第 46 卷 第 4 期　　力 学 学 报　　Vol. 46, No. 4
2014 年 7 月　　Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics　　July, 2014

研究论文

论一类四阶 Boussinesq 方程的变浅性能[1)]

刘忠波 [*,†,**,2)]　房克照 [†,**]　孙昭晨 [†]

[*](大连海事大学交通运输管理学院, 大连 116026)

[†](大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室, 大连 116023)

[**](长沙理工大学水沙科学与水灾害防治湖南省重点实验室, 长沙 410004)

摘要　Boussinesq 类水波模型在港口、海岸以及海洋工程领域应用广泛, 但以前对这类模型的变浅性能的研究不够充分. 针对 Madsen 和 Schäffer 提出的一组四阶 Boussinesq 方程, 从理论和数值两个方面对这一问题进行了探讨. 理论分析了其变浅性能, 指出该文献中参数 α_2 和 β_2 的取值是不合理的, 并重新确定其取值. 在交错网格下建立了基于混合 4 阶 Adams–Bashforth–Moulton 格式的预报–校正数值模型. 数值模拟了两个典型算例: 一是缓变平坡地形上波浪的传播变形, 二是波浪在淹没梯形潜堤上的波浪演化过程. 计算结果分别与解析结果、物理模型实验结果进行了比较, 发现变浅系数的取值对数值结果影响很大, 新参数比原文参数模拟结果的吻合程度更高, 这佐证了理论分析.

关键词　变浅性能, 波浪, 潜堤, Boussinesq 方程, 数值模型

中图分类号: O353.2　　**文献标识码**: A　　doi: 10.6052/0459-1879-13-414

引　言

波浪是近岸重要的水动力荷载, 精确地波浪模拟是科研工作者努力的方向. 波浪从深水传播到浅水, 涉及了浅水变形、折射和绕射等物理现象. 要准确捕捉这些过程, 要求模型具有良好的色散性、变浅性和非线性性能. 自 20 世纪 90 年代 Madsen 等 [1] 首次给出二阶色散精度的 Boussinesq 方程以来, 各种形式纷纷涌现, 且这些方程应用范围很广. 关于 Boussinesq 方程色散性和非线性研究相对较多, 但关于浅水效应, 很多研究仅限于理论层面, 未从实际计算结果方面加以考证. 不合理的参数值有可能会带来较大计算偏差, 从而限制了方程的应用, 如 Madsen 和 Schäffer [2] 给出的一组方程, 该方程相当于 Wei 等 [3] 的二阶 Boussinesq 方程基础上采用了引入高阶色散项方式进行加强得到的. 若采用了原文献的变浅参数取值, 在模拟波浪存在浅水效应时的计算结果与解析解相差较大, 这一现象被 Galan 等 [4] 首先公开发文发现, 但其没有给出适合原文献条件下对应的两个变浅参数值. 鉴于国内包括笔者在内的一些研究人员依旧采用与原文献给出的变浅系数 [5−6], 因此有必要重定这两个参数值, 以供其他研究者参考使用.

1　基本控制方程和变浅性能分析

1.1　基本控制方程

Madsen 和 Schäffer [2] 给出的 Boussinesq 方程表达形式为

$$\eta_t + \nabla\cdot\boldsymbol{M} = \boldsymbol{O}(\mu^4) \tag{1}$$

$$\boldsymbol{u}_{\alpha t} + \nabla\eta + \varepsilon(\boldsymbol{u}_\alpha\cdot\nabla)\boldsymbol{u}_\alpha + \mu^2(\boldsymbol{\Lambda}_0 + \varepsilon\boldsymbol{\Lambda}_1 + \varepsilon^2\boldsymbol{\Lambda}_2 + \varepsilon^3\boldsymbol{\Lambda}_3) = \boldsymbol{O}(\mu^4) \tag{2}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M} = {} & (h+\varepsilon\eta)\boldsymbol{u}_\alpha + \mu^2\left[\frac{1}{2}z_\alpha^2(h+\varepsilon\eta) - \frac{1}{6}(h^3+\varepsilon^3\eta^3)\right]\cdot \\ & \nabla(\nabla\cdot u_\alpha) + \mu^2\left[z_\alpha(h+\varepsilon\eta) + \frac{1}{2}(h^2-\varepsilon^2\eta^2)\right]\cdot \\ & \nabla\nabla\cdot(h\boldsymbol{u}_\alpha) + \mu^2\{(\beta_2-\beta_1)h^2\nabla[\nabla\cdot((h+\varepsilon\eta)\boldsymbol{u}_\alpha)] - \\ & \beta_2\nabla[h^2\nabla\cdot((h+\varepsilon\eta)\boldsymbol{u}_\alpha)]\} + \mu^2\{(\beta_2-\beta_1)h^2\nabla\eta_t - \\ & \beta_2\nabla(h^2\eta_t)\}\end{aligned} \tag{3}$$

2013–12–10 收到第 1 稿, 2014–03–26 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (51009018)、国家创新研究群体科学基金 (50921001) 和水沙科学与水灾害防治湖南省重点实验室基金 (2012SS02, 2013SS02) 资助项目.

2) 刘忠波, 讲师, 主要研究方向: 波浪水动力学. E-mail: zhongbo_liu1976@163.com.

$$\boldsymbol{\Lambda}_0=\left[\frac{1}{2}z_\alpha^2+(\alpha_2-\alpha_1)h^2\right]\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{u}_{\alpha t})+(z_\alpha-\alpha_2h)\nabla[\nabla\cdot(h\boldsymbol{u}_{\alpha t})]+(\alpha_2-\alpha_1)h^2\nabla(\nabla^2\eta)-\alpha_2h\nabla[\nabla\cdot(h\nabla\eta)] \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_1=\nabla\left\{-\eta\nabla\cdot(h\boldsymbol{u}_{\alpha t})+z_\alpha(\boldsymbol{u}_\alpha\cdot\nabla)\left[\frac{1}{2}z_\alpha(\nabla\cdot\boldsymbol{u}_\alpha)+\nabla\cdot(h\boldsymbol{u}_\alpha)\right]+\frac{1}{2}[\nabla\cdot(h\boldsymbol{u}_\alpha)]^2\right\}+\frac{1}{2}(\alpha_2-\alpha_1)h^2\cdot\nabla[\nabla^2(\boldsymbol{u}_\alpha^2)]-\frac{1}{2}\alpha_2h\nabla[\nabla^2(h\boldsymbol{u}_\alpha^2)] \tag{5}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_2=\nabla\left\{-\frac{1}{2}\eta^2\nabla\cdot\boldsymbol{u}_{\alpha t}-\eta\boldsymbol{u}_\alpha\cdot\nabla[\nabla\cdot(h\boldsymbol{u}_\alpha)]+\eta\nabla\cdot(h\boldsymbol{u}_\alpha)(\nabla\cdot\boldsymbol{u}_\alpha)\right\} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_3=\nabla\left\{-\frac{1}{2}\eta^2(\boldsymbol{u}_\alpha\cdot\nabla)(\nabla\cdot\boldsymbol{u}_\alpha)+\frac{1}{2}\eta^2(\nabla\cdot\boldsymbol{u}_\alpha)^2\right\} \tag{7}$$

式中, η 为波面升高, $\boldsymbol{u}_\alpha$ 表示水深 z_α 处的速度矢量, h 为静水深, g 重力加速度; ∇ 是二维微分算子; z_α, α_1, β_1 控制方程的色散性能和部分变浅性能, 取 $z_\alpha=-0.541h$, $\alpha_1=0.011$, $\beta_1=0.039$ 时色散关系式与一阶 Stokes 波的 Padé (4, 4) 展开式近似相等, 在相对水深 $kh=6.0$ 时保持较高精度; α_2, β_2 取值 0.021 53, 0.144 53; ε 是波浪场中特征波幅和水深的比值, μ^2 是特征水深和特征波长比值的平方.

1.2 变浅性能分析

忽略非线性项和 $(h_x)^2$ 和 h_{xx} 项, 一维方程可写成如下形式

$$\eta_t+\gamma_1h^2\eta_{xxt}+hu_{\alpha x}+\lambda_1h^3u_{\alpha xxx}+h_x(u+\lambda_2h^2u_{\alpha xx}+\gamma_2h\eta_{xt})=0 \tag{8}$$

$$u_{\alpha t}+\lambda_3h^2u_{\alpha xxt}+g(\eta_x-\alpha_1h^2\eta_{xxx})+hh_x(-2\alpha_2g\eta_{xx}+\lambda_4u_{\alpha xt})=0 \tag{9}$$

其中, $\gamma_1=-\beta_1$, $\lambda_1=\alpha+\alpha^2/2+1/3-\beta_1$, $\lambda_2=2+5\alpha+3\alpha^2/2-2\beta_2-5\beta_1$, $\gamma_2=-2(\beta_1+\beta_2)$, $\lambda_4=2(\alpha-\alpha_2)$, $\lambda_3=\alpha+\alpha^2/2-\alpha_1$.

利用 Schäffer 和 Madsen 推荐的方法 [7], 设

$$\left.\begin{aligned}\eta&=A(x)\exp[\mathrm{i}(\omega t-kx)]\\u&=U(x)(1+\mathrm{i}\sigma h_x)\exp[\mathrm{i}(\omega t-kx)]\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

其中, $A(x)$ 波幅, k 为波数, $U(x)$ 为速度振幅; ω 为频率, σ 是考虑地形变化的小变量参数. 将式 (10) 代入方程 (8) 和 (9) 并分离实部和虚部可得到下面关系式

$$h(U_x+\sigma kh_xU)+\gamma_1h^2(2\omega kA_x+\omega k_xA)+\lambda_1h^3(-3k^2U_x-3kk_xU-\sigma k^3h_xU)+h_x(U-\lambda_2k^2h^2U+\gamma_2\omega khA)=0 \tag{11}$$

$$\omega A-khU-\gamma_1h^2\omega k^2A+\lambda_1k^3h^3U=0 \tag{12}$$

$$-\omega\sigma h_xU+\lambda_3\omega h^2(2kU_x+k_xU+\sigma k^2h_xU)+gA_x+3\alpha_1gh^2(k^2A_x+kk_xA)+hh_x(2\alpha_2gk^2A+\lambda_4\omega kU)=0 \tag{13}$$

$$\omega U-\lambda_3\omega k^2h^2U-gkA-\alpha_1gk^3h^2A=0 \tag{14}$$

由式 (12) 可以得

$$U=\frac{(1-\gamma_1k^2h^2)\omega A}{kh(1-\lambda_1k^2h^2)}=\rho_1\frac{\omega A}{\kappa} \tag{15}$$

其中 $\rho_1=(1-\gamma_1\kappa^2)/(1-\lambda_1\kappa^2)$, $\kappa=kh$.

对式 (15) 求导得

$$\frac{U_x}{U}=\frac{A_x}{A}+\rho_2\left(\frac{k_x}{k}+\frac{h_x}{h}\right) \tag{16}$$

其中

$$\rho_2=\frac{-1+(3\lambda_1-\gamma_1)\kappa^2-\lambda_1\gamma_1\kappa^4}{1-(\lambda_1+\gamma_1)\kappa^2+\lambda_1\gamma_1\kappa^4}$$

将式 (15) 和式 (16) 代入式 (11), 经整理有

$$\sigma\frac{h_x}{h}=\rho_3\frac{A_x}{A}+\rho_4\frac{k_x}{k}+\rho_5\frac{h_x}{h} \tag{17}$$

其中

$$\rho_3=\frac{2\gamma_1\kappa^2/\rho_1+1-3\lambda_1\kappa^2}{\kappa(\lambda_1\kappa^2-1)}$$

$$\rho_4=\frac{(\gamma_1/\rho_1-3\lambda_1)\kappa^2+\rho_2(1-3\lambda_1)\kappa^2}{\kappa(\lambda_1\kappa^2-1)}$$

$$\rho_5=\frac{(\gamma_2/\rho_1-\lambda_3)\kappa^2+1+\rho_2(1-3\lambda_1)\kappa^2}{\kappa(\lambda_1\kappa^2-1)}$$

将式 (10) 代入方程 (14), 得

$$U=\frac{(1+\alpha_1\kappa^2)}{(1-\lambda_3\kappa^2)}\frac{gAk}{\omega}=\rho_6\frac{gAk}{\omega} \tag{18}$$

对该式求导得

$$\frac{U_x}{U}=\frac{A_x}{A}+\rho_7\frac{h_x}{h}+\rho_8\frac{k_x}{k} \tag{19}$$

其中

$$\rho_7=\frac{-2(\alpha_1+\lambda_3)\kappa^2}{-1+(-\alpha_1+\lambda_3)\kappa^2-\alpha_1\lambda_3\kappa^4}$$

$$\rho_8=\frac{-1-(3\alpha_1+\lambda_3)\kappa^2+\alpha_1\lambda_3\kappa^4}{-1+(-\alpha_1+\lambda_3)\kappa^2+\alpha_1\lambda_3\kappa^4}$$

将式 (18), 式 (19) 以及式 (17) 代入式 (13), 整理得

$$\gamma_1' \frac{A_x}{A} + \gamma_2' \frac{k_x}{k} + \gamma_3' \frac{h_x}{h} = 0 \tag{20}$$

式中 k_x/k 和 h_x/h 关系可通过对方程色散关系式求导得到

$$\gamma_4' \frac{k_x}{k} + \gamma_5' \frac{h_x}{h} = 0 \tag{21}$$

$$\frac{A_x}{A} = -\gamma \frac{h_x}{h}, \quad \gamma = \frac{\gamma_3'\gamma_4' - \gamma_2'\gamma_5'}{\gamma_1'\gamma_4'} \tag{22}$$

其中 γ 即为所求的变浅率系数.

文献 [2] 原参数对应的变浅性能曲线在图 1 中给出, 可见其严重偏离理论解, 这一问题被 Galan 等 [4] 首次指出. 笔者于 2005 年数值求解过该方程, 但数值结果同实验数据吻合度较差, 曾采用各种手段从数值格式和程序编写方面进行查找, 但一直没有得到令人信服的数值结果. 鉴于以上两点, 作者确认原文献中这两个参数取值不合理. 为此, Galan 等重新确定了参数 z_α, α_1, β_1, α_2 和 β_2 的取值 [4], 但遗憾的是没有给在保持原方程色散精度不变情况下参数 α_2 和 β_2 的取值. 考虑到原文献方程应用的广泛性, 非常有必要给出 α_2 和 β_2 的合理取值, 并从数值角度考察其是否合理. 保持色散精度同原文献一致 ($z_\alpha = -0.541h$, $\alpha_1 = 0.011$, $\beta_1 = 0.039$), 给出了变浅适用的最大水深 $(kh)_{\max}$ 为 3.0, 4.0, 5.0 和 6.0 时对应的 α_2 和 β_2 参数, 详见表 1.

由图 1 可见, 取新参数后变浅性能曲线精度有大幅度提高, 可接受的最大适用水深 $(kh)_{\max} = 4.0$, 但考虑到第一组在 $kh \leqslant 3$ 内方程变浅系数与解析解误差很小, 因此推荐这一组参数. Madsen 和 Schäffer 给出

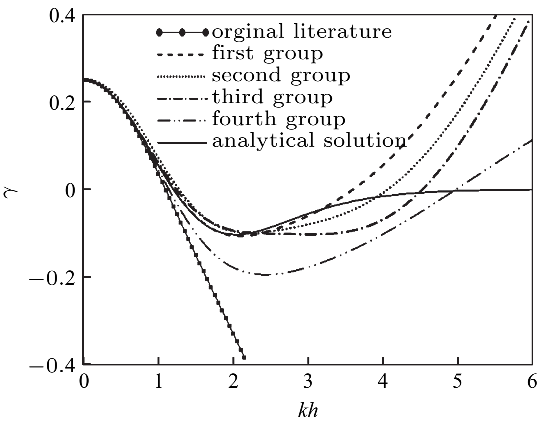

图 1 方程的变浅系数与解析解的比较

Fig. 1 Comparison of the Boussinesq model's shoaling coefficient against the analytical solution

表 1 不同适用水深下的优化参数值

Table 1 Optimized parameters at different water depth

Group	First	Second	Third	Fourth
$(kh)_{\max}$	3.0	4.0	5.0	6.0
α_2	0.082	0.104	0.122	0.016
β_2	0.162	0.238	0.303	–0.02

的方程中仅含两个可调参数, 这限制了其变浅性能, 类似这表达形式的四阶色散 Boussinesq 方程, 如 Zou [8] 给出了 6 参数方程, 除了满足色散精度的 3 个参数外, 还有 3 个独立可调变浅的参数, 这促成了其变浅系数与解析解的误差 $kh \leqslant 6$ 下都较小.

2 数值模型简介

针对方程 (1) 和 (2) 的一维形式, 采用速度和波面变量在时间不交错、空间交错 [9], 构建混合 4 阶的 Adams–Bashforth–Moulton 积分格式的预报–校正–迭代的数值模型. 模型中采用了与 Gobbi 等 [10] 类似的内部造波源项, 并在开边界设置海绵层消浪.

3 算例验证和结果分析

下面通过模拟线性波浪在缓变地形上的传播和潜堤上波浪变形来检验本文参数的合理性, 在后文新参数默认为按表 1 给出的第一组取值.

3.1 斜坡上波浪的浅化

模拟了坡度为 19:600 的缓变斜坡地形上线性波浪传播, 斜坡两端连接常水深为 10 m 和 0.5 m, 波浪周期为 3.581 s, 波高采用 0.1 m, 无因次水深 kh 分别为 3.14 和 0.407. 模拟时, 模型去掉所有非线性项, 空间步长 $dx = 0.5$ m, 时间步长 $dt = 0.1$ s. 图 2 中给出了 $\alpha_2 = 0.082$ 和 $\beta_2 = 0.162$ 以及原文献给出的参数计算结果. 可见, 本文新参数的模拟结果明显优于原参数下的计算结果, 这从数值方面印证了前文理论所述.

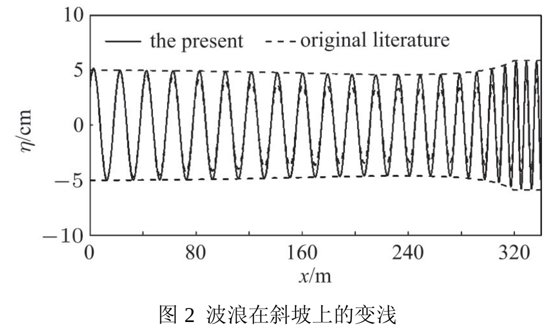

图 2 波浪在斜坡上的变浅

Fig. 2 Wave shoaling along the slope

3.2 潜堤上的波浪演化模拟

Luth 等 [11] 进行了规则波在潜堤上传播变形的物理模型实验, 试验布置见图 3. 波浪演变是一种较为复杂的过程. 当波浪在堤前常水深传播时, 不存在浅水效应, 非线性相互作用也很弱. 爬上斜坡时, 受水深变浅和非线性影响, 基频波能量开始向高频转化. 传到潜堤顶部, 浅水效应消失, 但非线性相互作用进一步加强, 此时存在较强的三波相互作用. 下坡时已形成多个频率波, 它们以各自速度向前传播, 导致堤后出现复杂波形, 下坡过程与爬坡过程的变浅效应是相反过程. 最后在深水区域传播, 波形已不规则, 各种频率 (主要是基频、2 倍频、3 倍频和 4 倍频) 波浪同时存在, 与堤前完全不一样, 这体现在两方面: (1) 堤前高阶谐波 (含二次谐波) 值很小, 波浪能量互相传递影响也很有限, 但堤后共存 4 个以上频波, 非线性相互作用比堤前明显. (2) 受潜堤前后斜坡影响, 堤前存在不同程度的反射, 而堤后波浪反射很小.

准确再现上述过程, 要求数值模型具有良好的非线性、浅化效应以及色散性能. 该实验成为检验各类模型的依据, 这里也用来检验新参数. 数值计算时, 空间步长和时间步长的设置须满足 CFL 条件. 还要考虑到高频波浪的分辨情况, 如实验中周期 $T = 2.02$ s, 对应四次谐波波长约为 0.4 m, 要准确模拟此波形, 在一个波长内至少有 16 个点较为合适, 对应空间步长为 0.025 m; 此时无因次水深为 1, 恰好是该模型色散适用上限; 而对应的波浪周期 $T = 1.01$ s 情况, 二倍频恰好是 0.4 m 波长, 3 倍及以上频率波已超过方程的适用范围, 因此模拟中采用空间步长为 0.025 m, 时间步长为 0.01 s.

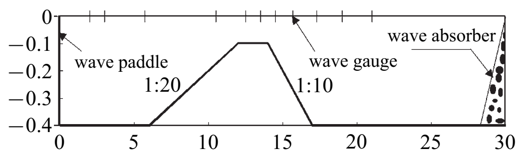

图 3 Luth 等实验布置 (单位: m)

Fig. 3 Experiments setup of Luth et al. (Unit: m)

计算波面与实验结果的比较见图 4 和图 5, 由图 4 可见, 堤前和潜堤上 ($x = 14.5$ m 前浪高仪), 二者

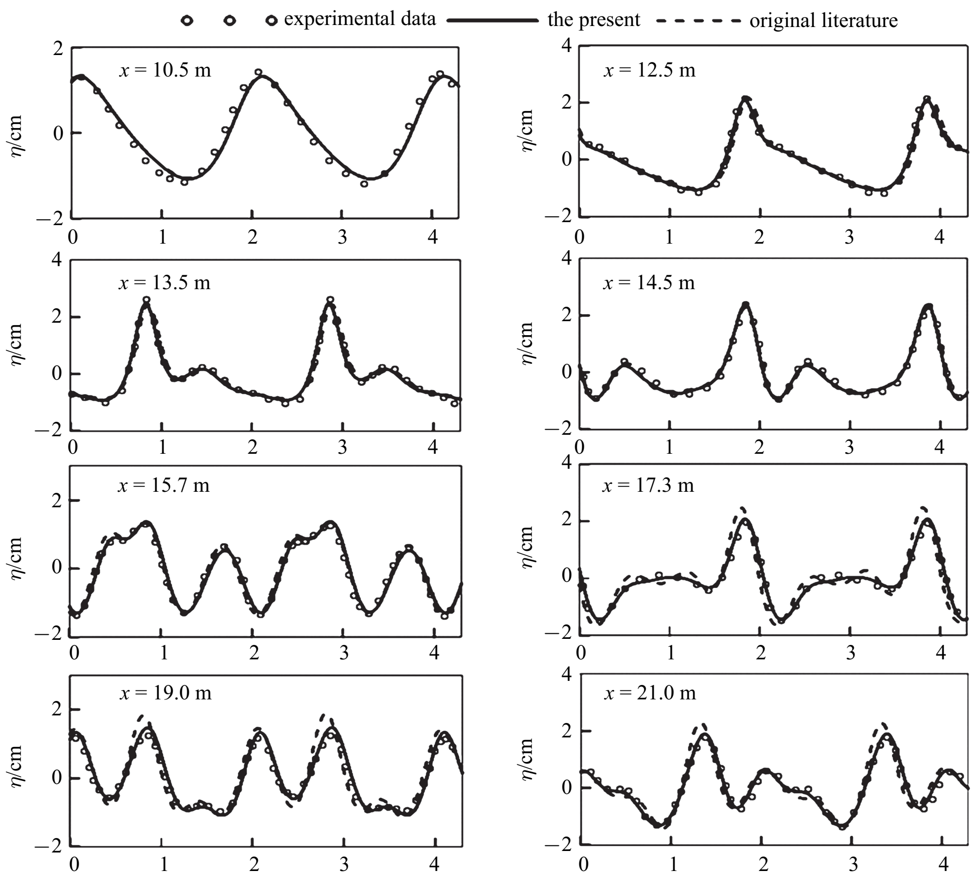

图 4 计算波面与试验数据的比较 ($T = 2.02$ s)

Fig. 4 Comparisons of computed surface elevation against the experimental results

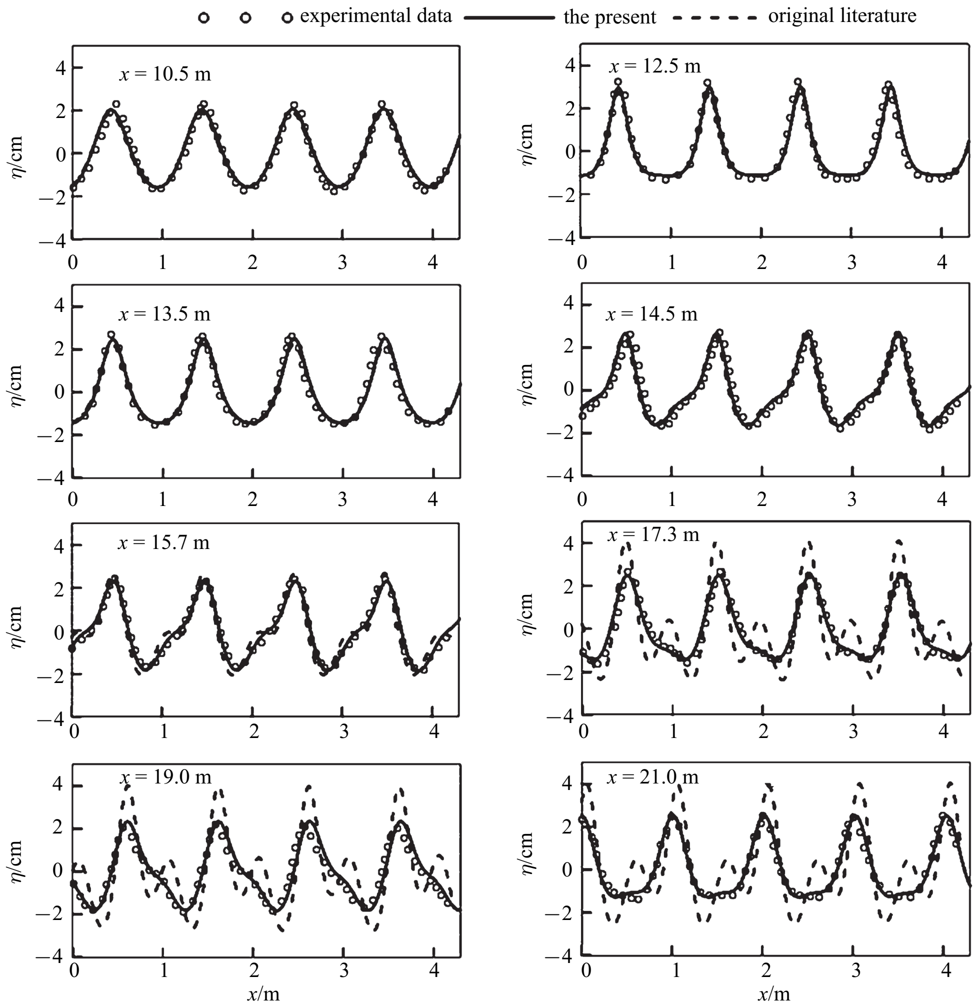

图 5 计算波面与试验数据的比较 (T = 1.01 s)

Fig. 5 Comparisons of computed surface elevation against the experimental results

计算结果均与实验吻合程度良好. 这主要是波周期 T = 2.02 s 时原参数下方程仍具备恰当的浅水性能, 虽也有其他频存在, 但均以锁相波向前传播. 下斜坡后, 对于 2 倍频波浪, 原参数方程已不具备恰当浅水性能, 故不能精确模拟波浪变形. 在 x = 15.7 m 处, 二者模拟开始存在差异, 且在 x = 17.3 m 及以后点的差异更大. 在堤后深水区变浅系数虽为 0, 但受下斜坡变浅的影响 (对原参数下高频部分来说), 导致堤后计算结果与实验的吻合程度不如新参数的.

由图 5 也可以得到类似结论, 该基频下原参数下的变浅系数与解析解的误差很大, 最终导致堤后深水区域模拟结果与实验结果误差也很大. 为进一步说明问题, 在利用原参数前提下, 选择较大的空间步长为 0.05 m 进行计算, 结果在图 6 中给出. 由图可见, 在 x = 17.3 m 处, 步长大的与实验误差比小步长小, 这看上去可能是小步长带来了数值不稳定, 但事实并非如此. 原因如下: (1) 较大步长会减弱高频的波幅值, 这等同于掩盖了模型的真实性能; (2) 本文新参数和原参数在计算中均基于同一程序, 唯一不同就是更换了参数值, 而新参数下计算结果均很稳定, 并与实验吻合程度较高.

4 结 论

针对 Madsen 和 Schäffer 给出的一组具有四阶色散 Boussinesq 方程, 从理论分析和数值模拟两方面重点讨论了方程中变浅参数 α_2, β_2 取值对计算结果的影响, 得到以下结论:

(1) 原文献 α_2, β_2 取值 0.021 53, 0.144 53 是不恰当的, 本文在保持方程色散精度情况下, 重新优化了变浅系数, 给出了变浅性能适用不同最大水深的几组参数, 从适用角度考虑, 本文推荐参数取值为 α_2 = 0.082 和 β_2 = 0.162.

(2) 模拟了平缓斜坡和潜堤两种地形上的波浪传播变形, 并与解析解结果和实验结果进行了比较, 新参数下方程计算结果与相关结果吻合较好, 原参数下计算结果与实验结果的误差较大, 这与理论分析是一致的.

(3) 空间步长对数值计算结果影响较大, 过大的步长可能会掩盖模型的真实性能.

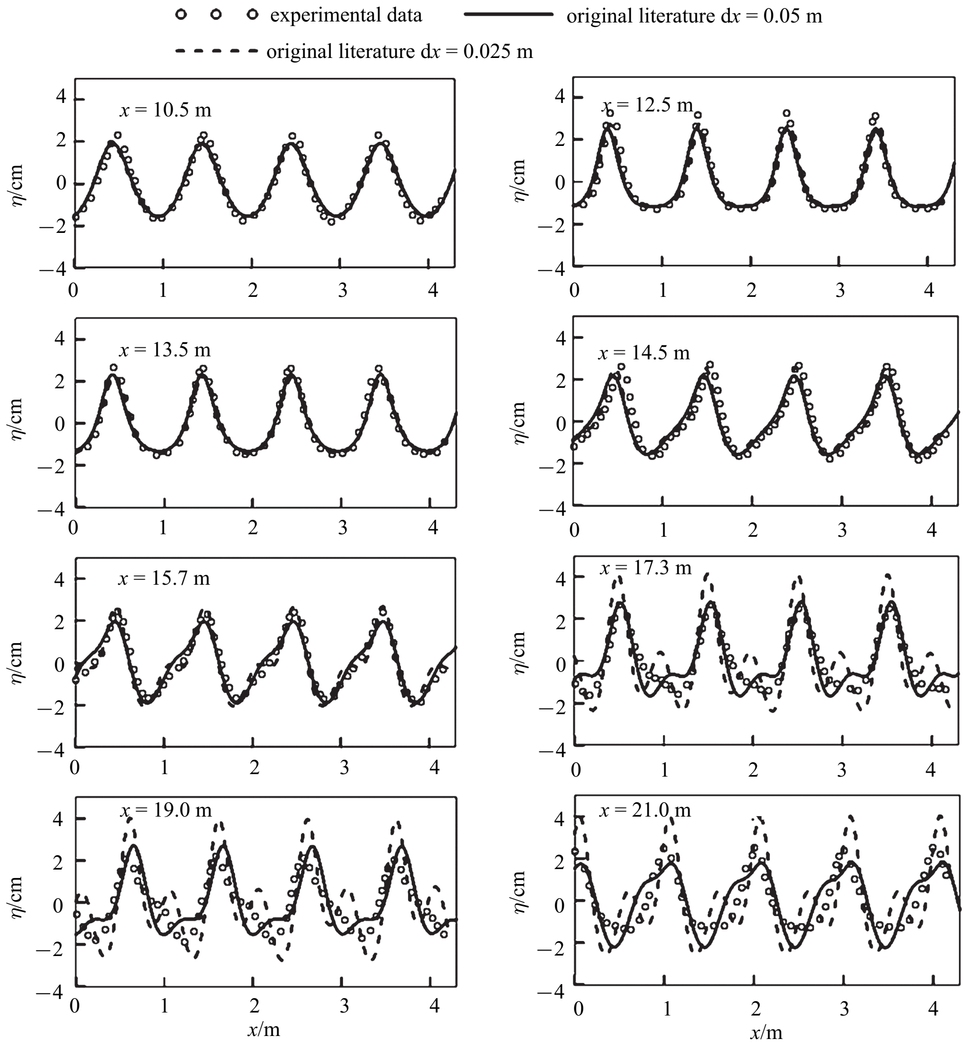

图 6 不同步长计算波面与试验数据的比较 (T = 1.01 s)

Fig. 6 Comparisons of computed surface elevation by different space step against the experimental results

参 考 文 献

1 Madsen PA, Murray R, Sørensen OR. A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. *Coastal Eng.*, 1991, 15: 371-388

2 Madsen PA, Schäffer HA. Higher-order Boussinesq-type equations for surface gravity waves: derivation and analysis. *Phil Trans R Soc Lond A*, 1998, 356: 3123-3184

3 Wei G, Kirby JT, Grilli ST, et al. A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. I. Highly nonlinear, unsteady waves. *J Fluid Mech*, 1995, 294: 71-92

4 Galan A, Simarro G, Orfila A, et.al. Fully nonlinear model for water wave propagation from deep to shallow waters. *J Waterway, Port, Coastal Ocean Eng.*, 2012, 138(5): 362-371

5 马小舟, 董国海, 滕斌. 基于 Boussinesq 方程的波浪模型. 力学学报, 2006, 38(6): 760- 766. (Ma Xiaozhou, Dong Guohai, Teng Bin. A wave model based the Boussinesq equations. *Chin J Theoretical App Mech* 2006, 38(6): 760-766 (in Chinese))

6 刘忠波, 房克照, 孙昭晨. 适合可渗海床上波浪传播的高阶 Boussinesq 方程. 哈尔滨工程大学学报, 2013, 34(9): 1100-1107. (Liu Zhongbo, Fang Kezhao, Sun Zhaochen. High order Boussinesq equations for wave propagation over permeable seabed. *J. Harbin Eng. University*, 2013, 34(9): 1100-1107 (in Chinese))

7 Schäffer HA, Madsen PA. Further enhancements of Boussinesq-type equations. *Coastal Eng.*, 1995, 26: 1-14

8 Zou ZL. A new form of high-order Boussinesq equations. *Ocean*

Eng., 2000, 27: 557-575

9 刘忠波, 孙昭晨. 交错网格下的 Boussinesq 水波数值模型. 海洋科学进展, 2011, 29(1): 10-15 (Liu zhongbo, Sun Zhaochen. Boussinesq model for water waves in staggered girds. *Advances in Marine Science*, 2011, 29(1): 10-15 (in Chinese))

10 Gobbi MF, Kirby JT. Wave evolution over submerged sills: Tests of a high-order Boussinesq model. *Coastal Eng.*, 1999, 37: 57-96

11 Luth HR, Klopman G, Kitou N. Kinematics of waves breaking partially on an offshore bar, LDV measurements of waves with and without a net onshore current. Delft Hydraulics, 1994, Report H-1573.

(责任主编: 王光谦)

(责任编辑: 刘希国)

ON SHOALING PROPERTY OF A SET OF FOURTH DISPERSIVE BOUSSINESQ MODEL[1)]

Liu Zhongbo[*,†,**,2)] Fang Kezhao[†,**] Sun Zhaochen[†]

([*]*Transportation Management College, Dalian Maritime University*, *Dalian* 116026, *China*)

[†](*The State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering*, *Dalian University of Technology*, *Dalian* 116023, *China*)

[**](*Key Laboratory of Water & Sediment Science and Water Hazard Prevention of Hunan Province*, *Changsha University of Technology*, *Changsha* 410004, *China*)

Abstract When Boussinesq model is applied to compute wave transformation from deep water to shallow water, the proper shoaling effect is essentially important for accurately predicting wave evolution. Improper shoaling parameters value results in bad shoaling property, and decreases the applicability of the Boussinesq model. Based on a fourth order dispersive Boussinesq equations proposed by Madsen and Schäffer (1998), theoretical analysis was reinvestigated, and we pointed out that the α_2 and β_2 values in the reference of Madsen and Schäffer was not proper and re-determined their values. Numerical model was established in staggered grids, and a composite fourth order Adams-Bashforth-Moulton scheme was applied to solve time integration and the model was solved by a predictor-corrector-iteration algorithm in finite difference method. Numerical simulations were applied to two typical cases: One was linear wave propagation over a slow-varying depth, and the other was nonlinear wave evolution over a submerged sill. The computed results with present parameter values were compared against the relevant analytical solution and experimental measurements. Both of the agreements are quite good, which validates the theoretical shoaling analysis numerically.

Key words shoaling property, wave, submerged sill, Boussinesq equations, numerical model

Received 10 December 2013, revised 26 March 2014.

1) The project was supported by the National Natural Science Foundation of China (51009018), National Innovation Group Science Fund of China (50921001) and the Open Fund of Key Laboratory of Water & Sediment Science and Water Hazard Prevention of Hunan Province (2012SS02, 2013SS02).

2) Liu Zhongbo, lecturer, research interests: wave hydrodynamics. E-mail: zhongbo_liu1976@163.com