

光热激励下微悬臂梁在流体中的振动研究¹⁾董天宝 宋亚勤²⁾

(西安交通大学航天航空学院机械结构强度与振动国家重点实验室, 西安 710049)

摘要 微悬臂梁结构广泛应用于微纳电子机械系统. 在实际应用中, 涂层和工作环境的变化对微悬臂梁结构动态工作模式有着不容忽视的影响. 运用流体中双层微悬臂梁的光热振动模型, 研究了在激光光热驱动下, 金涂层微悬臂梁在不同流体中的振动特性. 理论上得到了微悬臂梁的温度场, 光热驱动力和振动变形场的解析表达式. 研究表明, 流体环境对微悬臂梁的光热振动谱有显著的影响, 主要表现在共振频率的偏移和品质因子的变化两个方面. 相比较于悬臂梁在真空中的响应, 当悬臂梁在空气中振动时, 共振频率向低频产生微小的漂移 (0.7%), 共振峰未发生明显变化; 然而, 当悬臂梁在液体中振动的时候, 共振频率向低频产生巨大的漂移 (58% ~ 80%), 而且品质因子发生量级上的减小, 共振峰发生了畸变. 本研究对微纳探测以及原子力显微镜等仪器的设计优化, 有着一定的理论指导意义.

关键词 激光光热, 微悬臂梁, 动力响应, 流体动力, 双材料效应

中图分类号: O369 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-14-095

引言

硅基微悬臂梁广泛应用于原子力显微镜 (AFM) 针尖、生物探测、化学探测等方面^[1-4]. 在实际的应用中, 涂层和工作环境的变化是不可回避的课题, 因此对双材料微结构和各种工作介质中微结构的振动机理的研究将会为其进一步的应用提供理论依据. 由于运用范围愈来愈广, 高频激光光热激励下双层微结构在不同工作环境下的振动研究显得愈来愈重要.

在实际工况复杂多变的情形下, 单层微悬臂梁存在很多局限性 (如易氧化, 易腐蚀, 光热效率低等)^[5]. 一般来讲, 微悬臂梁表面上会被沉积金属覆盖层. 金属覆盖层不仅可以克服以上单层悬臂梁的缺陷, 而且由于硅基材料和镀层材料之间的热膨胀系数的不同而存在双材料效应, 从而提高微悬臂梁的光热振动响应^[4]. 在近十年来, 从理论和实验上, 很多学者致力于微悬臂梁的动力特性研究^[6-9].

驱动微结构振动的方式有很多种, 如压电^[10], 电机^[11], 光声^[12]和光热^[13-14]等. 在这些驱动方式中, 光声和光热技术具有非接触, 无损伤, 灵敏度高的优点, 因而广泛应用于微机械的研究. 光声驱动方式也有一些缺陷, 如驱动频率带宽低于 10 kHz 和由

声源所带来的非线性响应. 相比较于光声驱动, 光热驱动则有着高的驱动频率带宽 (MHz), 激励共振峰规则, 无寄生振动 (spurious response) 且无相位畸变的优点^[14], 因此被广泛应用作为微纳电子机械系统的探测方法.

当微结构应用于工作环境 (一般为各种气体或液体环境) 的微小检测和监测时, 环境效应对其动态模式的影响也不容忽视^[15-17]. 品质因子是物理及工程中的无量纲参数, 表示振动的共振频率相对于带宽的大小, 对于同等尺寸的悬臂梁, 品质因子很大程度上代表着共振峰的形状. 实验发现, 微悬臂梁对周围工作环境的变化很敏感, 主要表现在共振频率和品质因子随着涂层和环境的微小变化而发生明显改变^[17-18]. 相比较于微悬臂梁在空气或者高度真空环境中的表现, 液体环境对其动力特性有着更加显著的影响. 周围环境中的流体耗散悬臂梁的运动, 对微悬臂梁产生了流体动力, 导致其共振频率漂移和共振峰畸变. 关于流体环境对微悬臂梁振动的影响, Sader^[19]对其做了系统而深入的研究, 并引入了流体动力荷载.

本文研究光热激励下双层微悬臂梁在流体工作环境中的振动问题. 考虑了光热驱动金涂层微悬臂

2014-04-02 收到第 1 稿, 2014-05-29 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (10972169, 11272243), 中央高校基本科研业务费专项资金和陕西省教育厅重点实验室科研计划 (13JS103) 资助项目.

2) 宋亚勤, 副教授, 主要研究方向: 热弹性和光热振动. E-mail: yqsong@mail.xjtu.edu.cn

梁的双材料效应, 并引入 Sader 所提出的微悬臂梁流体动力. 从理论上分析了光热驱动下微悬臂梁在流体中的动力特性, 得到了微悬臂梁温度场, 光热驱动力和振动变形场的解析表达式, 揭示了流体环境对微悬臂梁动力响应的影响. 此外, 还研究了当悬臂梁宽度和厚度不变的情况下, 悬臂梁长度对共振响应和品质因子的影响.

1 理论模型

一般来讲, 激光激励下微悬臂梁的振动研究包括对悬臂梁温度场和动力变形场的描述. 因此, 需要两个步骤来得到悬臂梁的光热振动频谱图. 第一步是获得微悬臂梁在激光光热激励下的温度场, 从而得到悬臂梁的光热驱动力; 第二步是计算在外力作用下 (包括了光热驱动力和流体动力), 悬臂梁的动力变形场.

1.1 温度场

激光光热作用下, 悬臂梁温度场的理论模型如图 1 所示. 由于热扩散长度相比较悬臂梁厚度大得多, 而且加载激光光斑直径与悬臂梁宽度相差不多, 因此假设温度场沿 y 轴和 z 轴方向是恒定的^[20], 从而建立悬臂梁温度场的一维热扩散方程. 悬臂梁的长度、宽度和厚度分别为 L , W 和 d , 周围流体温度为 T_f , 悬臂梁表面与周围流体的对流换热系数为 h , 悬臂梁的导热系数为 κ , ρ 和 c_p 分别代表密度和比热容. 下角标 1 和 2 分别代表金覆盖层和硅基.

在悬臂梁上取微元体 dx , 在 x 处通过微元体的热流量增量为

$$\Delta Q_x = (\kappa_1 W d_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \kappa_2 W d_2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}) dx \quad (1)$$

在微元体边界通过对流与环境之间的换热热流

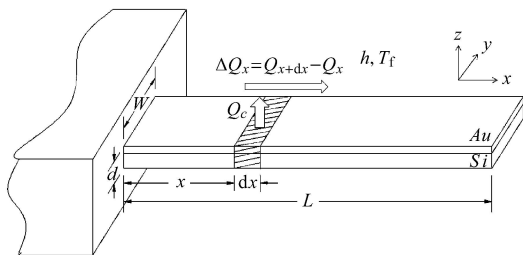


图 1 微悬臂梁温度场理论模型

Fig. 1 Temperature theoretical model of microcantilever

量为

$$Q_c = h_1(W + 2d_1)dx(T - T_f) + h_2(W + 2d_2)dx(T - T_f) \quad (2)$$

此问题属于非稳态导热, 微元体内部储存的内能总量也将发生变化, 能量储存项表示为

$$E_{st} = \rho_1 c_{p1} W d_1 \frac{\partial T}{\partial t} dx + \rho_2 c_{p2} W d_2 \frac{\partial T}{\partial t} dx \quad (3)$$

将式 (1) ~ 式 (3) 代入能量平衡表达式 $\Delta Q_x - Q_c = E_{st}$, 并定义过剩温度 $\Delta T = T - T_f$, 可以得到温度场 $\Delta T(x, t)$ 控制方程为

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial t} = K \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} - \beta \Delta T \quad (4)$$

式中 K 和 β 分别为

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{\kappa_1 d_1 + \kappa_2 d_2}{c_{p1} \rho_1 d_1 + c_{p2} \rho_2 d_2} \\ \beta &= \frac{h_1(1 + 2d_1/W) + h_2(1 + 2d_2/W)}{c_{p1} \rho_1 d_1 + c_{p2} \rho_2 d_2} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

对方程 (4) 做傅里叶变换 $\Delta \hat{T}(x, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta T(x, t) e^{-i\omega t} dt$, 可将温度场 $\Delta T(x, t)$ 转换到频域上 $\Delta \hat{T}(x, \omega)$, 得到

$$\frac{\partial^2 \Delta \hat{T}(x, \omega)}{\partial x^2} - \frac{\beta + i\omega}{K} \Delta \hat{T}(x, \omega) = 0 \quad (6)$$

边界条件如下:

(1) 在聚焦激光加载点 $x = x_0$ 处温度连续条件

$$\Delta \hat{T}(x_0^-) = \Delta \hat{T}(x_0^+) \quad (7)$$

(2) 在激光加载位置处热流的跳跃性条件

$$\frac{\partial \Delta \hat{T}}{\partial x} \Big|_{x=x_0^+} - \frac{\partial \Delta \hat{T}}{\partial x} \Big|_{x=x_0^-} = -\frac{\lambda P_0}{W(\kappa_1 d_1 + \kappa_2 d_2)} \quad (8)$$

其中 P_0 为激光功率, λ 为悬臂梁对激光能量的吸收系数.

(3) 固定端无热流损失条件

$$\Delta \hat{T}|_{x=0} = 0 \quad (9)$$

(4) 自由端的热对流条件

$$\frac{\partial \Delta \hat{T}}{\partial x} \Big|_{x=L} = -H \Delta \hat{T} \quad (10)$$

其中 $H = \frac{h_1 d_1 + h_2 d_2}{\kappa_1 d_1 + \kappa_2 d_2}$.

悬臂梁温度场控制方程 (6) 满足边界条件 (7)~(10) 的解为

$$\left. \begin{aligned} \Delta \hat{T}(x, \omega) &= C_1 e^{rx} + C_2 e^{-rx} \quad (x < x_0) \\ \Delta \hat{T}(x, \omega) &= C_3 e^{rx} + C_4 e^{-rx} \quad (x \geq x_0) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中

$$r = \sqrt{\frac{\beta + \sqrt{\beta^2 + \omega^2}}{2K}} + i\sqrt{\frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 + \omega^2}}{2K}} \quad (12)$$

$C_1 \sim C_4$ 是待定常数由边界条件 (7)~(10) 来确定。

1.2 微悬臂梁外力

激光光热激励下微悬臂梁在流体中振动时, 作用在梁上的外力包括两项: 一项是光热驱动微悬臂梁温度场导致的光热驱动力 F_{drive} , 另一项是由悬臂梁周围流体运动导致的流体动力 F_{hydro} [19]。

当微悬臂梁镀有金覆盖层时, 考虑到金覆盖层和硅基材料热膨胀系数的不同, 将产生双材料效应 [4]。双材料效应导致沿着梁的厚度方向上, 产生不同的轴向力分布。根据热变形和欧拉 - 伯努利理论, 对激光光热驱动下微悬臂梁的光热驱动力作如下推导。

由双材料效应导致的沿梁厚度方向轴向应力为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= E_1 \alpha_1 \Delta \hat{T}(x, \omega), \quad z > 0 \\ \sigma_2 &= E_2 \alpha_2 \Delta \hat{T}(x, \omega), \quad z < 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中 E 和 α 分别为悬臂梁材料的弹性模量和热膨胀系数。 $z = 0$ 代表金覆盖层和硅基的分界面。进一步, 沿梁长度方向的悬臂梁弯矩分布为 [20]

$$\begin{aligned} M(x, \omega) &\cong \int_0^{d_1} \sigma_1(z - z_0) W dz + \int_{-d_2}^0 \sigma_2(z - z_0) W dz = \\ &W \left[\int_0^{d_1} E_1 \alpha_1 (z - z_0) dz + \int_{-d_2}^0 E_2 \alpha_2 (z - z_0) dz \right] \cdot \\ &\Delta \hat{T}(x, \omega) \end{aligned} \quad (14)$$

其中 z_0 代表双层悬臂梁中性层的位置

$$z_0 = -\frac{1}{2} \frac{E_1 d_1^2 - E_2 d_2^2}{E_1 d_1 - E_2 d_2} \quad (15)$$

最后, 可以得到光热驱动力为

$$\begin{aligned} F_{\text{drive}} &= -\frac{\partial M^2(x, \omega)}{\partial x^2} = \\ &-W \left[E_1 \alpha_1 d_1 \left(\frac{d_1}{2} - z_0 \right) - E_2 \alpha_2 d_2 \left(\frac{d_2}{2} + z_0 \right) \right] \cdot \\ &\frac{\partial^2 \Delta \hat{T}(x, \omega)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (16)$$

此外, Sader [19] 给出了悬臂梁在流体中运动导致的流体动力为

$$F_{\text{hydro}}(x, \omega) = \frac{\pi}{4} \rho_f W^2 \omega^2 \Gamma(\omega) Z(x, \omega) \quad (17)$$

其中, ρ_f 代表悬臂梁周围流体密度, $\Gamma(\omega)$ 代表悬臂梁在流体中运动的流体动力函数。

1.3 动力变形场

根据弹性理论, 梁的动力变形场的控制方程为 [19]

$$EI \frac{\partial^4 z(x, t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 z(x, t)}{\partial t^2} = f(x, t) \quad (18)$$

其中 A 是悬臂梁横截面面积, I 是悬臂梁惯性矩, E 和 ρ 分别代表双层梁的等效弹性模量和等效密度 [21]。

悬臂梁两端的边界条件如下

$$\left[\begin{aligned} z(x, t) &= \frac{\partial z(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \\ \left[\frac{\partial^2 z(x, t)}{\partial x^2} &= \frac{\partial^3 z(x, t)}{\partial x^3} \right]_{x=L} = 0 \end{aligned} \right] \quad (19)$$

将变形场 $z(x, t)$ 转换到频域上 $Z(x, \omega)$, 并对方程 (18) 做傅里叶变换 $Z(x, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(x, t) e^{-i\omega t} dt$ 得到

$$EI \frac{\partial^4 Z(x, \omega)}{\partial x^4} - \rho A \omega^2 Z(x, \omega) = F(x, \omega) \quad (20)$$

其中 $F(x, \omega)$ 为外力, 包括光热驱动力和流体动力 [19], 即

$$F(x, \omega) = F_{\text{drive}}(x, \omega) + F_{\text{hydro}}(x, \omega) \quad (21)$$

方程 (20) 的解可以表示成自由悬臂梁归一化振型级数的形式 [22-23]

$$Z(x, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\omega) \phi_n(x) \quad (22)$$

其中 $A_n(\omega)$ 是频率相关的待定系数, $\phi_n(x)$ 是归一化的悬臂梁振型。

将式 (16), (17), (21) 和 (22) 代入方程 (20), 给方程 (20) 两边同乘以 $\phi_n(x)$, 并对方程 (20) 沿梁长方向积分。考虑到归一化振型 $\phi_n(x)$ 的正交性和归一性 ($\int_0^L \phi_i \phi_j dx = \delta_{i,j}$) [24]。可以得到式 (22) 中频率相关的待定系数 $A_n(\omega)$ 如下

$$A_n(\omega) = \frac{\int_0^L F_{\text{drive}}(x, \omega) \phi_n(x) dx}{EI \left\{ \int_0^L \left[\frac{d^2 \phi_n(x)}{dx^2} \right]^2 dx - B(\omega) \right\}} \quad (23)$$

其中

$$B(\omega) = \frac{\rho A \omega^2}{EI} \left(1 + \frac{\pi W^2 \rho_f}{4A\rho} \Gamma(\omega) \right) \quad (24)$$

如果悬臂梁在高度真空环境下振动, 流体动力项为零. 式 (24) 将简化为

$$B(\omega) = \frac{\rho A \omega^2}{EI} \quad (25)$$

2 结果与讨论

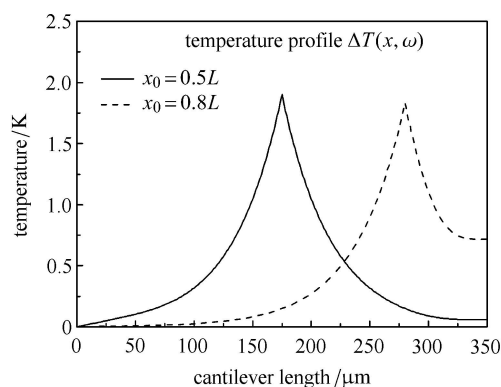
2.1 计算参数

激光功率为 $P_0 = 5 \text{ mW}$, 悬臂梁对激光能量的吸收系数为 $\lambda = 0.3$. 悬臂梁的参数为 $c_{p1} = 135 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $c_{p2} = 695 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $\rho_1 = 1.93 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $\rho_2 = 2.33 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $\kappa_1 = 346 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $\kappa_2 = 150 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $E_1 = 80 \text{ GPa}$, $E_2 = 131 \text{ GPa}$, $\alpha_1 = 1.42 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $\alpha_2 = 3 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. 空气与固体之间的对流换热系数 $h_1 = h_2 = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$; 液体和固体之间的对流换热系数为 $h_1 = h_2 = 890 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. 下角标 1 和 2 分别代表金覆盖层和硅基. 悬臂梁长度 (L)、宽度 (W) 和厚度 (d_2) 分别为 350 , 35 和 $2 \mu\text{m}$. 硅基悬臂梁的金覆盖层厚度为 $d_1 = 100 \text{ nm}$.

2.2 微悬臂梁温度场和外力

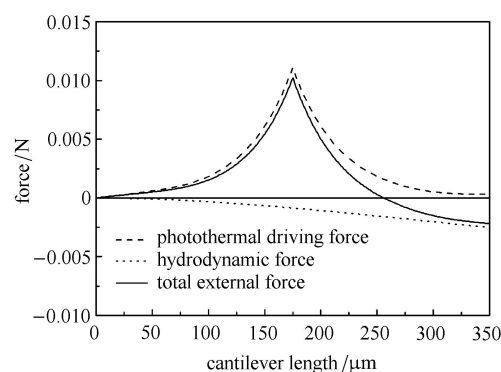
光热驱动下, 微悬臂梁的温度场和外力如图 2 所示. 空气中激光调制频率为 $f = f_1 = 17300 \text{ Hz}$, 水中激光调制频率为 $f = f_1 = 5380 \text{ Hz}$. 图 2(a) 给出了激光加载位置 $x_0 = 0.5L$ 和 $x_0 = 0.8L$ 两处的温度场分布图. 图中可见, 温度场从激光加载位置向悬臂梁的两端衰减, 在悬臂梁的固定端无热流损失, 在悬臂梁的末端自由冷却.

图 2(b) 和图 2(c) 分别代表悬臂梁在空气和水中的外力. 比较空气和水中的外力可以发现, 水的流体



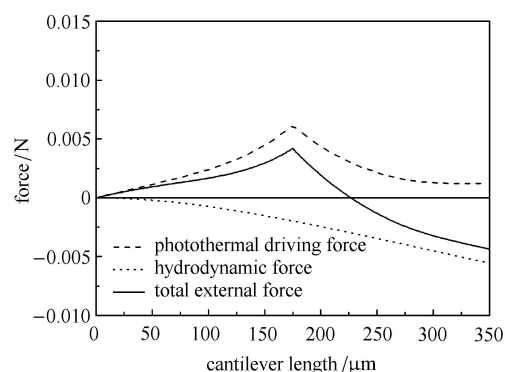
(a) 温度场沿梁长度方向的分布

(a) Temperature profile along the cantilever length



(b) 空气中外力沿梁长度方向的分布

(b) External force in air along the cantilever length



(c) 水中外力沿梁长度方向的分布

(c) External force in water along the cantilever length

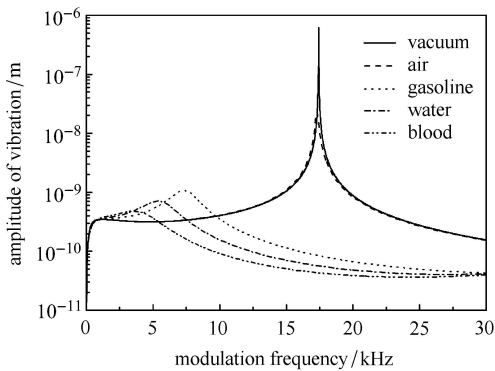
图 2 悬臂梁光热温度场和外力

Fig. 2 Photothermal temperature and external force fields of the cantilever

动力对悬臂梁的外力有着更加显著的影响. 同时可以看出, 流体动力沿着梁长度方向是迅速增大的, 光热驱动力的作用范围主要取决于激光的加载位置. 经计算发现, 当 $x \leq 0.5L$ 时, 外力中光热驱动力是起相对主导作用的; 当 $x \geq 0.5L$ 时, 外力中流体动力是起相对主导作用的. 这种结论在液体环境中显得愈加明显. 因此, 从实验的角度来讲, 激光加载位置应该更加靠近悬臂梁的固定端 ($x_0 \leq 0.5L$).

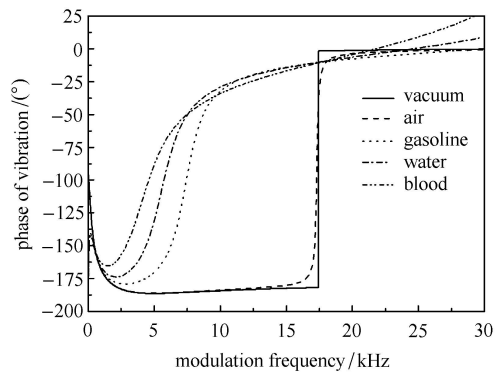
2.3 微悬臂梁的动力响应

激光光热驱动下, 微悬臂梁在不同流体中的动力响应如图 3 所示. 图 3(a) 和 (b) 分别为悬臂梁动力响应幅值和相位的频谱图. 在图 3(a) 中, 比较空气和真空中的动力频谱响应, 可以发现共振频率向低频产生小的漂移 (0.7%), 共振峰未发生明显变化, 这是因为空气的密度和黏度非常小, 对悬臂梁振动的能



(a) 悬臂梁振动幅值频谱图

(a) Frequency spectra of amplitude for the cantilever vibration



(b) 悬臂梁振动相位频谱图

(b) Frequency spectra of phase for the cantilever vibration

图 3 悬臂梁在不同流体中的动力响应

Fig. 3 Dynamical response of the cantilever in different fluids

量耗散很小。

然而，当悬臂梁周围环境是液体时，共振频率向低频产生巨大的漂移 (58% ~ 80%)，品质因子发生量级上的减小，共振峰发生畸变。这是由于液体的密度和粘度很高，产生了相当大的流体动力，严重阻碍了悬臂梁的振动。

从图 3(b) 可以看出，悬臂梁在真空中的相位响应在共振点发生 180° 突变。然而，当悬臂梁在流体中振动时，随着流体密度和黏度的增加，共振点本该有的相位突变发生了迟滞，而且相位改变也不足 180°。

理论计算结果表明：流体环境对微悬臂梁的振动有着非常大的影响，随着流体密度和黏度的增加，这种影响愈加明显。

微悬臂梁在不同流体中的共振频率漂移和品质因子列在表 1 中，数据表明：随着流体密度和黏度的增大，共振频率漂移增大，品质因子显著减小。

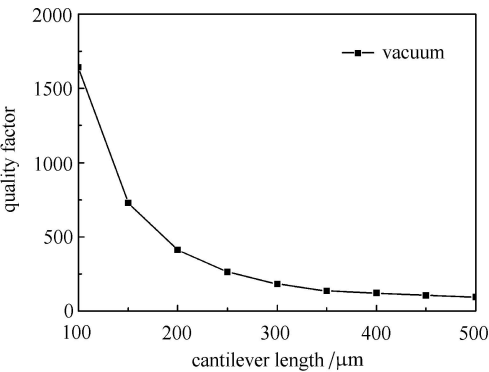
表 1 悬臂梁在不同流体中振动的频率漂移和品质因子

Table 1 Frequency shifts and quality factors of the cantilever vibration for different fluids

Fluids	Density/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	Viscosity/ ($\text{mPa} \cdot \text{s}$)	Resonant frequency/ Hz	Frequency shift/ Hz	Quality factor
vacuum	0	0	17 430	0	134
air	1.205	1.81	17 300	130 (0.7%)	82
gasoline	678	29	7 320	10 110 (58%)	3.3
water	998	101	5 380	12 050 (69%)	1.8
blood	1 050	400	3 570	13 860 (80%)	0.8

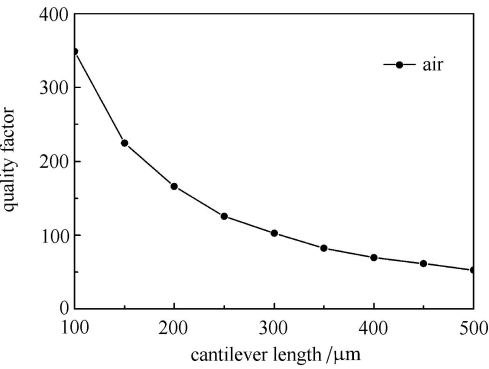
2.4 悬臂梁长度对共振响应和品质因子的影响

图 4 给出了悬臂梁长度对共振响应和品质因子的影响。图 4(a)~ 图 4(c) 可以看出，当悬臂梁厚度和宽度不变情况下，随着悬臂梁长度的增加，共振品质因子显著减小，事实上品质因子的显著减小是由于共振频率的急剧增加而导致的。比较从真空到不同



(a) 悬臂梁在真空中振动的品质因子

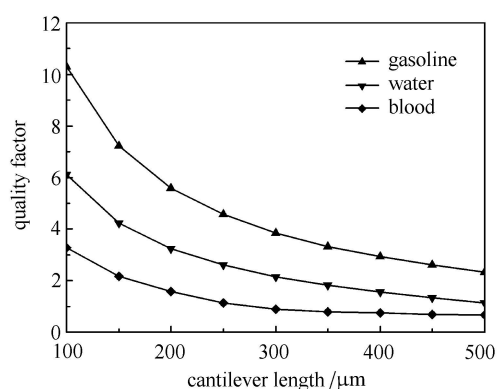
(a) Quality factors for the vibration of cantilever in vacuum



(b) 悬臂梁在空气中振动的品质因子

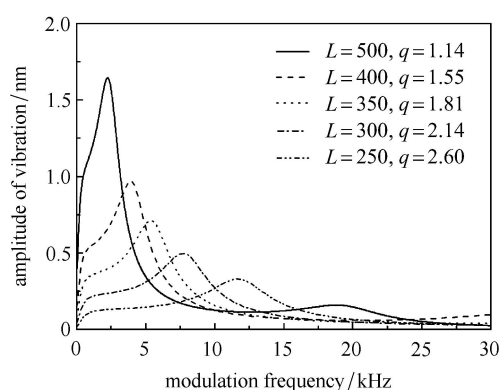
(b) Quality factors for the vibration of cantilever in air

图 4 悬臂梁长度对共振响应和品质因子的影响
Fig. 4 The effects of cantilever length to vibration response and quality factors



(c) 悬臂梁在液体中振动的品质因子

(c) Quality factors for the vibration of cantilever in liquids



(d) 不同长度悬臂梁在水中振动幅值的响应

(d) Vibration amplitude of different length cantilever in water

图 4 悬臂梁长度对共振响应和品质因子的影响 (续)

Fig. 4 The effects of cantilever length to vibration response and quality factors (continued)

流体环境下的品质因子曲线可以看出, 随着流体环境密度和粘度的增大, 品质因子的这种减小趋势明显变缓, 这是因为流体环境阻碍了悬臂梁共振频率随梁长度的急剧增加。

图 4 (d) 给出了代表性流体水中不同长度悬臂梁的动力响应。从实验的角度来讲, 在控制品质因子较大的情况下, 应该选择长度相对较大的悬臂梁 ($L \geq 300$) 来获得更好的响应结果。

3 结 论

本文研究了激光光热驱动下, 双层微悬臂梁在流体中的振动特性。运用金涂层微悬臂梁的光热振动理论模型, 得到了微悬臂梁的光热温度场、光热驱动力以及动力变形场的解析表达式。理论研究表明, 流体工作环境对微悬臂梁的光热振动有着显著的影响。主要体现在两个方面: (1) 共振频率的漂移;

(2) 共振峰发生畸变。这是由于流体 (特别是液体) 高密度和黏度导致的。

此外, 当悬臂梁宽度和厚度不变的情况下, 悬臂梁长度对共振响应和品质因子有着显著影响。随着悬臂梁长度增加, 共振品质因子明显减小。随着流体环境的密度和黏度的增大, 品质因子的这种减小趋势变缓。从实验的角度来讲, 应该选择长度相对较大的悬臂梁来获得较好的动力响应。

本文对微悬臂梁的研究, 是采用连续介质力学的方法, 但随着悬臂梁尺寸的减小, 试件的比表面积增大, 和宏观悬臂梁相比较, 需要考虑表面效应的影响^[25], 这也是本课题组下一步要进行的工作之一。

参 考 文 献

- 1 Park J, Nishida S, Lambert P, et al. High-resolution cantilever biosensor resonating at air-liquid in a microchannel. *Lab Chip*, 2011, 11: 4187-4193
- 2 Gfeller KY, Nugaeva N, Hegner M. Micromechanical oscillators as rapid biosensor for the detection of active growth of *Escherichia coli*. *Biosensors and Bioelectronics*, 2005, 21: 528-533
- 3 Faegh S, Jalili N, Sridhar S. A self-sensing piezoelectric microcantilever biosensor for detection of ultrasmall adsorbed masses: theory and experiments. *Sensors*, 2013, 13: 6089-6108
- 4 Krause AR, Neste CV, Senesac L, et al. Trace explosive detection using photothermal deflection spectroscopy. *Journal of Applied Physics*, 2008, 103: 094906.1-094906
- 5 Gaitas A, Li T, Zhu W. A probe with ultrathin film deflection sensor for scanning probe microscopy and material characterization. *Sensors and Actuators A*, 2011, 168: 229-232
- 6 宋亚勤. 激光激励微型硅悬臂梁的振动特性研究. 力学学报, 2010, 42(4): 758-763 (Song Yaqin. Study on the vibration silicon cantilevers under laser excitation. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2010, 42(4): 758-763 (in Chinese))
- 7 Volden T, Zimmermann M, Lange D, et al. Dynamics of CMOS-based thermally actuated cantilever arrays for force microscopy. *Sensors and Actuators A*, 2004, 115: 516-522
- 8 Bianco S, Cocuzza M, Ferrero S, et al. Silicon resonant microcantilevers for absolute pressure measurement. *Journal of Vacuum Science and Technology B*, 2006, 24: 1803-1809
- 9 Alvarez M, Tamayo J, Plaza JA, et al. Dimension dependence of the thermomechanical noise of microcantilevers. *Journal of Applied Physics*, 2006, 99: 024910.1-024910.7
- 10 Campbell GA, Medina MB, Mutharasan R. Detection of *Staphylococcus enterotoxin B* at picogram levels using piezoelectric-excited millimeter-sized cantilever sensors. *Sensors and Actuators B*, 2007, 126: 354-360
- 11 Requa MV, Turner KL. Electromechanically driven and sensed parametric resonance in silicon microcantilevers. *Applied Physics Letters*, 2006, 88: 263508.1-263508.3

- 12 Todorović DM, Nikolić PM, Bojić AI. Photoacoustic frequency transmission technique: Electronic deformation mechanism in semiconductor. *Journal of Applied Physics*, 1999, 85: 7716-7726
- 13 Song YQ, Cretin B, Todorović DM, et al. Study of laser excited vibration of silicon cantilever. *Journal of Applied Physics*, 2008, 104: 104909.1-104909.6
- 14 Kiracofe D, Kobayashi D, Labuda A, et al. High efficiency laser photothermal excitation of microcantilever vibrations in air and liquids. *Review of Scientific Instruments*, 2011, 82: 013702.1-013702.7
- 15 Dufour I, Lemaire E, Caillard B, et al. Effect of hydrodynamic force on microcantilever vibrations: Applications to liquid-phase chemical sensing. *Sensors and Actuators B*, 2014, 192: 664-672
- 16 Yu YS, Zhao YP Deformation of PDMS membrane and microcantilever by a water droplet: Comparison between Mooney-Rivlin and linear elastic constitutive models. *Journal of Colloid and Interface Science*, 2009, 332: 467-476
- 17 Chon JWM, Mulvaney P, Sader JE. Experimental validation of theoretical models for the frequency response of atomic force microscope cantilever beams immersed in fluids. *Journal of Applied Physics*, 2000, 87: 3978-3988
- 18 Tamayo J, Humphris ADL, Owen RJ, et al. High-Q dynamic force microscopy in liquid and its application to living cells. *Biophysical Journal*, 2001, 81: 526-537
- 19 Sader JE. Frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids with applications to the atomic force microscope. *Journal of Applied Physics*, 1998, 84: 64-76
- 20 Ramos D, Tamayo J, Mertens J, et al. Photothermal excitation of microcantilevers in liquids. *Journal of Applied Physics*, 2006, 99: 124904.1-124904.8
- 21 Yi JW, Shih WY, Shih WH. Effect of length, width, and mode on the mass detection sensitivity of piezoelectric unimorph cantilevers. *Journal of Applied Physics*, 2002, 91: 1680-1686
- 22 Eysden CAV, Sader JE. Frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids with applications to the atomic force microscope: Arbitrary mode order. *Journal of Applied Physics*, 2007, 101: 044908.1-044908.11
- 23 Salapaka MV, Bergh HS, Lai J, et al. Multi-mode noise analysis of cantilevers for scanning probe microscopy. *Journal of Applied Physics*, 1997, 81: 2480-2487
- 24 Rast S, Wattering C, Gysin U, et al. Dynamics of damped cantilevers. *Review of Scientific Instruments*, 2000, 71: 2772-2775
- 25 赵亚溥. 表面与界面物理力学. 北京: 科学出版社, 2012 (Zhao Yapu. *Physical Mechanics of Surfaces and Interfaces*. Beijing: Science Press, 2012 (in Chinese))

(责任编辑: 赵亚溥)

(责任编辑: 刘希国)

STUDY ON THE VIBRATION OF MICROCANTILEVERS IMMERSSED IN FLUIDS UNDER PHOTOTHERMAL EXCITATION¹⁾

Dong Tianbao Song Yaqin²⁾

(State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, School of Aerospace, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract Microcantilever-based structures can be widely applied in Micro-Electro-Mechanical System and Nano-Electro-Mechanical System (MEMS and NEMS). In the practical application, the dynamical response of the cantilever strongly depends on the properties of coating film and surrounding medium. Based on the photothermal vibration model of bilayer microcantilever immersed in fluids, the dynamical responses of coating microcantilever were analyzed. The expressions for temperature, photothermal driving force and dynamical deflection fields were obtained analytically and showed graphically. Theoretical analysis showed that fluids, especially the liquids, have a significant influence on the vibration frequency spectra of microcantilever. Also it could be concluded that when the cantilever vibrated in air, the resonant frequency has a small shift (0.7%) to lower frequencies and resonant peak has almost no change compared to the response in vacuum. However, when the cantilever vibrated in liquids, the resonant frequencies have a distinct shifts (58~80%) to lower frequencies and resonant peaks are distorted, and quality factor decreased on the order of magnitude. This study can be of value to users and designers of microcantilever-based structures in micro-nano detections and AFMs.

Key words photothermal, microcantilever, dynamical response, hydrodynamic load, bimaterial effect

Received 2 April 2014, revised 29 May 2014.

1) The project was supported by the National Natural Science Foundation of China (10972169, 11272243), the Fundamental Research Funds for the Central Universities and the Scientific Research Program Funded by Shaanxi Provincial Education Department (13JS103).

2) Song Yaqin, associate professor, research interests: thermoelastic and photothermal vibration. E-mail: yqsong@mail.xjtu.edu.cn