

短纤维增强 EPDM 包覆薄膜超弹性本构模型¹⁾谈炳东* 许进升^{*,2)} 贾云飞* 余家泉[†]

*(南京理工大学机械工程学院, 南京 210094)

[†](中国运载火箭技术研究院战术武器事业部, 北京 100076)

摘要 短纤维增强三元乙丙橡胶 (EPDM) 包覆薄膜用于一种新型缠绕包覆工艺, 主要解决复杂构型自由装填药柱外表面可靠性包覆问题. 为了描述其在固体火箭发动机工作过程中产生的大变形、非线性和各向异性等力学行为, 根据纤维增强复合材料连续介质力学理论, 提出了各向异性超弹性本构模型. 该模型中单位体积的应变能函数被解耦成两部分: 表征各向同性的橡胶基体应变能和表征各向异性的纤维拉伸应变能, 通过引入纤维方向对纤维应变能进行修正, 给出了通过单轴拉伸、偏轴拉伸实验数据获取模型参数的具体方法. 研究表明, 该模型能够很好地预测材料在纤维方向 $0^\circ \sim 45^\circ$ 时的各向异性力学特性, 并将预测结果与实验数据对比, 误差在 5% 以下. 所建立各向异性超弹性本构模型准确性高、易于实现数值开发, 在一定程度上能够为固体火箭发动机的装药结构完整性分析提供理论依据.

关键词 EPDM, 包覆层, 各向异性, 超弹性, 本构模型

中图分类号: O331, TB332, V435 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-16-324

HYPERELASTIC CONSTITUTIVE MODEL FOR SHORT FIBER REINFORCED EPDM INHIBITOR FILM¹⁾Tan Bingdong* Xu Jinsheng^{*,2)} Jia Yunfei* Yu Jiaquan[†]

*(School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

[†](Tactical Weapons Division, China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract Short fiber reinforced EPDM inhibitor film is used for a new winding coating process, which is mainly to solve the reliable problem in free loading solid rocket grains with complicated structure. Based on fiber reinforced continuum mechanics theory, a simple anisotropic hyperelastic constitutive model is proposed to describe their large deformation, highly non-linear and strongly anisotropic mechanical behaviors in the work process of solid rocket motor. The unit-volume strain energy function is decomposed into two parts: representing the strain energy from isotropic rubber matrix and anisotropic fiber tensile deformation. By introducing fiber direction to modify fiber strain energy, the specific method of obtaining model parameters by uniaxial and off-axis tension data is presented. Results show that it is highly suitable to characterize their anisotropic mechanical behaviors in the fiber direction from 0° to 45° and the error is less than 5% compared with experimental data. It is concluded that the proposed model is highly accurate and easy to achieve numerical development, which can provide theoretical basis for the structural integrity analysis of solid rocket motor.

Key words EPDM, inhibitor, anisotropic, hyperelastic, constitutive model

2016-11-10 收稿, 2016-12-12 录用, 2016-12-13 网络版发表.

1) 国家自然科学基金 (51606098) 和中央高校基本科研业务费专项资金 (30915118805) 资助项目.

2) 许进升, 副教授, 主要研究方向: 结构完整性分析. E-mail: xujinsheng@njjust.edu.cn

引用格式: 谈炳东, 许进升, 贾云飞, 余家泉. 短纤维增强 EPDM 包覆薄膜超弹性本构模型. 力学学报, 2017, 49(2): 317-323

Tan Bingdong, Xu Jinsheng, Jia Yunfei, Yu Jiaquan. Hyperelastic constitutive model for short fiber reinforced EPDM inhibitor film. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2017, 49(2): 317-323

引言

固体火箭发动机具有结构简单、工作可靠性高、推进剂密度高等优点,在各类战术战略导弹等武器中应用广泛.在固体火箭发动机的装药过程中,需要包覆阻燃抗燃材料,三元乙丙橡胶 (EPDM) 具有热解温度高、耐老化、力学性能优异等优点,是当前最理想的推进剂绝热包覆材料^[1].通过在 EPDM 中加入芳纶短纤维进行改性,可提高其拉伸强度、韧性和抗烧蚀性能,同时改善其界面黏合度,进一步满足发动机的工作要求.随着固体火箭发动机向着远程化、高能装药、密集火力等方向发展,其装药结构完整性问题备受重视^[2].因此研究新型短纤维增强 EPDM 包覆薄膜的力学特性,从而建立表征其力学行为的本构模型,在固体火箭发动机装药结构完整性分析中就显得十分重要.

EPDM 本身具有典型的超弹性和非线性大变形等特征,短纤维增强 EPDM 复合材料兼有短纤维的刚性和橡胶的高弹性,力学特性呈现各向异性^[3].在制备加工过程中,短纤维有沿着胶料流动方向取向的倾向,从而导致其平行于纤维方向上的刚度、模量等较高,垂直于纤维方向的延伸率较大,可将之简化为横观各向同性材料^[4].短纤维取向程度越高,复合材料的各向异性越明显,而其取向程度又与纤维种类、长径比和混炼加工方法有着密不可分的联系.橡胶超弹本构模型^[5]包括热力学统计模型和唯象学本构模型,其中应用较为广泛的是 Neo-Hookean 模型^[6]、Yeoh 模型^[7]、Mooney-Rivlin 模型^[8]、Ogden 模型^[9]等,并在此基础上进行模型改进. Pierce 等^[10]在各向同性的基础上,将模型发展到横观各向同性的条件下,可研究人体关节软骨胶原纤维有限变形的力学性能. Peng 等^[11]把人体椎间盘纤维环单位体积能量函数解耦为基体、纤维和两者的相互作用三部分,从而建立纤维增强各向异性超弹性本构模型.郭国栋等^[12]、孙书蕾等^[13]、张必超等^[14]和黄小双等^[15]在 Peng 等^[11]的基础上,分别考虑剪切作用、纤维弯曲刚度、双拉耦合作用和应变率效应,对各向异性超弹性本构模型进行改进.近年来,一些学者对 EPDM 绝热包覆材料在准静态和动态冲击下的力学行为进行了实验研究^[16-19],但都基于各向同性假设,不能准确反映其真实的受力情况.

用于描述复合材料力学行为的方法可分为细观力学和宏观力学方法,本文从宏观力学角度研究复

合材料的力学行为.将短纤维增强 EPDM 当成连续非弹性体,不考虑基体与增强体之间的相互作用,根据 Spencer 提出的各向异性纤维增强复合材料理论,在表征各向异性的纤维应变能函数中引入与纤维方向有关的变形张量不变量,通过对纤维材料参数的改进,建立一种能够表征材料在纤维方向 $0^\circ \sim 45^\circ$ 各向异性力学特性的超弹性本构方程.

1 实验研究

1.1 实验方法

EPDM 是固体火箭发动机绝热包覆层所选用的常见材料,以 EPDM 为基体材料,通过添加长度为 5 mm 左右、长径比为 200 左右的芳纶短纤维进行改性,严格控制工艺因素影响,使得短纤维在 EPDM 薄膜中定向分布,示意图如图 1 所示.

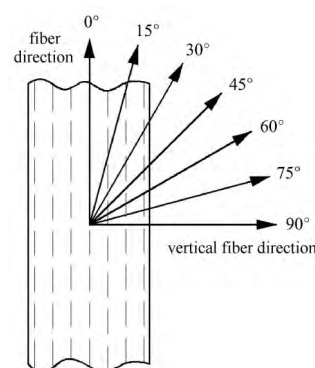


图 1 EPDM 薄膜包覆层示意图

Fig. 1 Diagram of EPDM inhibitor film

为进一步分析 EPDM 薄膜包覆层的力学性能,定义沿纤维方向为 0° ,垂直于纤维方向为 90° . EPDM 薄膜包覆层厚度约为 0.5 mm,通过机械加工、切割方法等制备试件,尺寸为 $80\text{ mm} \times 10\text{ mm}$,标距为 40 mm,与拉伸试验机接触的夹持端采用梯形铝块和高强度粘接剂进行粘接,并在铝块表面进行打磨处理,如图 2 所示.这种设计是因为薄膜厚度小,且材料拉伸机夹头间隙大,直接夹在薄膜上无法保证紧

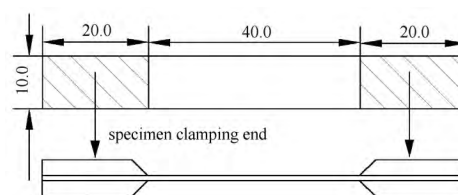


图 2 试件示意图

Fig. 2 Diagram of specimen

密夹持. 同时, 由于橡胶材料的超弹特性, 铝片可以防止其塑性流动, 满足标距的精确性.

本文对 EPDM 薄膜包覆材料进行了单轴拉伸和偏轴拉伸实验 (拉伸和剪切作用同时存在), 实验过程在常温环境 (293 K) 下进行, 湿度为 50%, 采取恒定的拉伸速率为 5 mm/min.

1.2 实验结果分析

实验中针对多个纤维方向进行多次重复实验, 选取 3 次有效的实验结果的平均值作为研究对象, 图 3 所示的是 90° 纤维方向的实验结果. 对所有实验数据处理后得到 EPDM 薄膜包覆材料在不同纤维方向的应力-应变曲线, 如图 4 所示.

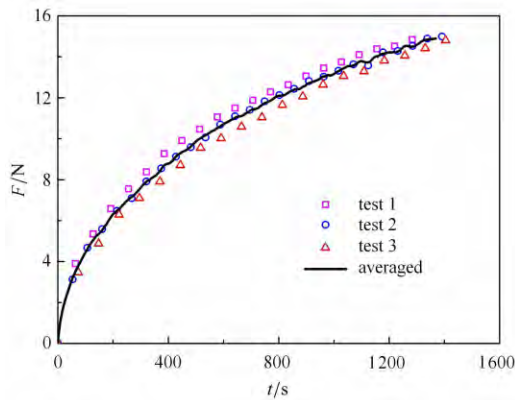


图 3 实验数据处理示意图

Fig. 3 Diagram of experimental data processing

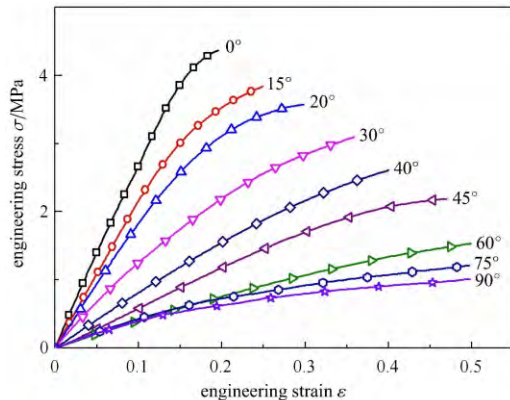


图 4 不同纤维方向应力-应变曲线

Fig. 4 Stress-strain curves in different fiber directions

由图 4 可见, 短纤维增强 EPDM 薄膜包覆材料呈现出明显的各向异性力学特性. 在橡胶中定向分布的短纤维, 使得材料在平行于短纤维方向上的力学性能不同于其他方向, 简化为横观各向同性材料. 在纤维方向小于 60° 时, 材料的拉伸强度和模量随

纤维方向的增大而减小; 当纤维方向在 60° 到 90° 之间时, 材料的断裂强度相近.

根据应力传递理论, 复合材料受到载荷作用时, 基体材料首先受到力的作用, 再通过一定方式传递到增强体或界面上使之受载. 当纤维角度较小时, 由于短纤维具有较大的刚度和模量, 短纤维起主导作用; 随着纤维角度增大, 纤维作用削弱, 应力传递规律被破坏, 材料的力学性能变化不明显.

2 各向异性超弹性本构模型

2.1 本构模型的一般形式

EPDM 包覆薄膜是一种具有单向短纤维增强超弹性基体的复合材料, 根据 Spencer 提出的各向异性纤维增强复合材料理论, 其应变能函数 W 可以表示成右柯西-格林 (Cauchy-Green) 应变张量 $\mathbf{C}$ 和纤维初始方向 $\mathbf{a}_0$ 相关的不变量 I_i 的函数^[20-22]

$$W = W(\mathbf{C}, \mathbf{a}_0) = W(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5) =$$

$$W_{\text{iso}}(I_1, I_2, I_3) + W_{\text{ani}}(I_4, I_5) \quad (1)$$

式中, $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$, 变形梯度张量 $\mathbf{F} = \partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X}$, $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{x}$ 分别表示质点在初始构形和当前构形中的坐标. 应变能函数分别分解为各向同性和各向异性两部分. I_1 , I_2 和 I_3 表征橡胶基体的各向同性属性, I_4 和 I_5 与纤维伸长率和伸长方向有关, 用来表征各向异性. 右柯西-格林应变张量不变量表示为

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \mathbf{I} : \mathbf{C} = \text{tr} \mathbf{C} \\ I_2 &= \frac{1}{2} \left[I_1^2 - (\mathbf{I} : \mathbf{C})^2 \right] = \frac{1}{2} \left[(\text{tr} \mathbf{C})^2 - \text{tr} \mathbf{C}^2 \right] \\ I_3 &= \det(\mathbf{C}) \\ I_4 &= \mathbf{A}_0 : \mathbf{C} = \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{a}_0 = \lambda_F^2 \\ I_5 &= \mathbf{A}_0 : \mathbf{C}^2 = \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{C}^2 \cdot \mathbf{a}_0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中结构张量 $\mathbf{A}_0 = \mathbf{a}_0 \otimes \mathbf{a}_0$, λ_F 是纤维的伸长比.

根据链导法则, 把应变能函数 W 对右柯西-格林应变张量 $\mathbf{C}$ 进行求导, 由此得到第二皮奥拉-基尔霍夫 (Piola-Kirchhoff) 应力张量 $\mathbf{S}$

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} - p \mathbf{C}^{-1} = 2 \sum_{i=1}^5 \left(\frac{\partial W}{\partial I_i} \frac{\partial I_i}{\partial \mathbf{C}} \right) - p \mathbf{C}^{-1} \quad (3)$$

式中, $W_i = \partial W / \partial I_i$, $\partial I_i / \partial \mathbf{C}$ 可由式 (4) 求得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial I_1}{\partial \mathbf{C}} &= \mathbf{I} \\ \frac{\partial I_2}{\partial \mathbf{C}} &= I_1 \mathbf{I} - \mathbf{C} \\ \frac{\partial I_3}{\partial \mathbf{C}} &= I_2 \mathbf{I} - I_1 \mathbf{C} + \mathbf{C}^2 \\ \frac{\partial I_4}{\partial \mathbf{C}} &= \mathbf{A}_0 = \mathbf{a}_0 \otimes \mathbf{a}_0 \\ \frac{\partial I_5}{\partial \mathbf{C}} &= \mathbf{a}_0 \otimes \mathbf{C} \cdot \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{C} \otimes \mathbf{a}_0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

而表征真实应力的柯西 (Cauchy) 应力张量为

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{J}^{-1} \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{F}^T = \mathbf{J}^{-1} \cdot \mathbf{F} \cdot \left[2 \sum_{i=1}^5 \left(\frac{\partial W}{\partial I_i} \frac{\partial I_i}{\partial \mathbf{C}} \right) - p \mathbf{C}^{-1} \right] \cdot \mathbf{F}^T \quad (5)$$

式中, J 为材料变形后与变形前的体积比, 且 $J = \det(\mathbf{F}) = \sqrt{I_3}$.

2.2 应变能函数的耦合

纤维增强超弹性基体的复合材料在拉伸过程中产生变形, 主要包括橡胶基体的变形、纤维增强体的变形和纤维对基体橡胶的剪切变形^[11,23]. I_1 描述基体材料在多轴状态下的变形; I_2 对于填充橡胶材料或生物组织的变形影响程度可以忽略^[24-25]; 基于不可压缩性假设, 与体积变化相关的 I_3 省略; I_4 通常与纤维拉伸应变能相关, 表征材料的各向异性, 不可被忽略^[26]; 出于简化的目的, 不考虑纤维对基体橡胶的剪切作用, 进而忽略 I_5 的影响^[27].

本文研究的材料为短纤维增强橡胶材料, 短纤维对基体橡胶的剪切作用相对于基体拉伸应变能和纤维拉伸应变能来说可以忽略, 进而简化模型的构建, 将应变能函数解耦为获取参数的基体橡胶应变能 W_M 和纤维伸长而产生的应变能 W_F ^[4,28-30]

$$W = W_M + W_F = W(I_1, I_4) \quad (6)$$

2.2.1 基体橡胶应变能函数

常用橡胶材料的应变能函数的完全多项式可以表示为^[5]

$$W = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J - 1)^{2i} \quad (7)$$

式中, C_{ij} 和 D_i 为模型参数. 基于完全不可压假设, 则 $J = 1$, 并忽略 I_2 的影响, 选取 $N = 2$ 作为多项式的阶数, 得到基体橡胶的应变能函数形式

$$W_M = C_{10} (I_1 - 3) + C_{20} (I_1 - 3)^2 \quad (8)$$

式中, 材料参数 C_{10} 和 C_{20} 的单位均为 MPa.

2.2.2 纤维应变能函数

纤维的应变能可以被认为与其拉伸长度有关, 不考虑其压缩, 纤维拉伸应变能函数被定义为^[31]

$$W_F = \begin{cases} C_2 (I_4 - 1)^2 + C_3 (I_4 - 1)^3, & I_4 > 1 \\ 0, & I_4 \leq 1 \end{cases} \quad (9)$$

式中, 材料参数 C_2 和 C_3 的单位均为 MPa.

从而确定关于应变不变量 I_1 和 I_4 的简单多项式形式的应变能函数, 用来反映短纤维增强 EPDM 的各向异性超弹性力学特性, 其表达式为

$$W = \sum_{i=1}^2 C_{i0} (I_1 - 3)^i + \sum_{i=2}^3 C_i (I_4 - 1)^i \quad (10)$$

将式 (10) 代入式 (5) 得简化后的柯西应力张量

$$\boldsymbol{\sigma} = [2C_{10} + 4C_{20} (I_1 - 3)] \mathbf{B} + [4C_2 (I_4 - 1) + 6C_3 (I_4 - 1)^2] \mathbf{a} \otimes \mathbf{a} - p \mathbf{I} \quad (11)$$

式中, $\mathbf{B}$ 是左柯西 - 格林应变张量, $\mathbf{I}$ 是二阶单位张量, $\mathbf{a}$ 是纤维在当前构形中的方向向量, 且 $\mathbf{B} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T$, $\mathbf{a} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{a}_0$.

2.2.3 模型参数的确定方法

在对超弹性应变能函数解耦的基础上, 通过最小二乘法拟合单轴拉伸和偏轴拉伸实验数据, 求解模型参数. 考虑到工程实用性, 当纤维方向大于 60° 时, 短纤维增强作用明显弱化, 故本文将纤维方向大于 60° 的应力与变形关系等效为纯橡胶的准静态力学特性, 下面给出具体步骤:

(1) 拟合 90° 纤维方向的实验数据, 得到材料参数 C_{10} 和 C_{20} ;

(2) 拟合纤维方向 0° , 15° 和 45° 的实验数据, 得到材料参数 C_2 和 C_3 ;

(3) 根据已获得模型参数, 对纤维方向 20° , 30° 和 40° 的实验数据进行对比验证.

3 结果与分析

3.1 本构模型一维形式

对于不同纤维方向的单轴拉伸, 如图 5 所示, 假设变形前短纤维的单位方向向量为

$$\mathbf{a}_0 = [\cos \alpha \quad \sin \alpha \quad 0] \quad (12)$$

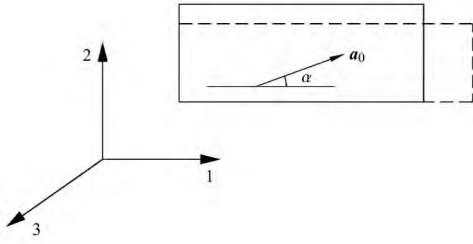


图 5 短纤维增强 EPDM 单轴拉伸变形

Fig. 5 Uniaxial tensile deformation of short fiber reinforced EPDM

变形梯度张量 $\mathbf{F}$ 、左柯西-格林应变张量 $\mathbf{B}$ 为

$$\mathbf{F} = \text{diag}[\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3], \quad \mathbf{B} = \text{diag}[\lambda_1^2 \ \lambda_2^2 \ \lambda_3^2] \quad (13)$$

其中 λ_i 表示第 i 个主方向的伸长比。

假设在拉伸方向上的伸长比为 λ , 且假定橡胶材料在有限变形下完全不可压, 由此得到 3 个主方向伸长比 $\lambda_1 = \lambda$, $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda^{-1/2}$, 则单轴拉伸下柯西应力分量为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11} &= [2C_{10} + 4C_{20}(I_1 - 3)]\lambda^2 + \\ &\quad [4C_2(I_4 - 1) + 6C_3(I_4 - 1)^2]\lambda^2 \cos^2 \alpha - p \\ \sigma_{22} &= [2C_{10} + 4C_{20}(I_1 - 3)]\lambda^{-1} + \\ &\quad [4C_2(I_4 - 1) + 6C_3(I_4 - 1)^2]\lambda^{-1} \sin^2 \alpha - p \\ \sigma_{33} &= [2C_{10} + 4C_{20}(I_1 - 3)]\lambda^{-1} - p \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

在单轴加载情况下, 垂直于加载方向的应力应为 0, 即

$$\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0 \quad (15)$$

由此得到本构模型的一维形式为

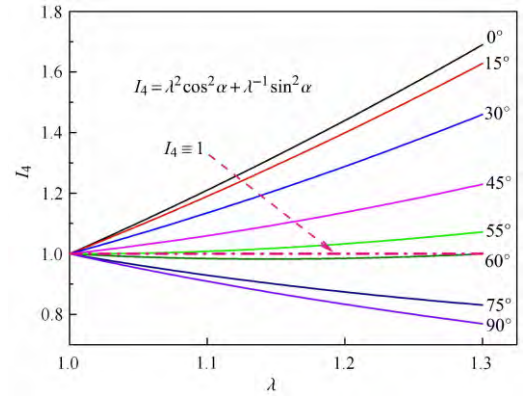
$$\sigma_{11} = [2C_{10} + 4C_{20}(I_1 - 3)](\lambda^2 - \lambda^{-1}) + [4C_2(I_4 - 1) + 6C_3(I_4 - 1)^2]\lambda^2 \cos^2 \alpha \quad (16)$$

式中, $I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$, $I_4 = \lambda_1^2 \cos^2 \alpha + \lambda_2^2 \sin^2 \alpha$, 且 $\lambda = 1 + \varepsilon$, $\sigma = P\lambda$, P 是工程应力。

3.2 模型适用范围和参数确定

3.2.1 模型适用范围

根据 $I_4 = \lambda_1^2 \cos^2 \alpha + \lambda_2^2 \sin^2 \alpha$, 可得如图 6 所示的 I_4 取值分布变化。

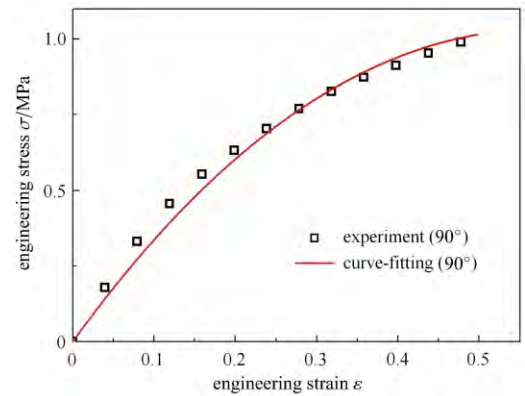
图 6 I_4 随纤维方向的取值变化Fig. 6 I_4 changes with fiber directions

由图 6 可以看出, 当应变在 30% 以下时, I_4 随纤维方向的增大呈现逐渐减小的趋势, 当纤维方向小于 45° 时, 短纤维增强作用明显; 当纤维方向大于 60° 时, 计算可得 $I_4 < 1$, 根据式 (9), 此时由纤维拉伸产生的应变能忽略不计; 当纤维方向处于 $45^\circ \sim 60^\circ$ 之间, 相对于短纤维对基体的剪切作用 (本模型不考虑), 其拉伸产生的应变能并不明显. 由此确定模型的适用范围是纤维方向 $0^\circ \sim 45^\circ$.

3.2.2 橡胶基体材料参数

拟合 90° 纤维方向的实验数据, 即可获取橡胶基体的材料参数. 图 7 所示为 90° 纤维方向应力-应变曲线

$$C_{10} = 0.62284 \text{ MPa}, \quad C_{20} = -0.12134 \text{ MPa} \quad (17)$$

图 7 90° 纤维方向应力-应变曲线Fig. 7 Stress-strain curve of 90° fiber direction

3.2.3 短纤维材料参数

拟合纤维方向为 0° , 15° 和 45° 的实验数据 (见图 8), 得到材料参数 C_2 和 C_3 .

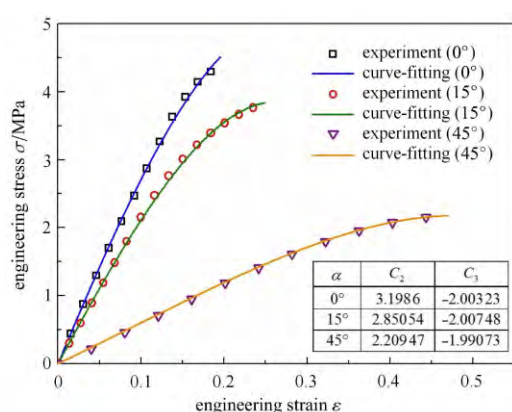
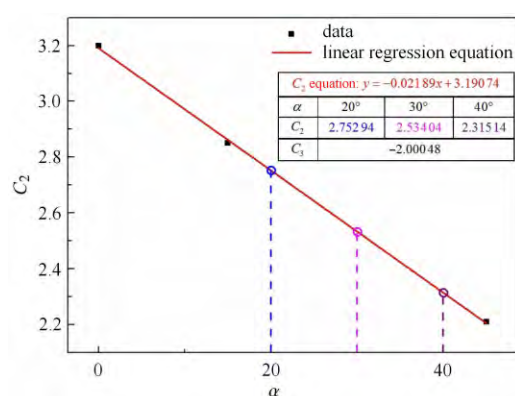


图8 不同纤维方向应力-应变曲线

Fig. 8 Stress-strain curves of different fiber directions

对获取的短纤维材料参数进行分析,发现材料参数 C_2 对纤维方向 α 近似呈现线性关系,利用线性回归分析和归一化处理得到 C_2 的函数表达式: $y = -0.02189x + 3.19074$; 而 C_3 几乎不随纤维方向的改变而变化,保持恒定. 根据线性回归方程得到纤维方向为 20°, 30° 和 40° 时的材料参数 $C_2(\alpha)$, 对于参数 C_3 由其平均值确定, 如图 9 所示.

图9 参数 C_2 的线性回归分析Fig. 9 Linear regression of parameter C_2

3.3 模型验证

利用之前获取的参数对纤维方向 20°, 30° 和 40° 的单轴拉伸进行预测, 图 10 所示为数值计算与实验数据的对比. 从图 10 可以看出, 模型预测结果与实验数据吻合度较好, 误差在 5% 以下. 考虑实验数据受较多因素影响, 其误差在可接受范围内, 从而证明本文建立的短纤维增强超弹性本构模型的适用性.

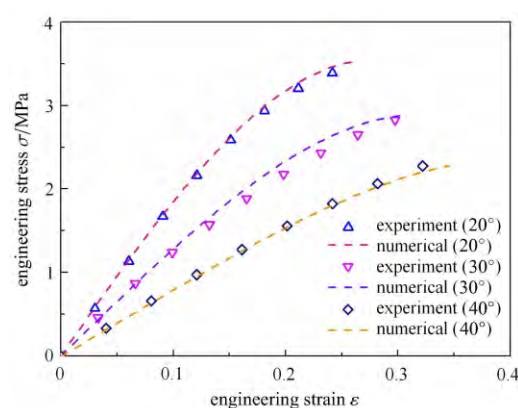


图10 数值计算与实验数据的对比

Fig. 10 Comparison of numerical and experimental data

4 结论

(1) 基于连续介质力学理论, 提出了一种简单的短纤维增强超弹性本构模型来描述新型 EPDM 包裹层在拉伸过程中呈现的大变形、非线性和各向异性力学行为.

(2) 应变能函数被分解为基体橡胶应变能函数和纤维应变能函数, 其中纤维应变能函数中的材料参数 C_2 对纤维方向 α 近似呈现线性关系, 而 C_3 几乎不随纤维方向的改变而变化.

(3) 所提出的各向异性超弹性本构模型材料参数少、测试简单, 且模型预测的有效性好, 误差小于 5%, 为固体火箭发动机装药结构完整性数值分析提供理论依据和参考价值.

参考文献

- 汪建丽, 王红丽, 熊治荣等. 三元乙丙橡胶绝热层在固体火箭发动机中的应用. 宇航材料工艺, 2009, 39(2):12-14 (Wang Jianli, Wang Hongli, Xiong Zhirong, et al. EPDM rubber insulation applied in solid rocket motor. *Aerospace Materials and Technology*, 2009, 39(2): 12-14 (in Chinese))
- 许进升, 鞠玉涛, 周长省等. 模数对药柱热应力的影响. 弹道学报, 2011(3): 74-78 (Xu Jinsheng, Ju Yutao, Zhou Changsheng, et al. Influence of modulus on thermal stress of grain. *Journal of Ballistics*, 2011(3): 74-78 (in Chinese))
- 赵付彬. 短纤维增强氯丁橡胶基复合材料结构与力学性能研究. [硕士学位论文]. 青岛: 青岛科技大学, 2012 (Zhao Fubin. Study on the structure and mechanical properties of short fiber reinforced rubber composite. [Master Thesis]. Qingdao: Qingdao University of Science and Technology, 2012 (in Chinese))
- 董金平, 张志强. 基于横观各向同性超弹性理论的短纤维增强橡胶本构模型的建立与应用. 计算力学学报, 2016, 33(2): 231-237 (Dong Jinping, Zhang Zhiqiang. Establishment and application of short fiber reinforced rubber constitutive model based on transversely isotropic hyperelastic theory. *Chinese Journal of Computation*

- tional Mechanics*, 2016, 33(2): 231-237 (in Chinese))
- 5 张少实. 复合材料与粘弹性力学. 第二版. 北京: 机械工业出版社, 2005 (Zhang Shaoshi. Composite Materials and Viscoelastic Mechanics. Second edition. Beijing: China Machine Press, 2005 (in Chinese))
 - 6 Begley MR, Creton C, Mcmeeking RM. The elastostatic plane strain mode I crack tip stress and displacement fields in a generalized linear neo-Hookean elastomer. *Journal of the Mechanics & Physics of Solids*, 2015, 84: 21-38
 - 7 Yeoh OH. Some forms of the strain energy function for rubber. *Rubber Chemistry & Technology*, 1993, 66(5): 754-771
 - 8 Holzapfel GA, Gasser TC. A viscoelastic model for fiber-reinforced composites at finite strains: Continuum basis, computational aspects and applications. *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 2001, 190(34): 4379-4403
 - 9 Ehret AE. On a molecular statistical basis for Ogden's model for rubber elasticity. *Journal of the Mechanics & Physics of Solids*, 2015, 78: 249-268
 - 10 Pierce DM, Trobin W, Raya JG, et al. DT-MRI based computation of collagen fiber deformation in human articular cartilage: a feasibility study. *Annals of Biomedical Engineering*, 2010, 38(7): 2447-2463
 - 11 Peng XQ, Guo ZY, Moran B. An anisotropic hyperelastic constitutive model with fiber-matrix shear interaction for the human annulus fibrosus. *Journal of Applied Mechanics*, 2006, 73(5): 815-824
 - 12 郭国栋, 彭雄奇, 赵宁. 一种考虑剪切作用的各向异性超弹性本构模型. 力学学报, 2013, 45(3): 451-455 (Guo Guodong, Peng Xiongqi, Zhao Ning. An anisotropic hyperelastic constitutive model with shear interaction for cord-rubber tire composites. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2013, 45(3): 451-455 (in Chinese))
 - 13 孙书蕾, 毛建良, 彭雄奇. 考虑纤维弯曲刚度的橡胶-帘线复合材料各向异性超弹性本构模型. 应用数学和力学, 2014, 35(5): 471-477 (Sun Shulei, Mao Jianliang, Peng Xiongqi. An anisotropic hyperelastic constitutive model with fiber bending stiffness for cord-rubber composites. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, 35(5): 471-477 (in Chinese))
 - 14 张必超, 彭雄奇, 黄小双. 考虑双拉耦合的复合材料编织物非正交本构模型. 应用数学和力学, 2016, 37(3): 227-234 (Zhang Bichao, Peng Xiongqi, Huang Xiaoshuang. A nonorthogonal constitutive model for woven composites involving biaxial tension coupling. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, 37(3): 227-234 (in Chinese))
 - 15 黄小双, 彭雄奇, 张必超. 帘线/橡胶复合材料各向异性黏-超弹性本构模型. 力学学报, 2016, 48(1): 140-145 (Huang Xiaoshuang, Peng Xiongqi, Zhang Bichao. An anisotropic visco-hyperelastic constitutive model for cord-rubber composites. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2016, 48(1): 140-145 (in Chinese))
 - 16 张中水, 陈雄, 周清春, 等. EPDM 绝热层的粘超弹本构模型. 固体火箭技术, 2015(2): 273-277 (Zhang Zhongshui, Chen Xiong, Zhou Qing chun, et al. A visco-hyperelastic constitutive model for EPDM insulation. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2015(2): 273-277 (in Chinese))
 - 17 余家泉, 陈雄, 周省长等. EPDM 薄膜橡胶包覆材料的粘-超弹本构模型研究. 推进技术, 2015(3): 465-470 (Yu Jiaquan, Chen Xiong, Zhou Changsheng, et al. Visco-hyperelastic constitutive model for filmy EPDM inhibitor. *Journal of Propulsion Technology*, 2015(3): 465-470 (in Chinese))
 - 18 Jing J, Xu JS, Zhang ZS, et al. Rate-dependent compressive behavior of EPDM insulation: experimental and constitutive analysis. *Mechanics of Materials*, 2016, 96: 30-38
 - 19 杨晓红, 许进升, 孙俊丽等. 三元乙丙材料粘超弹本构模型研究. 兵工学报, 2014, 35(8): 1205-1209 (Yang Xiaohong, Xu Jinsheng, Sun Junli, et al. Research on visco-hyperelastic constitutive model of EPDM. *Acta Armamentarii*, 2014, 35(8): 1205-1209 (in Chinese))
 - 20 Spencer AJM. Continuum theory of the mechanics of fiber-reinforced composites. *Journal of Applied Mechanics*, 1984, 53(1): 233
 - 21 Ciarlitta P, Izzo I, Micera S, et al. Stiffening by fiber reinforcement in soft materials: a hyperelastic theory at large strains and its application. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 2011, 4(7): 1359-1368
 - 22 Horgan CO. The remarkable Gent constitutive model for hyperelastic materials. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2015, 68: 9-16
 - 23 王宇, 彭雄奇. 腰椎椎间植骨融合有限元分析. 力学学报, 2011, 43(2): 381-389 (Wang Yu, Peng Xiongqi. Finite element analysis on lumbar interbody fusion. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011, 43(2): 381-389 (in Chinese))
 - 24 Seki W, Fukahori Y, Iseda Y, et al. A large deformation finite element analysis for multilayer elastomeric bearings. *Rubber Chemistry and Technology*, 1987, 60(5): 856-869
 - 25 Holzapfel GA. Nonlinear solid mechanics: A continuum approach for engineering science. *Meccanica*, 2002, 37(4): 489-490
 - 26 Zhurov AI, Evans SL, Holt CA, et al. A nonlinear compressible transversely-isotropic viscohyperelastic constitutive model of the periodontal ligament//Proceedings of ASME, 2008 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, 2008: 707-719
 - 27 Merodio J, Ogden RW. Mechanical response of fiber reinforced incompressible non-linearly elastic solids. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2005, 40(s 2-3): 213-227
 - 28 Qiu GY, Pence TJ. Loss of ellipticity in plane deformation of a simple directionally reinforced incompressible nonlinearly elastic solid. *Journal of Elasticity*, 1997, 49(1): 31-63
 - 29 Brown LW, Smith LM. A simple transversely isotropic hyperelastic constitutive model suitable for finite element analysis of fiber reinforced elastomers. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 2011, 133(2): 307-314
 - 30 Jiang Y, Wang Y, Peng X. A visco-hyperelastic constitutive model for human spine ligaments. *Cell Biochemistry and Biophysics*, 2015, 71(2): 1147-1156
 - 31 Peng XQ, Guo ZY, Du TL, et al. A simple anisotropic hyperelastic constitutive model for textile fabrics with application to forming simulation. *Composites*, 2013, 52(52): 275-281