpha) - I_n(\alpha) K_n'(a\alpha)$$

$$\Delta_4 = I_n(a\alpha) K_n'(\alpha) - I_n'(\alpha) K_n(a\alpha)$$

$$\Delta_5 = I_n'(a\alpha) K_n'(\alpha) - I_n'(\alpha) K_n'(a\alpha)$$

$$\Delta_6 = I_n(\alpha) K_n'(\alpha) - I_n'(\alpha) K_n(\alpha)$$

$$\Delta_7 = \frac{I_n'(a\alpha)}{I_n(a\alpha)}, \quad \Delta_8 = \frac{K_n'(\alpha)}{K_n(\alpha)}$$

当 $E_0 = U_{32} = 0$ 时色散方程转化为

$$\frac{\overline{\eta}_1}{\overline{\eta}_2} = \left[\frac{\rho_{32}(\beta + i\alpha U_{32})^2}{\Delta_8} - \frac{(\beta + i\alpha)^2 \Delta_3}{\Delta_5} + \frac{\alpha}{We_2} (1 - n^2 - \alpha^2) \right] \left/ \left[\frac{(\beta + i\alpha)^2 \Delta_6}{\Delta_5} \right] \right.$$

$$\frac{\overline{\eta}_2}{\overline{\eta}_1} = \left[\frac{\rho_{12}(\beta + i\alpha U_{12})^2}{\Delta_7} - \frac{\alpha(1 - n^2 - \alpha^2 a^2)}{We_1 a^2} - \frac{(\beta + i\alpha)^2 \Delta_4}{\Delta_5} \right] \left/ \left[-(\beta + i\alpha)^2 \frac{\Delta_1}{\Delta_5} \right] \right.$$

此为无黏不带电同轴射流色散关系, 与李广滨^[26] 所得结果相同.

3 理论结果

3.1 无量纲参数的参考值

无量纲色散关系式 (22) 是关于无量纲复频率 β 的四次代数方程, 给定一组 (n, α) 可得两对四个复特征值 β . 由 $\aleph = \omega t + i(kz + n\theta)$ 及 $\beta = \omega R_2/U_2$ 可知, β 的实部 β_r 为正值对应于射流的不稳定状态.

López-Herrera 等^[27] 以水作为导体以及葵花籽油作为电介质开展了同轴 ES 实验. 相应试剂的物理参数见表 1. 葵花籽油与空气之间界面表面张力系数 γ_2 为 32.8 mN/m, 葵花籽油与水之间界面张力系数 γ_1 为 16.6 mN/m. 实验装置包括内外直径为 200 μm 和 400 μm 的内部针管以及内外直径为 420 μm 和 800 μm 的外部针管. 这样内层流体为半径约 100 μm 的圆柱射流, 中间层流体为半径约 10 μm 的环形射流. 作为中间层流体的葵花籽油流速 $U_2 \approx 1 \text{ m/s}$, 又因 $R_2 \approx 110 \mu\text{m}$. 加在同轴射流上的电压约为 1 kV, 电极距离约为 1 cm^[19], 可得 $E_0 \approx 10^5 \text{ V/m}$. 空气的绝对介电常数为 $\epsilon_{\text{air}} = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$. 根据实验参数, 本文拟设定无量纲参数的参考值近似为

$$\rho_{12} = 1.19, \rho_{32} = 0.001, \epsilon_{13} = 80, \epsilon_{23} = 3.4, \Gamma = 0.51, a = 0.9, U_{12} = 1.25, U_{32} = 2, We = 3, Eu = 10^{-4}.$$

表 1 实验试剂的物理特性

Table 1 Physical property of the tested material

Material	Density/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	Permittivity/ ($\text{C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$)	Conductivity/ ($\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$)
water	1 000	7.1×10^{-10}	1.4×10^{-4}
sunflower seed oil	840	3.0×10^{-11}	8.0×10^{-8}
air	1.293	8.85×10^{-12}	

3.2 周向波数的影响

n 代表周向波数, $n = 0$ 表示轴对称不稳定性, $n \geq 1$ 代表第 n 类非轴对称不稳定性. 由图 2 可知在参考状态下只存在轴对称不稳定性. 为方便, 本文主要围绕轴对称不稳定模态开展相关的研究.

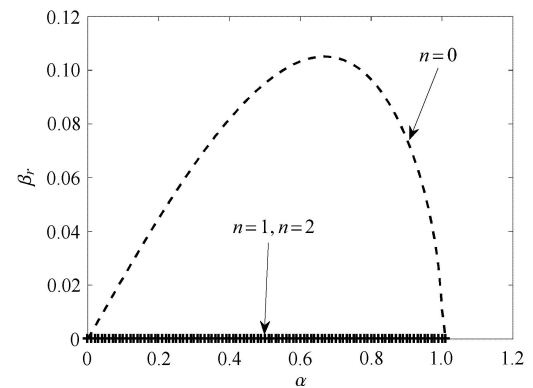


图 2 周向波数 n 对扰动增长率 β_r 的影响

Fig. 2 Effect of the azimuthal wave number n on the temporal growth rate β_r of perturbations

3.3 电欧拉数的影响

电场对射流稳定性影响是通过电欧拉数 Eu 来体现的, 对色散方程赋不同的 Eu , 在给定 (n, α) 情况下得到不同的 β . 通常会有一至两个 β 实部为正, 对应同轴带电射流的不稳定状态. 色散关系的曲线存在一个最大扰动轴向波数及其对应的最大扰动增长率: $(\alpha_{\max}, \beta_{r \max})$. 同时存在若干区间 (α_1, α_2) , 使得对于任意 $\alpha \in (\alpha_1, \alpha_2)$, 对应的扰动增长率实部 $\beta_r > 0$. 本文采用李芳^[16] 的模态分析法将不稳定波数区间划分为不同模态进行稳定性分析. 将实部为正的无量纲复频率 β 代入关系式 (23) 中发现 κ_2 并不严格地等于 0 和 π . 如图 3 所示: 相位差约为 0 的模态称为类反对称模, 相位差约为 π 的部分称为类对称模,

而相位差随着轴向波数不同在 0 和 π 之间连续变化的对应过渡模。

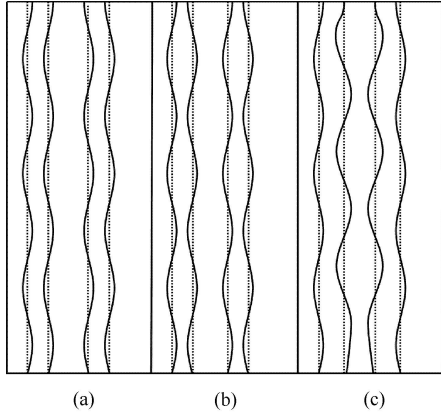
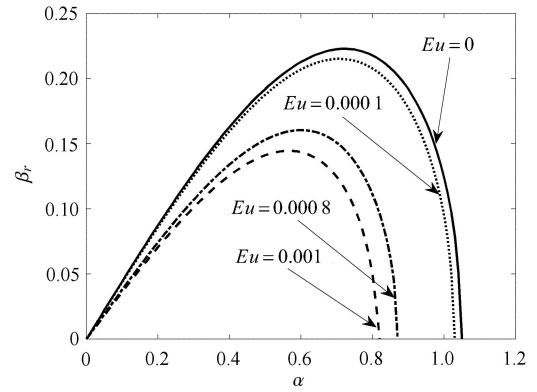


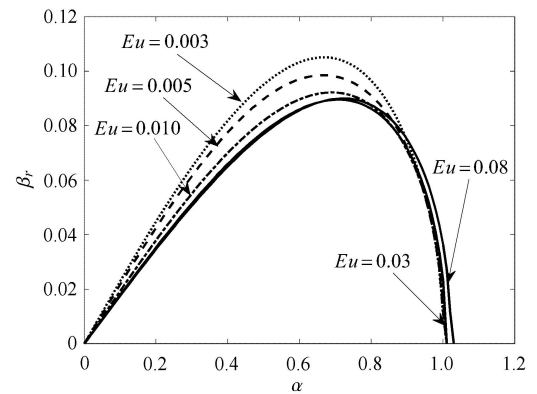
图 3 (a) 类反对称模, (b) 类对称模, (c) 过渡模
Fig. 3 (a) parasinusoidal mode,
(b) paravaricose mode, (c) transitional mode

当 $Eu \approx 10^{-4}$ 甚至更小时, 存在类反对称模、类对称模以及过渡模 3 种模态^[16], 所得结果与文献 [19] 所得结果相近. 此时类反对称模对应的扰动增长率显著大于另两种模态的扰动增长率起主导作用. 图 4(a) 显示的是 $Eu < 10^{-3}$ 时的类反对称模. 由图 4(a) 可知电欧拉数 Eu 从 0 增长到 10^{-3} 时, 扰动增长率 β_r 变化很小, 且扰动增长率 β_r 随着 Eu 增大而减小. 可见界面电荷密度以及加载轴向电场很小时, 轴向电场虽然能够抑制射流不稳定性但其作用较小. 司廷等^[7] 在其单轴射流实验中研究了电场对射流稳定性的影响, 发现当加载电压 V_0 从 0 kV 提高到 0.5 kV 时射流破碎长度增大, 表明加载电场较小时电场强度的增大有助于抑制射流不稳定性. 本文结果与实验结论吻合.

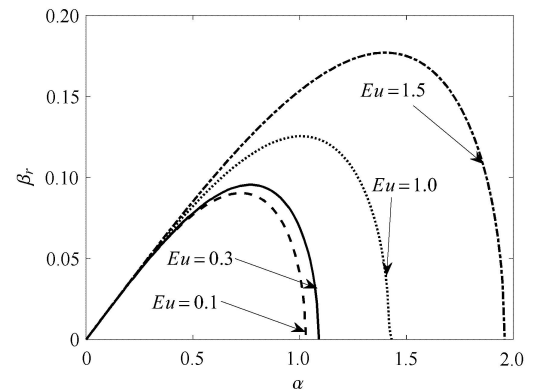
当 Eu 在 10^{-3} 和 10^{-2} 之间时只出现类反对称模. 此时不同 Eu 下 β_r 与 α 关系如图 4(b) 所示. 随着 Eu 的增大, 最大扰动增长率 $\beta_{r\max}$ 减小, 即轴向电场的增大对扰动不稳定性仍有抑制作用. 值得关注的是, 图 4(b) 中当 $Eu \rightarrow 0.1$ 时, Eu 的变化对最大扰动增长率的影响迅速减小, 即 $\Delta\beta_{r\max}/\Delta Eu$ 逐渐减小, 所以 $Eu \rightarrow 0.1$ 时电场对不稳定性的抑制作用减小. 而当 $Eu > 0.1$ 时 (图 4(c)), 最大扰动增长率 $\beta_{r\max}$ 显著变大, 且对应的最不稳定性波数 $\alpha_{\max}$ 变大, 不稳定模由长波不稳定性向短波不稳定性转换.



(a) $Eu < 10^{-3}$



(b) $Eu \in (10^{-3}, 10^{-1})$



(c) $Eu > 10^{-1}$

图 4 电欧拉数 Eu 对扰动增长率 β_r 的影响

Fig. 4 Effect of the electric Euler number Eu on the temporal growth rate β_r

由上述分析可知在 $Eu = 0.1$ 附近存在临界点 $Eu = E_{\text{cri}}$, 当 $Eu \ll E_{\text{cri}}$ 时 3 种不稳定模态共存, 类反对称模起到主导作用; 当 $0 \ll Eu < E_{\text{cri}}$ 时只存在类反对称模; 在这两种情况中轴向电场对射流的不稳定性起到抑制作用. 当 $Eu > E_{\text{cri}}$ 时轴向电场能够

促进射流的不稳定性. 司廷等^[7]在其实验中发现, 加载电场小于 0.5 kV 时能够抑制射流不稳定性, 但加载电场大于 0.5 kV 时有助于促进射流不稳定性. 在本文所列参数下, 临界点 E_{cri} 在 0.1 附近远大于实验中 Eu 的临界值. 原因在于: 一方面理论中忽略了界面上的自由电荷; 另一方面当电压较大时非轴对称运动剧烈, 破碎的液体会变形、扭曲并进一步破碎, 这些情况均会导致临界点 E_{cri} 减小.

3.4 外层气流的影响

外层流体的流速对射流不稳定性的影响是通过改变 U_{32} 来实现, 如图 5 所示. 当 $U_{32} < 10$ 时最外层流体对射流不稳定性的影响较小; $U_{32} \rightarrow 0$ 时, 扰动增长曲线 (α, β_r) 以 $U_{32} = 0$ 时的扰动增长曲线为界, 并不断趋近于此边界. 当 U_{32} 逐渐变大后, 最大扰动增长率 $\beta_{r\text{max}}$ 增大且射流不稳定模态由长波不稳定性向短波不稳定性演化. 可见外层流体低速流出时, 对射流不稳定性影响较小; 当其以较高流速裹挟同轴射流流出小孔时, 更易使射流破碎. 这类类似于带电单轴射流情况中最外层气流流速对射流不稳定性的影响^[25].

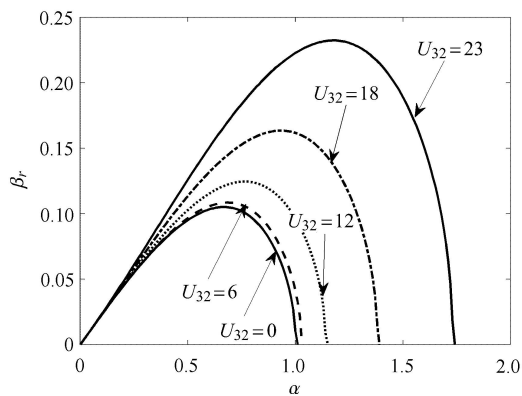


图 5 外层流体与中间层流体流速比 U_{32} 对增长率 β_r 的影响

Fig. 5 Effect of the velocity ratio U_{32} between the outer layer fluid and middle layer fluid on the growth rate β_r

比较图 4(c) 及图 5 发现, 不同 Eu 下射流扰动规律与不同 U_{32} 下射流扰动规律相似: 长波区域 (α, β_r) 呈线性关系; 在短波区域 Eu 及 U_{32} 对射流的不稳定性影响显著. Eu 及 U_{32} 对带电同轴射流的影响主要体现在短波区域. 相较而言射流不稳定性更依赖于 Eu 的变化, 但由于实验条件限制加载较高 Eu 不切实际, 故通过提高外层气流速度更方便控制射流不稳定性. 实验中, 往往通过改变气体压力差 Δp_g 来控制流速 u_3 . 定常状态下忽略重力对射流的影响, 由

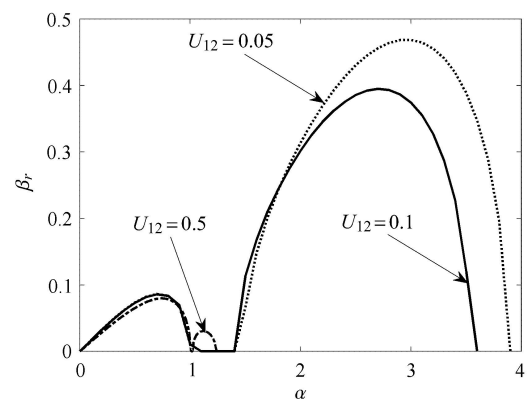
伯努利方程得: $2\Delta p_g = \rho_g \Delta u_3^2$. 司廷等^[11]在研究单轴流动聚焦时发现, 气体压力差 Δp_g 对液体射流的形态影响较大, 随着 Δp_g 的增大, 在频闪灯下, 实验图像表明扰动波长 λ 不断减小, 振幅不断变大. 李广滨^[26]在研究带电单轴射流以及不带电同轴射流的过程中发现, 随着 Δp_g 增大, 射流内外径减小, 液体射流稳定性越差, 扰动由长波不稳定性向短波不稳定性过渡. 本文结果与上述结论相符.

3.5 同轴射流速度比的影响

同轴射流内层流体与中间层流体之间的速度比由 U_{12} 表示随着 U_{12} 变化同轴射流速度比对稳定性的影响可分为 3 个阶段.

内层流体流速相对于中间层流体流速很小时, 即当 U_{12} 较小时, 如图 6(a) 所示, 扰动增长曲线有两种模态: 在长波区存在类对称模 (左峰), 短波区存在过渡模 (右峰), 此时最大扰动增长率 $\beta_{r\text{max}}$ 往往出现在短波区域, 过渡模起到主导作用. $\beta_{r\text{max}}$ 随着内层射流流速增大而减小, 类对称模逐渐起到主导作用.

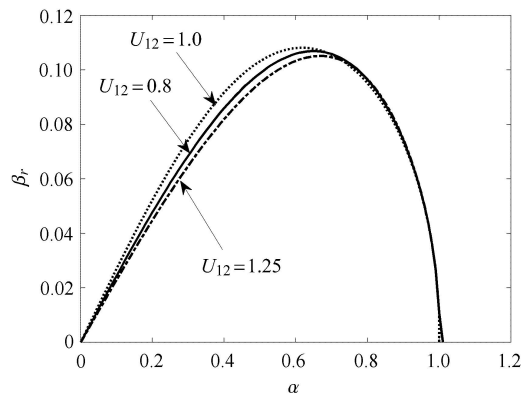
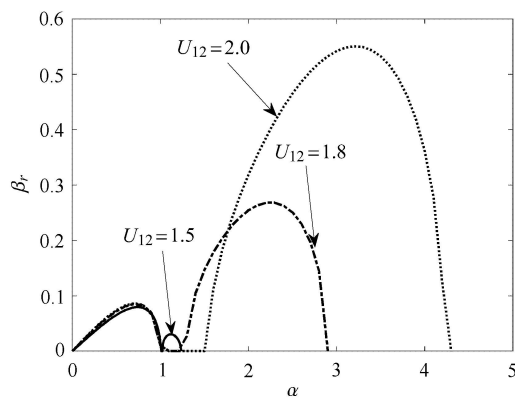
内层流体流速与中间层流体流速比进一步增大, 当 $U_{12} \sim 1$ 时只出现类反对称模. 如图 6(b), U_{12} 变化并未对最大扰动增长率和不安定波长区间产生较大影响, 其影响主要在长波区. 可见同轴射流内外层流体流速相差较小时, 也即同轴射流内外层流体压力差较小时, 压力差的变化对射流稳定性影响较小.



(a) $U_{12} < 0.5$

图 6 同轴射流间速度比 U_{12} 对增长率 β_r 的影响

Fig. 6 Effect of the velocity ratio U_{12} between the coaxial jet on the growth rate β_r

(b) $U_{12} \approx 1$ (c) $U_{12} > 1.5$ 图 6 同轴射流间速度比 U_{12} 对增长率 β_r 的影响 (续)Fig. 6 Effect of the velocity ratio U_{12} between the coaxial jet on the growth rate β_r (continued)

当内层流体流速相对于中间层流体流速较大时 ($U_{12} > 1$), 在长波区出现类对称模, 短波区出现过渡模. 如图 6(c) 所示, 随着流速 U_{12} 的增大, 过渡模的影响愈来愈显著, 最大扰动增长率 $\beta_{r\max}$ 变大, 射流不稳定性由长波不稳定性向短波不稳定性转化.

可见内外层同轴射流流速相差较大时, 存在两个不稳定模态, 随着流速差减小, 双模中过渡模的作用衰减, 类对称模不稳定作用凸显. 当内层以及中间层同轴射流流速差较小时仅存在类对称模. 随着流速差增大, 射流不稳定由长波不稳定性向短波不稳定性过度, 最大扰动增长率 $\beta_{r\max}$ 增大, 射流不稳定性越明显.

3.6 表面张力的影响

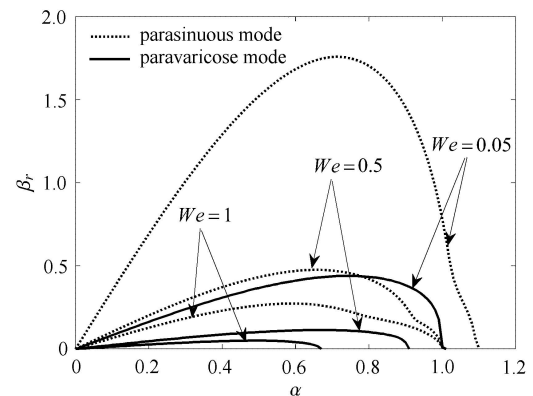
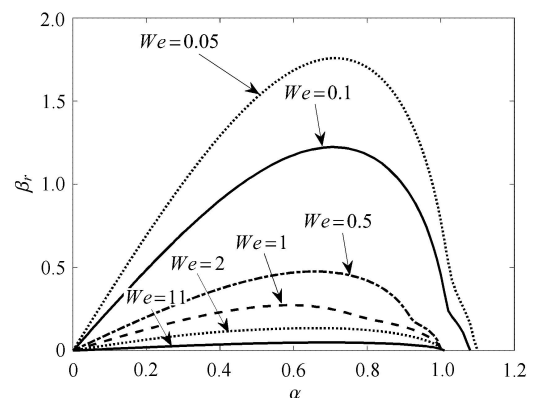
韦伯数 $We = \rho_2 U_2^2 R_2 / \gamma_2$ 与增长率 β_r 之间的关系反映了中间层流体与外层流体之间界面 (即界面 2) 上表面张力对射流稳定性影响.

设界面 1 上的韦伯数 $We_1 = \rho_1 U_1^2 R_1 / \gamma_1$, 又因界面 2 上韦伯数为 $We = \rho_2 U_2^2 R_2 / \gamma_2$, 则

$$We_1 = We \frac{a U_{12}^2 \rho_{12}}{\Gamma} \quad (25)$$

当同轴射流实验针头内外径以及实验材料确定时, 两层界面之间 We_1 与 We 的关系只依赖于射流流速 U_{12} 的大小. 上文已研究了同轴射流速度比对射流不稳定性的影响, 在此我们仅讨论界面 2 上表面张力的影响, 即考虑不同 We 下增长率 β_r 的变化.

如图 7(a) 所示, 当 $We \leq 1$ 时存在类反对称模以及类对称模, 两种模的不稳定波数区间相近, 但前者起到主导作用. 当 $We > 1$ 时, 只存在类反对称模, 此时不同 We 数下 (α, β_r) 关系如图 7(b) 所示. 随着 We 不断增大, 表面张力作用逐渐减弱, 扰动增长率 β_r 逐渐减小, 射流轴对称不稳定性被抑制. 说明表

(a) $We \leq 1$ 时双模态(a) Double modes for $We \leq 1$ 

(b) 类反对称模

(b) Parasinuous mode

图 7 韦伯数 We 对增长率 β_r 的影响Fig. 7 Effect of the Weber number We on the growth rate β_r

面张力对时间不稳定性起到促进作用,这与单轴情况^[25]波数 $\alpha < 1$ 时的结果相同.

4 结 论

通过对气体驱动同轴电流动聚焦的实验模型进行简化,构建了三层流体带电射流物理模型.利用正则模方法研究射流不稳定性,得到解析形式的色散方程.数值求解色散方程,分析了电欧拉数 Eu ,外层气流流速 U_{32} ,同轴射流速度比 U_{12} ,韦伯数 We 等控制参数对射流稳定性的影响.得到如下结果:

(1) 轴向电场对射流不稳定性具有双重影响.电场强度存在临界值 E_{cri} ,当电场小于临界值 E_{cri} 时,轴向电场能抑制射流的不稳定性;当电场大于临界值 E_{cri} 时,轴向电场会大幅增强射流不稳定性.临界值 E_{cri} 的大小与界面自由电荷密度以及射流表面扰动发展关系有关;

(2) 气体压力差 Δp_g 增大,外层气体射流流速提高,惯性力变大,能够促进短波区域射流不稳定性,但对长波区域稳定性影响有限.此结论与实验现象及单轴情况下相应结果吻合;

(3) 同轴射流流速差越大,不稳定性越显著,过渡模主导作用越强.流速差由大向小过渡时类对称模的不稳定性逐渐占据主导地位.当最内层以及中间层同轴射流流速相差很小时,只存在类反对称模,此时流速差变化对射流不稳定性几乎无影响;

(4) 表面张力对射流不稳定性起到促进作用,与单轴情况所得结论相同.

下一步我们将尝试利用稳定性分析方法,研究黏性情况下各物理参数特别是 Re 对射流不稳定性的影响,并探讨实验中观察到的各种现象的物理机制.

参 考 文 献

- 1 Fernández de la Mora J. The fluid dynamics of Taylor cones. *Annu Rev Fluid Mech*, 2007, 39: 217-243
- 2 Melcher JR, Taylor GI. Electrohydrodynamics: a review of the role of interfacial shear stresses. *J Fluid Mech*, 1969, 1: 111-146
- 3 Barrero A, Loscertales IG. Micro- and nanoparticles via capillary flows. *Annu Rev Fluid Mech*, 2007, 39: 89-106
- 4 Gañán-Calvo AM. Generation of steady liquid microthreads and micron- sized monodisperse sprays in gas streams. *Phys Rev Lett*, 1998, 80: 285-288
- 5 司廷, 李广滨, 尹协振. 流动聚焦及射流不稳定性. 力学进展, 2017, 47: 201706 (Si Ting, Li Guangbin, Yin Xiezheng. Flow focusing and jet instability. *Advances in Mechanics*, 2017, 47: 201706 (in Chinese))
- 6 Gañán-Calvo AM, López-Herrera JM, Riesco-Chueca P. The combination of electrospray and flow focusing. *J Fluid Mech*, 2006, 566: 421-445
- 7 司廷, 李广滨, 田瑞军等. 电场作用下流动聚焦的实验研究. 力学学报, 2011, 43(6): 1030-1036 (Si Ting, Li Guangbin, Tian Ruijun, et al. Experimental study of the flow focusing under an electric field. *Chinese J Theo Appl Mech*, 2011, 43(6): 1030-1036 (in Chinese))
- 8 司廷. 流动聚焦的实验和理论研究. [博士论文]. 合肥: 中国科学技术大学, 2009 (Si Ting. Experimental and theoretical investigation on flow focusing. [PhD Thesis]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2009 (in Chinese))
- 9 Gañán-Calvo AM, Montanero JM, Martín-Banderas L, et al. Building functional materials for health care and pharmacy from microfluidic principles and flow focusing. *Adv Drug Deliv Rev*, 2013, 65: 1447-1469
- 10 Si T, Li F, Yin XY, et al. Modes in flow focusing and instability of coaxial liquid-gas jets. *J Fluid Mech*, 2009, 629: 1-23
- 11 Si T, Li F, Yin XY, et al. Spatial instability of coflowing liquid-gas jets in capillary flow focusing. *Phys Fluids*, 2010, 22: 112105
- 12 Li GB, Luo XS, Si T, et al. Temporal instability of coflowing liquid-gas jets under an electric field. *Phys Fluids*, 2014, 26(5): 054101
- 13 Si T, Feng HX, Luo XS, et al. Formation of steady compound cone-jet modes and multilayered droplets in a tri-axial capillary flow focusing device. *Microfluid. Nanofluid*, 2015, 18: 967-977
- 14 Si T, Li GB, Wu Q, et al. Optical droplet vaporization of nanoparticle-loaded stimuli-responsive microbubbles. *Appl Phys Lett*, 2016, 108: 111109
- 15 Si T, Yin CS, Gao P, et al. Steady cone-jet mode in compound fluidic electro-flow focusing for fabricating multicompartiment microcapsules. *Appl Phys Lett*, 2016, 108: 021601
- 16 李芳. 同轴带电射流的稳定性研究. [博士论文]. 合肥: 中国科学技术大学, 2007 (Li Fang. Stability investigation on coaxial electrified jets. [PhD Thesis]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2007 (in Chinese))
- 17 Gañán-Calvo AM, González-Prieto R, Riesco-Chueca P, et al. Focusing capillary jets close to the continuum limit. *Nat Phys*, 2007, 3(10): 737-742
- 18 Li F, Yin XY, Yin XZ. Instability analysis of a coaxial jet under a radial electric field in the nonequipotential case. *Phys Fluids*, 2006, 18: 037101
- 19 Li F, Yin XY, Yin XZ. Linear instability of a coflowing jet under an axial electric field. *Phys Rev E*, 2006, 74: 036304
- 20 Loscertales IG, Barrero A, Guerrero I, et al. Micro/nano encapsulation via electrified coaxial liquid jets. *Science*, 2002, 295: 1695-1698
- 21 Utada AS, Lorenceau E, Link DR, et al. Monodisperse double emulsions generated from a microcapillary device. *Science*, 2005, 308: 537-541
- 22 Martín-Banderas L, Flores-Mosquera M, Riesco-Chueca P, et al. Flow focusing: a versatile technology to produce size-controlled and specific morphology microparticles. *Small*, 2005, 7: 688-692
- 23 Herrada MA, Montanero JM, Ferrera C, et al. Analysis of the dripping-jetting transition in compound capillary jets. *J Fluid Mech*, 2010, 649: 523-536

-
- 24 Li F, Yin XY, Yin XZ. Instability of a viscous coflowing jet in a radial electric field. *J Fluid Mech*, 2008, 596: 285-311
- 25 李广滨, 司廷, 尹协振. 电场作用下无黏聚焦射流的时间不稳定性研究. *力学学报*, 2012, 44(5): 876-883 (Li Guangbin, Si Ting, Yin Xiezhen. Temporal instability study of an inviscid focused jet under an electric field. *Chinese J Theo Appl Mech*, 2012, 44(5): 876-883 (in Chinese))
- 26 李广滨. 复合流动聚焦的实验和理论研究. [博士学位]. 合肥: 中国科学技术大学, 2016 (Li Guangbin. Experimental and theoretical investigation on co-flow focusing. [PhD Thesis]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2016 (in Chinese))
- 27 López-Herrera JM, Barrero A, López A, et al. Coaxial jets generated from electrified Taylor cones. Scaling laws. *J Aerosol Sci*, 2003, 34: 535-552