

转动非平衡玻尔兹曼模型方程统一算法与 全流域绕流计算应用¹⁾

李志辉^{*,†,**,2)} 蒋新宇[†] 吴俊林[†] 彭傲平^{†,**}

^{*}(中国空气动力研究与发展中心, 空气动力学国家重点实验室, 绵阳 621000)

[†](中国空气动力研究与发展中心超高速所, 绵阳 621000)

^{**}(国家计算流体力学实验室, 北京 100191)

摘要 基于过去开展稀薄自由分子流到连续流气体运动论统一算法框架, 采用转动惯量描述气体分子自旋运动, 确立含转动非平衡效应各流域统一玻尔兹曼模型方程. 基于转动能量对分布函数守恒积分, 得到计及转动非平衡效应气体分子速度分布函数方程组, 使用离散速度坐标法对分布函数方程所依赖速度空间离散降维; 应用拓展计算流体力学有限差分方法, 构造直接求解分子速度分布函数的气体动理论数值格式; 基于物面质量流量通量守恒与能量平衡关系, 发展计及转动非平衡气体动理论边界条件数学模型及数值处理方法, 提出模拟各流域转动非平衡效应玻尔兹曼模型方程统一算法. 通过高、低不同马赫数 1.5 ~ 25 氮气激波结构与自由分子流到连续流全飞行流域不同克努森数 ($9 \times 10^{-4} \sim 10$) Ramp 制动器、圆球、尖双锥飞行器、飞船返回舱外形体再入跨流域绕流模拟研究, 将计算结果与有关实验数据、稀薄流 DSMC 模拟值等结果对比分析, 验证统一算法模拟自由分子流到连续流再入过程高超声速绕流问题的可靠性与精度.

关键词 玻尔兹曼模型方程, 气体动理论, 转动非平衡, 离散速度坐标法, 全流域绕流, 统一算法

中图分类号: V211.25 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-13-246

引言

航天器再入过程先后经历高稀薄自由分子流、过渡流、近连续滑移流以至近地面连续流^[1]等, 不同流域气体热力学性质及绕流状态互不相同, 特别是位于自由分子流与连续流之间的过渡区流动, 无论在实验技术还是数值方法、理论描述方面均是相当难以处理的流动. 在稀薄过渡流区, 由于连续介质假设失效, 纳维-斯托克斯方程已不能有效描述飞行器绕流流动现象; 而基于微观分子运动与碰撞随机统计模拟的直接模拟蒙特卡罗 (direct simulation Monte-Carlo, DSMC) 方法因受网格划分、时间步长与仿真粒子数本身模拟准则方面的限制, 难以对低克努森数高空近连续滑移过渡流大尺度复杂飞行器进行数值仿真^[2-4]. 随着近地空间跨大气层飞行器的研究发展, 高超声速飞行需要长时间历经稀薄气体流动领域, 承受巨大的气动加热, 且因高马赫数、低

环境大气压力等特点, 不仅具有严重的稀薄气体流动非平衡效应, 各部位几何尺度差异较大, 在飞行器不同区域出现连续流、近连续滑移流或稀薄过渡流多流区共存的混合流动现象. 如何准确模拟近连续滑移过渡流区高超声速气动/热环境、复杂绕流现象与流动变化机理, 已成为往返大气层新一代航天飞行器研制发展的关键基础问题^[4-5], 日益迫切和极为重要, 急待发展相关基础理论与数值计算方法.

气体分子运动论 (气体动理学理论) 的基本方程——玻尔兹曼方程^[6]本身可描述各个流域的气体分子输运现象, 通过求解玻尔兹曼方程可以研究各流域气体动力学问题. 但该方程是一个高度非线性积分-微分方程, 除麦克斯韦尔 (Maxwell) 分布等少数几个解析解外, 几乎不可能求出精确解. 为避免求解复杂碰撞项所带来的困难, 众多学者基于守恒不变量, 由数学上较简单的统计和碰撞松弛模型代替玻尔兹曼方程碰撞项, 提出许多类似玻尔兹曼方

2013-07-30 收到第 1 稿, 2014-02-13 收到修改稿.

1) 973 计划 (2014CB744100), 国家自然科学基金 (91016027, 11325212) 和空气动力学国家重点实验室研究基金资助项目.

2) 李志辉, 研究员, 主要研究方向: 稀薄气体动力学与计算流体力学. E-mail: zhli0097@x263.net

程各阶矩的气体动理论模型方程. 最简单的 BGK 模型方程于 1954 年提出^[7], 随后, 人们发展了多种形式的玻尔兹曼模型方程, 诸如 Holway 的椭球统计模型^[8]、Shakhov 基于 BGK 方程的修正而得到的高阶推广模型方程^[9]等. 并且可以证明, 对于简单气体, 在模拟分子数趋于无穷的极限情况下, DSMC 方法的解将收敛于玻尔兹曼方程解^[10]. 因此, 求解从玻尔兹曼方程简化而得的气体动理论模型方程, 应是一个较为经济有效的解决稀薄气体流动问题的途径. 基于文献^[6-14]基础, 本文第一作者等^[15-20]从研究描述各流域均适用的玻尔兹曼模型速度分布函数方程出发, 吸收计算数学指数型积分求解原理, 提出发展气体分子运动论离散速度坐标法, 研制经改进的高斯-埃尔米特 (Gauss-Hermite) 积分方法等系列离散速度数值积分技术, 消除原分布函数对速度空间的连续依赖性, 将玻尔兹曼模型方程化为在各个离散速度坐标点处基于时间、位置空间具有非线性源项的双曲型守恒方程, 利用二阶龙格-库塔 (Runge-Kutta) 方法数值求解碰撞松弛源项方程, 引入 NND 格式数值求解对流运动项, 构造直接捕捉速度分布函数演化更新求解的气体动理论有限差分数值格式. 发展基于分子速度分布函数表征气面相互作用的气体动理论边界条件数学模型与数值处理方法. 由此建立求解一维、二维、三维玻尔兹曼模型方程的气体运动论统一算法 (GKUA), 开展了微电子机械系统微尺度与航天器再入跨流域高低不同马赫数气动问题应用研究^[19-24]. 同时, 基于 BGK 模型方程积分解的气体动理学 BGK 系列格式^[25-28]、格子玻尔兹曼方法^[29-31]与玻尔兹曼方程矩分析法^[32-33]等均得到了快速发展与相关应用. 近年来, 有学者利用上述统一算法计算原理与离散速度坐标法计算技术和 BGK 格式相耦合发展混合统一格式, 开展激波间断、圆柱绕流与类喷管流动等问题数值模拟^[34-36].

高超声速飞行器再入跨流域极高速、高温绕流流场中, 气体分子的微观自由度 (平动、转动、振动和电子态) 因受到一定程度的激励, 会出现能量彼此传递, 使分子和原子间发生化学和电离反应. 气体的宏观运动和状态变化同相应的微观物理化学过程相互影响呈现复杂的流动非平衡效应. 根据表征分子微观自由度之间能量传递或组元之间进行化学反应的特征弛豫时间与流动特征时间相比较大小程度的不同, 可将非平衡流动分为平动和转动非平衡流、

振动和化学非平衡流以及电离辐射非平衡流. 如果特征流动时间极小或流场的物理量变化梯度极大, 平动与转动非平衡效应表现为与分子性质相关联的气体介质特性, 如比热、黏性系数、热导率等不再保持常数, 出现黏性、热传导和扩散的非平衡变化, 这是一种最基本而接近高超声速再入多尺度非平衡流动的现实环境. 当流动处于非平衡状态时, 气体分子的速度分布不再是麦克斯韦分布, 非平衡流的研究主要是求解分子运动论玻尔兹曼方程, 这是气体输运特性计算的理论基础. 为了将上述求解玻尔兹曼模型方程统一算法推广应用于近地空间飞行环境跨流域非平衡绕流问题研究, 作为这方面研究探索的第一步, 基于对转动自由度松弛变化^[37]、气体分子运动论 Rykov 模型^[38-39]研究, 在气体分子速度分布函数演化更新求解中考虑转动自由度影响, 把气体分子转动能作为分布函数的自变量, 提出考虑转动非平衡效应玻尔兹曼模型方程数值算法^[40]. 本文在此基础上, 针对高、低不同马赫数 ($1.5 \leq M_s \leq 25$) 氮气激波结构和全局克努森数 ($9 \times 10^{-4} \leq Kn_\infty \leq 10$) Ramp 制动器跨流域绕流、尖双锥外形飞行器、飞船返回舱再入体绕流算例, 进一步研究含转动非平衡效应玻尔兹曼模型方程统一算法在再入飞行全流域绕流问题中的模拟应用, 计算剖析飞行器从高稀薄自由分子流到连续流跨越中间过渡带非平衡流动变化规律与复杂绕流现象.

1 转动非平衡玻尔兹曼模型方程与数值方法

基于转动松弛特性 Rykov 模型研究思想^[38-39], 采用转动惯量来描述气体分子的自旋运动, 利用分子总角动量守恒作为一个新的碰撞不变量. 基于气体分子速度分布函数 $f = f(\mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}, t, e)$, 这里 $\mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}$ 分别是位置空间和速度空间的坐标、 e 为内能, 在求解玻尔兹曼模型方程统一算法框架^[15-24]下, 基于权因子 1 和 e 对速度分布函数所依赖的 e 进行无穷积分, 引入约化速度分布函数 f_0 与 f_1 , 确立含转动非平衡效应的玻尔兹曼模型方程, 其无量纲形式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f_0}{\partial t} + \xi_i \frac{\partial f_0}{\partial x_i} &= v_r(f_0^r - f_0) + v_t(f_0^t - f_0) \\ \frac{\partial f_1}{\partial t} + \xi_i \frac{\partial f_1}{\partial x_i} &= v_r(f_1^r - f_1) + v_t(f_1^t - f_1) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中

$$v_r = \frac{8nT_t}{5\sqrt{\pi}\mu_t K_{n\infty}} \frac{1}{Z}, \quad v_t = \frac{8nT_t}{5\sqrt{\pi}\mu_t K_{n\infty}} \left(1 - \frac{1}{Z}\right)$$

$$\begin{aligned}
f_0^r &= f_M(T) \left[1 + \frac{8}{15} \omega_0 \frac{q_i^t c_i}{P} \left(\frac{c^2}{T} - \frac{5}{2} \right) \right] \\
f_0^t &= f_M(T_t) \left[1 + \frac{8}{15} \frac{q_i^t c_i}{P_t T_t} \left(\frac{c^2}{T_t} - \frac{5}{2} \right) \right] \\
f_1^r &= T f_M(T) \left[1 + \frac{8}{15} \omega_0 \frac{q_i^t c_i}{P} \left(\frac{c^2}{T} - \frac{5}{2} \right) + 4\omega_1(1-\delta) \frac{q_i^t c_i}{PT} \right] \\
f_1^t &= T_r f_M(T_t) \left[1 + \frac{8}{15} \frac{q_i^t c_i}{P_t T_t} \left(\frac{c^2}{T_t} - \frac{5}{2} \right) + 4(1-\delta) \frac{q_i^t c_i}{P_t T_r} \right] \\
f_M(T) &= \frac{n}{(\pi T)^{3/2}} \exp\left(-\frac{c^2}{T}\right) \\
c_i &= \xi_i - U_i, \quad c^2 = c_1^2 + c_2^2 + c_3^2
\end{aligned}$$

宏观流动参数可以由 f_0 和 f_1 对速度空间积分求得

$$\left. \begin{aligned}
n &= \int f_0 d\xi \\
nU_i &= \int \xi_i f_0 d\xi \\
\frac{3}{2}nT_t + nU^2 &= \int \xi^2 f_0 d\xi \\
q_i^t &= \int c_i \frac{c^2}{2} f_0 d\xi \\
nT_r &= \int f_1 d\xi \\
2q_i^r &= \int c_i f_1 d\xi \\
\frac{5}{2}T &= \frac{3}{2}T_t + T_r, \quad P_t = nT_t, \quad P = nT
\end{aligned} \right\} \quad (2)$$

黏性系数 μ 和碰撞次数 Z 可定义为

$$\left. \begin{aligned}
\mu_t &= (T_t)^{2/3} \varphi(B) / \varphi(BT_t), \quad B = T_\infty / T_* \\
\varphi(t) &= 0.767 + 0.233t^{-1/6} \exp[-1.17(t-1)] \\
Z(T_t, T_r) &= \frac{3}{4} \pi \frac{\varphi(BT_t)}{(BT_t)^{1/6}} \frac{9BT_t}{BT_t + 8} \frac{T_r}{T_t} \left[(0.461 + 0.5581) \cdot \right. \\
&\quad \left. \frac{T_r}{T_t} + 0.0358 \left(\frac{T_r}{T_t} \right)^2 \right]
\end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, T_∞ 和 T_* 均为有量纲的值, 但 $B = T_\infty / T_*$ 是无量纲量^[41]. 对于氮气 N_2 而言, $T_* = 91.5\text{K}$, $1/\delta = 1.55$.

速度分布函数 f_0, f_1 是依赖于时间 t 、位置空间 $\mathbf{r}$ 和速度空间 ξ 的函数, 需将速度空间离散降维, 去掉分布函数对速度空间的连续依赖性. 气体运动论离散速度坐标法^[14-15, 17-18, 42]通过一套与积分规则相一致的离散速度坐标点分布, 用具有 N 个元素的函数簇代替原分布函数对积分变量的连续依赖性, 把

模型方程转换为在各个离散速度坐标点处彼此独立的关于位置空间和时间的双曲型守恒方程, 而宏观流动参数则可以通过相应于离散速度坐标法的积分求解规则动态确定. 在离散数值求解过程中, 通过一个适当的积分求解方法代替基于分布函数对速度空间的矩积分, 构造仅要求在某些自适应选取的离散速度坐标点处具有确定的分布函数值, 而且保证这些离散速度坐标点确定的速度分布函数值正定守恒. 如经过速度空间离散化处理的速度分布函数方程在计算平面内矩阵形式为

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \zeta} = \mathbf{S} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned}
\mathbf{U} &= \mathbf{JF}, \quad \mathbf{E} = \bar{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{U}, \quad \mathbf{G} = \bar{\mathbf{V}} \cdot \mathbf{U} \\
\mathbf{H} &= \bar{\mathbf{W}} \cdot \mathbf{U}, \quad \mathbf{S} = \mathbf{J} \cdot \bar{\mathbf{S}} \\
\mathbf{F} &= \begin{bmatrix} f_{0\sigma, \delta, \theta}(t, x, y, z) \\ f_{1\sigma, \delta, \theta}(t, x, y, z) \end{bmatrix} \\
\bar{\mathbf{S}} &= \begin{bmatrix} v_r(f_{0\sigma, \delta, \theta}^r - f_{0\sigma, \delta, \theta}) + v_t(f_{0\sigma, \delta, \theta}^t - f_{0\sigma, \delta, \theta}) \\ v_r(f_{1\sigma, \delta, \theta}^r - f_{1\sigma, \delta, \theta}) + v_t(f_{1\sigma, \delta, \theta}^t - f_{1\sigma, \delta, \theta}) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

采用文献[15, 18, 20]所建立二阶有限差分格式, 将时间分裂数值计算方法应用于方程(4)中位置空间的3个对流运动方程和碰撞松弛源项方程进行耦合数值求解, 得到在每个离散速度坐标点处直接求解分子速度分布函数的气体动理论数值格式

$$\begin{aligned}
U^{n+1} &= L_s \left(\frac{\Delta t}{2} \right) L_\zeta \left(\frac{\Delta t}{2} \right) L_\eta \left(\frac{\Delta t}{2} \right) L_\xi (\Delta t) L_\eta \left(\frac{\Delta t}{2} \right) L_\zeta \cdot \\
&\quad \left(\frac{\Delta t}{2} \right) L_s \left(\frac{\Delta t}{2} \right) U^n
\end{aligned} \quad (5)$$

上述基于算子分裂显式格式直接求解分子速度分布函数的计算时间推进步长只需由格式稳定条件决定, 取

$$\Delta t = CFL / \max \left(\frac{v_r + v_t}{2}, \frac{|\bar{\mathbf{U}}|}{\Delta \xi}, \frac{|\bar{\mathbf{V}}|}{\Delta \eta}, \frac{|\bar{\mathbf{W}}|}{\Delta \zeta} \right) \quad (6)$$

其中, CFL 为时间步长调节系数, 可取 $CFL = 0.99$.

2 边界条件数值处理方法

对于流场边界条件数值处理, 按照统一算法基于分子速度分布函数边界处理数学模型^[18, 21-22, 43], 对于特征速度小于0的无穷远处来流条件, 以无量

纲的来流宏观参数 $n_\infty = 1$, U_∞ , V_∞ , W_∞ 和 $T_\infty = 1$ 表征的平衡态分布函数确定

$$\left. \begin{aligned} f_{0\sigma,\delta,\theta} &= \frac{n_\infty}{(\pi T_\infty)^{3/2}} \cdot \\ &\exp \left[-\frac{(\xi_{x\sigma} - U_\infty)^2 + (\xi_{y\delta} - V_\infty)^2 + (\xi_{z\theta} - W_\infty)^2}{T_\infty} \right] \\ f_{1\sigma,\delta,\theta} &= T_\infty f_{0\sigma,\delta,\theta} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

而在流场出口边界上, 认为分布函数趋于均匀变化而不存在变化梯度, 即

$$U_k - U_{k-1} = U_{k-1} - U_{k-2} \quad (8)$$

物面边界条件由气体分子与物体表面碰撞时, 遵循无穿透通量守恒条件^[17-18,20,23]和平动、转动能量平衡关系, 推导得到

$$\left. \begin{aligned} f_{0w} &= \frac{n_w}{(\pi T_a^t)^{3/2}} \exp \left(-\frac{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2}{T_a^t} \right) \\ f_{1w} &= f_{0w} T_a^t, \quad \xi_n > 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中, n_w 为无穿透通量守恒边界条件确定的物面反射气体分子数密度

$$n_w = 2N_i \sqrt{\frac{\pi}{T_a^t}}, \quad N_i = - \int_{\xi_n < 0} \xi_n f_0 d\xi \quad (10)$$

3 跨流域高超声速绕流计算与结果分析

3.1 高、低不同马赫数定常正激波内流动问题算法验证

正激波相当于一个从均匀超声速上游到一个均匀亚声速下游流动过渡^[43]. 引入无量纲参数

$$\rho^* = (\rho - \rho_1)/(\rho_2 - \rho_1), \quad T_t^* = (T_t - T_1)/(T_2 - T_1)$$

$$T_r^* = (T_r - T_1)/(T_2 - T_1), \quad T^* = (T - T_1)/(T_2 - T_1)$$

为检验求解转动非平衡效应玻尔兹曼模型方程统一算法对高、低不同马赫数激波内流动问题模拟能力, 计算氮气中 $M_s = 1.53, 3.2, 10, 15, 25$ 激波内流动. 图 1 分别绘出马赫数 $M_s = 1.53, 3.2, 10, 25$ 激波结构无量纲密度 ρ^* 分布, 图中实线 Cal. 表示统一算法结果, 符号“O”为来自文献[44]实验数据, 图 1(a) 和图 1(b) 中符号“▽”为来自文献[39]模拟值, 图 1(c) 和图 1(d) 中符号“△”为来自文献[37]使用广义退化玻尔兹曼方程 (GBE) 计算结果. 可看出, 对于高、低不同马赫数 $1.53 \sim 25$ 激波内流动密度分布统一算法结果均与实验数据、典型文献模拟值吻合很

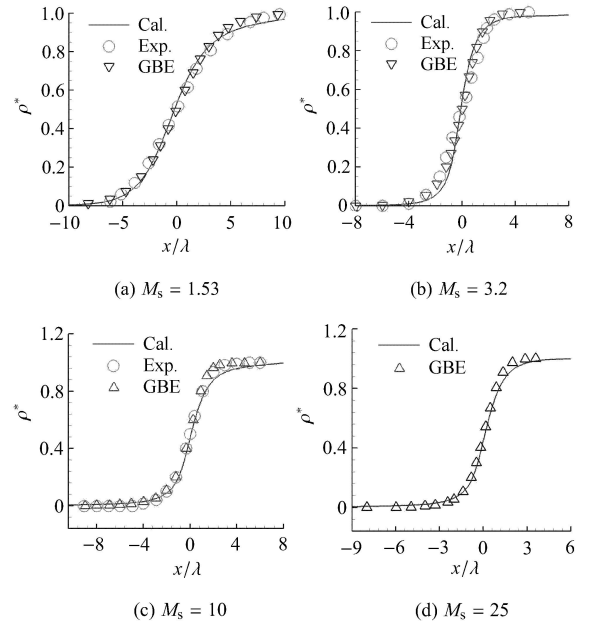
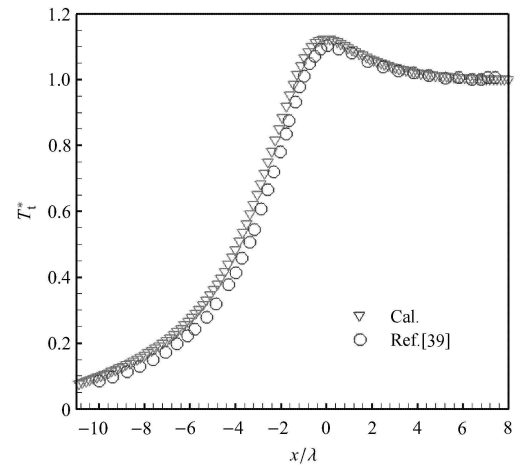


图 1 不同马赫数下激波内流动密度分布计算比较

Fig. 1 Density distribution in shock wave of various Mach numbers

好. 图 1 关于弱激波 $M_s = 1.53$ 到强激波 $M_s = 25$ 的计算, 证实本文方法在计算分析考虑转动非平衡效应的双原子氮气高、低不同马赫数激波内流动问题方面的准确可靠性.

图 2 给出了 $M_s = 7$ 激波内流动平动温度 T_t^* 和转动温度 T_r^* 分布统一算法结果 (标注 Cal.) 与参考文献及实验数据比较情况, 其中符号“Ref.”为来自文献[39]的模拟值, 图 2(b) 标示出激波转动温度实验测试数据^[45]. 可看出, 从整个激波结构的变化情

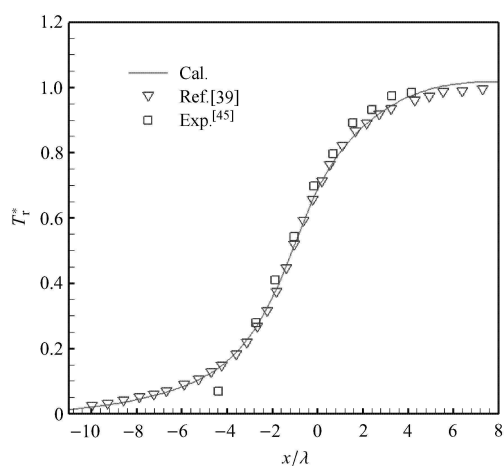


(a) 平动温度

(a) Translational temperature

图 2 $M_s = 7$ 激波结构内流动温度分布计算比较

Fig. 2 Temperature profiles of shock wave at $M_s = 7$



(b) 转动温度

(b) Rotational temperature

图 2 $Ma_s = 7$ 激波结构内流动温度分布计算比较 (续)Fig. 2 Temperature profiles of shock wave at $Ma_s = 7$ (continued)

况来看, 不仅平动温度而且转动温度分布本文计算值均与考虑转动自由度影响的 Rykov 模型结果相一致, 且与转动温度分布实验测试数据相吻合, 验证了统一算法程序求解考虑转动非平衡影响的一维流动问题可行性与计算精度。

3.2 Ramp 再入制动器全飞行流域绕流计算分析

针对如图 3 所示的一个平板与 25° 倾角斜板构成二维 Ramp 再入制动器外形, 计算 $Ma_\infty = 10$ 的高马赫数绕流场。其中, 克努森数 $Kn_\infty = 6 \times 10^{-4}$, 来流气体温度 $T_\infty = 52 \text{ K}$ 、密度 $\rho_\infty = 3.91 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^3$ 、速度 $V_\infty = 1477 \text{ m/s}$, 壁面温度 $T_w = 290 \text{ K}$ 。

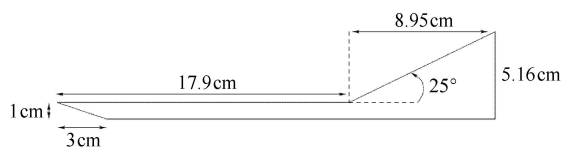


图 3 Ramp 制动器外形及尺寸

Fig. 3 Ramp body geometry size

本文计算得到该 Ramp 制动器绕流流场马赫数等值线与来自文献 [46] 的玻尔兹曼-椭球统计模型结果比较, 见图 4 所示, 可看出二者吻合较好, 流场变化规律较为一致, 计算再现了上表面水平板前端尖前缘产生斜激波与斜板上部压缩斜激波相互干扰绕流现象, 得到了较高分辨率的流场计算结果, 验证了本文方法程序计算的正确性。

该状态下 Ramp 外形绕流上部流场 $x = 0.1 \text{ m}$ 和 $x = 0.2 \text{ m}$ 截面处气流密度、温度与马赫数随 z 轴横

向分布本文计算与文献 [46] 模拟结果比较情况, 见图 5 和图 6。可看出在流场不同位置本文计算值与文献 [47] 椭球统计模型结果变化趋势吻合较好, 揭示

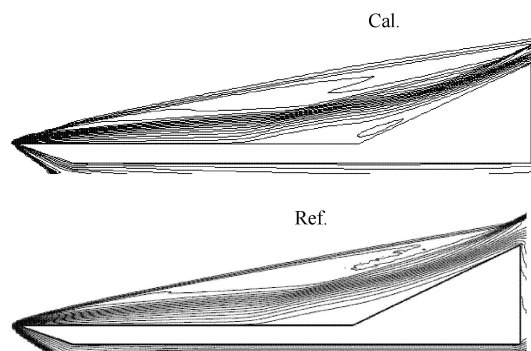
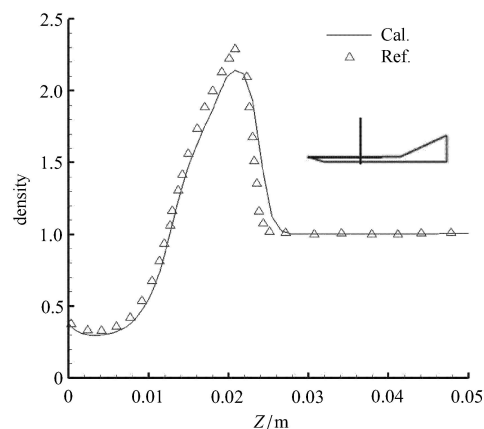
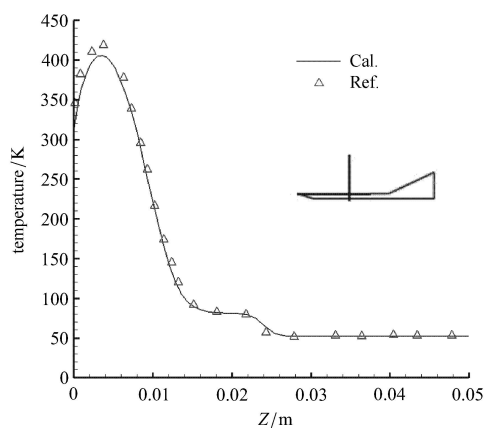


图 4 Ramp 近连续绕流马赫数等值线分布计算比较

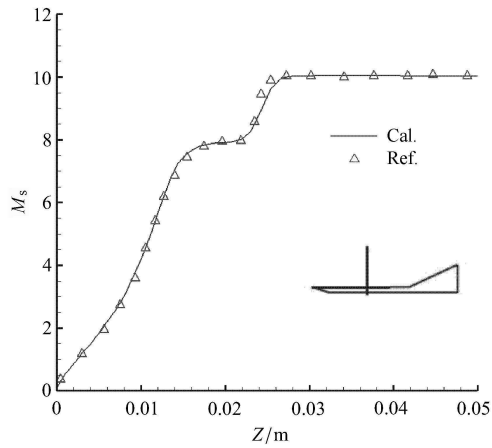
Fig. 4 Mach number contours around a Ramp body with $Kn_\infty = 6 \times 10^{-4}$ in near-continuum flow regime

(a)

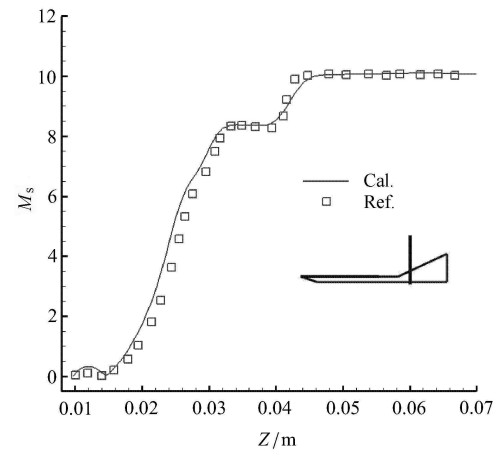


(b)

图 5 Ramp 上部流场 $x = 0.1 \text{ m}$ 截面处密度、温度与马赫数横向分布Fig. 5 Density, temperature and Mach distribution in the upside field of Ramp at $x = 0.1 \text{ m}$



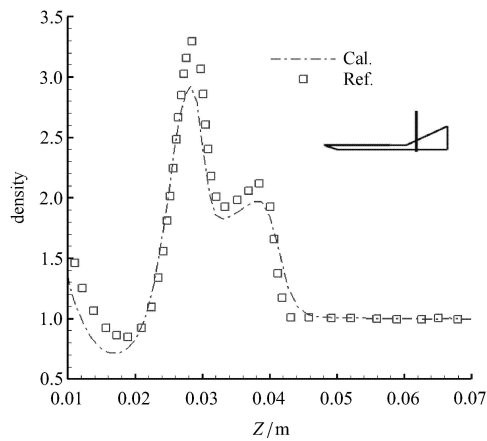
(c)



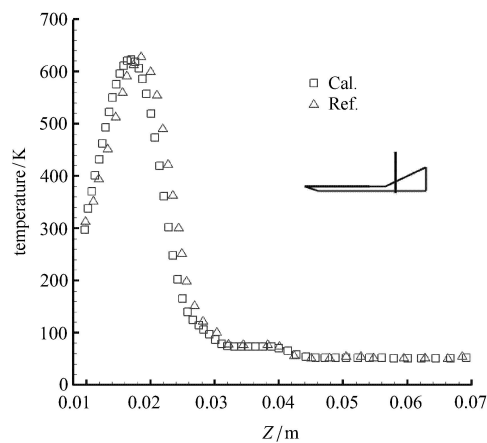
(c)

图 5 Ramp 上部流场 $x = 0.1 \text{ m}$ 截线处密度、温度与马赫数
横向分布 (续)

Fig.5 Density, temperature and Mach distribution in the upside field of
Ramp at $x = 0.1 \text{ m}$ (continued)



(a)



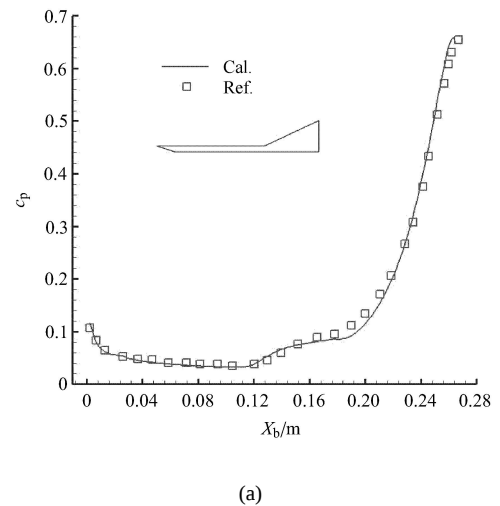
(b)

图 6 Ramp 上部流场 $x = 0.2 \text{ m}$ 截线处密度、温度与马赫数横向分布

Fig.6 Density, temperature and Mach distribution in the upside field of
Ramp at $x = 0.2 \text{ m}$

了 Ramp 凹面体外形前、后部流场出现不同压缩斜激波流动变化规律, 验证了考虑转动非平衡效应玻尔兹曼模型方程数值算法对二维高超声速连续流区 $Kn_\infty = 6 \times 10^{-4}$, $Ma_\infty = 10$ 绕流问题计算适用性。

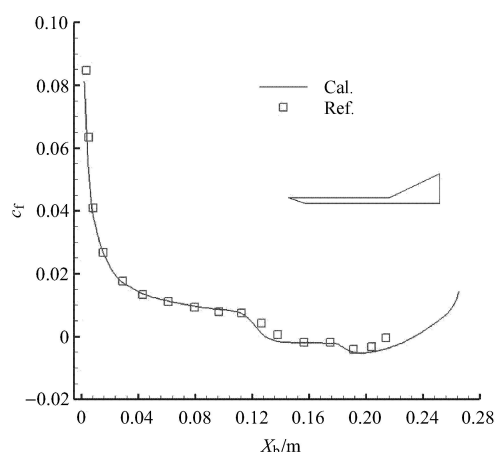
图 7 绘出该二维 Ramp 制动器上表面压力系数 C_p 和摩阻系数 C_f 沿 x 轴线分布本文计算值 (Cal.) 与文献 [46] 中玻尔兹曼-椭圆统计模型结果 (Ref.) 比较情况, 可看出两者相当吻合, 证实所发展含转动非平衡效应玻尔兹曼模型方程统一算法对飞行器物面气动特性计算的可靠性与精度。



(a)

图 7 Ramp 上表面压力、摩阻系数分布计算比较

Fig.7 Distribution of pressure and frictional drag coefficients on the
upper surface of Ramp

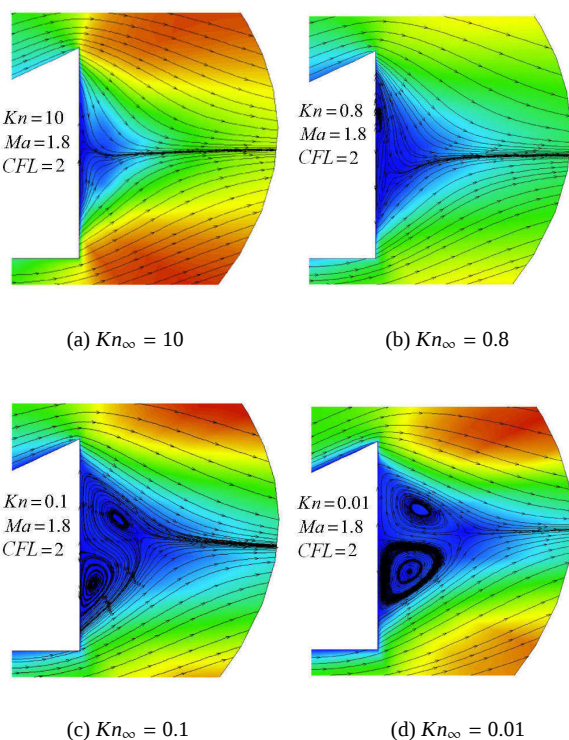
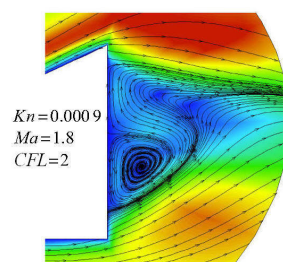


(b)

图 7 Ramp 上表面压力、摩擦系数分布计算比较 (续)

Fig. 7 Distribution of pressure and frictional drag coefficients on the upper surface of Ramp (continued)

为了检验求解转动非平衡效应玻尔兹曼模型方程统一算法对二维 Ramp 制动器外形再入各流域绕流问题计算能力, 拟定高稀薄自由分子流到连续介质绕流状态 $Kn_\infty = 10 \sim 0.0009$, $Ma_\infty = 1.8$, 取格式稳定条件式 (6) 中的时间步长 CFL 数为 2, 进行计算分析. 图 8 给出了跨流区 $Kn_\infty = 10, 0.8, 0.1, 0.01, 0.0009$ 五组不同克努森数下计算得到 Ramp 制动器再入绕流流场尾部矢量流线与流动局部结构.

(c) $Kn_\infty = 0.1$ (d) $Kn_\infty = 0.01$ (e) $Kn_\infty = 0.0009$ 图 8 Ramp 制动器再入过程 $Kn_\infty = 10, 0.8, 0.01, 0.0009$ 绕流结构Fig. 8 Flow structures of Ramp re-entering for all flow regimes with $Kn_\infty = 10, 0.8, 0.01$ and 0.0009

可看出, 对于 $Kn_\infty = 10$ 的高稀薄自由分子流, 气流完全附着物面流动; 而当流动进入稀薄过渡流, 如 $Kn_\infty = 0.8, 0.1$, 在飞行器尾部尖角后部绕流区开始出现较小的回流涡结构; 对于 $Kn_\infty = 0.01$ 的近连续流区, 飞行器尾部绕流出现双涡结构, $Kn_\infty = 0.0009$ 的连续流区, 尾部流场又褪变为存在一个较大的回流涡流动结构, 该图直观展示了二维制动器再入过程跨越飞行各流域所出现的不同绕流变化规律.

3.3 转动非平衡效应对流动特性影响与尖双维外形体再入稀薄流区绕流计算分析

为了分析平动与转动非平衡效应对三维流场数值模拟结果的影响程度, 分别使用文献 [17-20] 发展的完全气体统一算法与本文考虑转动非平衡效应玻尔兹曼模型方程统一算法对同一圆球绕流状态: $Kn_\infty = 0.0126$, $Ma_\infty = 2.0$, $Re_\infty = 236.6$, $T_\infty = 273.15 \text{ K}$, $\gamma = C_p/C_v = 1.4$, $T_w/T_\infty = 1.8$, 在同样的计算流场网格设置 $41 \times 31 \times 31$ 下进行计算分析.

为了更好地捕捉物面附近流动信息, 法向网格划分从计算流场外边界开始向物面按指数压缩函数对网格进行加密, 沿周向采用等距网格, 图 9 绘出该三维圆球绕流流场计算网格布局 and 求解完全气体与转动非平衡玻尔兹曼模型方程统一算法收敛曲线. 表 1 绘出完全气体与考虑转动非平衡效应两种情况下利用统一算法计算得到该状态圆球绕流阻力系数与实验数据 [47] 比较情况, 可以看出, 考虑与不考虑转动非平衡效应两种模型得到的阻力系数均与实验数据吻合较好, 而且考虑转动非平衡效应得到的圆球阻力系数较完全气体与实验数据偏差更小些, 这说明在双原子气体绕流问题数值模拟中考虑转动非平衡效应的影响能进一步提高数值计算精度.

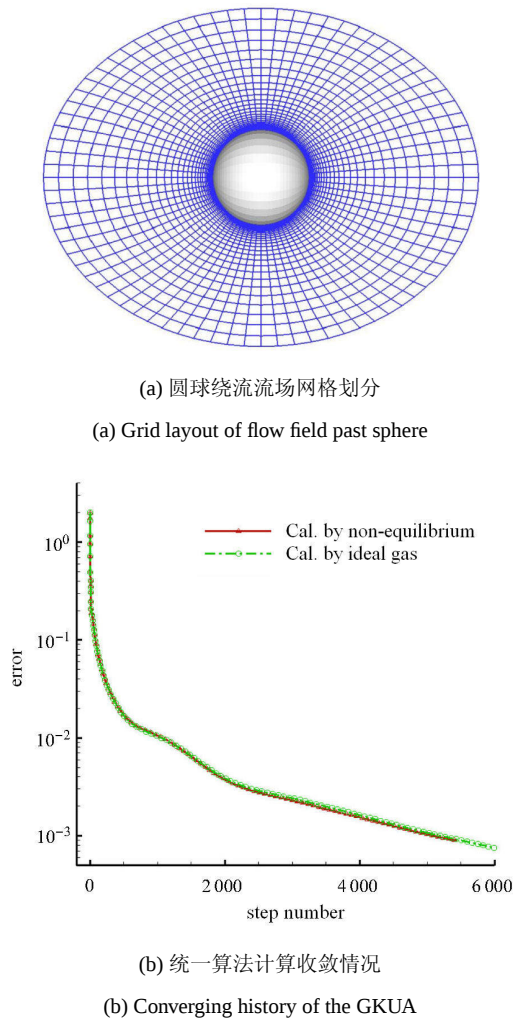


图 9 三维圆球绕流流场 $Ma_\infty = 2$, $Kn = 0.0126$ 网格划分与统一算法计算收敛情况

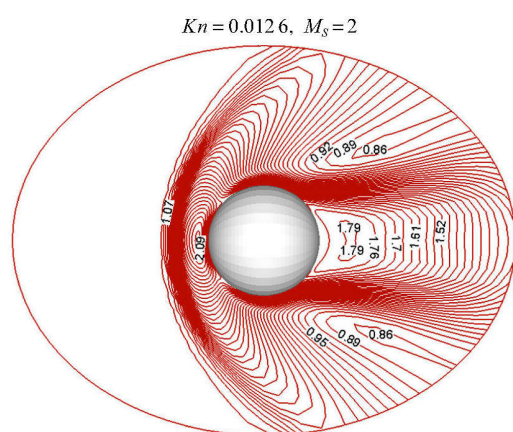
Fig. 9 Grid division and computing convergence for three-dimensional flow field past sphere

表 1 $Ma_\infty = 2$, $Kn = 0.0126$ 圆球绕流阻力系数 C_D 计算与实验比较

Table 1 Comparison of computation & experiment for drag coefficients of sphere			
GKUA	Cal.	Exp.	Relative error
ideal gas	1.128 5	1.195 5	5.61%
rotational nonequilibrium	1.157 7	1.195 5	3.16%

图 10 和图 11 分别绘出该圆球绕流流场轴对称面内温度 T 、密度 ρ 等值线分布。从图中可以明显看出, 对此稀薄过渡区 $Kn = 0.0126$ 绕流, 在圆球前端存在较厚的脱体激波层流动特征。前方来流跨越脱体激波以后, 绕流物面, 到最高点附近由于气体膨胀出现稀疏波; 到圆球后部一定范围, 气体为了

调整运动方向而产生再压缩波系, 导致圆球后端点附近出现低密度区。整体上看, 完全气体与考虑转动非平衡效应两种模型计算得到的流场运动规律基本一致, 在流场的大部分区域, 等值线分布无论温度还是密度数值都差不多一致, 然而在驻点前端到脱体激波层区域内, 利用完全气体模型计算得到的流场出现高温区, 最高的无量纲温度达到了 2.11, 而考虑转动非平衡效应的玻尔兹曼模型方程计算结果却没有这个现象, 两种模型计算得到的驻点处无量纲温度均为 1.8, 这与 $T_w/T_\infty = 1.8$ 相一致; 对应该区域的密度分布, 完全气体模型计算结果较低于考虑转动非平衡效应的计算结果; 而且考虑转动非平衡效应计算得到的脱体激波层离物面前端驻点处的距离位置较完全气体模型更靠近物面。这说明对于三维绕流流场的数值模拟而言, 考虑转动非平衡效应影响的玻尔兹曼模型方程计算结果更加趋于真实, 非平衡效应对流场尤其是宏观物理量急剧变化的脱体激波层流动影响较大, 而对绕流物面气动参数影响不大, 从表 1 中阻力系数 C_D 的计算比较可以验证这一点。由于考虑转动非平衡效应玻尔兹曼模型方程数值求解需要增加计及转动能影响的能量速度分布函数, 导致基于该模型的流场数值模拟较完全气体模型需要更大的计算量与更多的存储空间。就上述圆球绕流状态进行数值计算, 完全气体模型平均每步需要 47 s 左右的运算时间, 而考虑转动非平衡效应玻尔兹曼模型方程计算则多达 78 s, 且消耗的内存容量是前者的两倍。二者的误差收敛曲线如图 9(b) 所示, 有趣的是两种模型计算收敛曲线较一致。而且从本文计算流场网格设置 $41 \times 31 \times 31$ 与文献 [23] 为了节约计算内存同样圆球绕流在粗网格设置 $25 \times 19 \times 27$ 下计算完全气体流场与物面气动阻力系数偏差 2.64% 来看, 求解玻尔兹曼模型方程统一算法由于将气体分子速度分布函数在位置空间与速度空间的信息均保存起来进行数值推进演化更新, 对位置空间网格划分并不敏感, 能在较粗网格设置下得到强劲稳定的收敛曲线与保证精度的计算结果。但计算流场网格划分越稠密, 网格数量增加可使流场等值线更加光滑, 流动细节的捕捉模拟也能更加精细, 计算实践看出, 在满足计算收敛情况下, 位置空间网格数量增加 3 倍, 流场计算精度并没有太大的提高, 却需要大大增加计算成本为代价。因此实际操作特别是飞行器跨流域大量计算时, 考虑到网格数增加带来庞大的计算量与存储空间需求, 需要谨



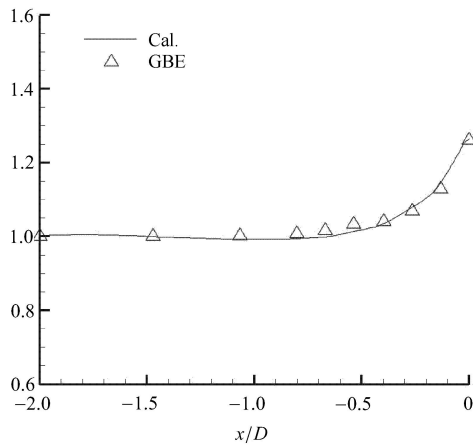
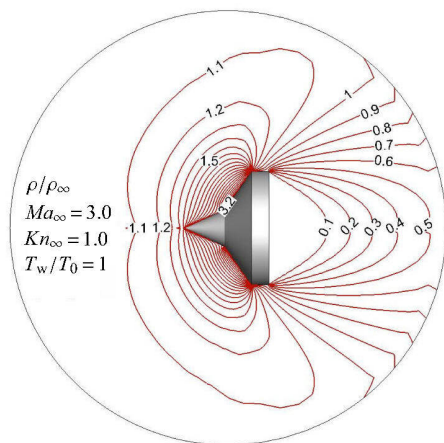
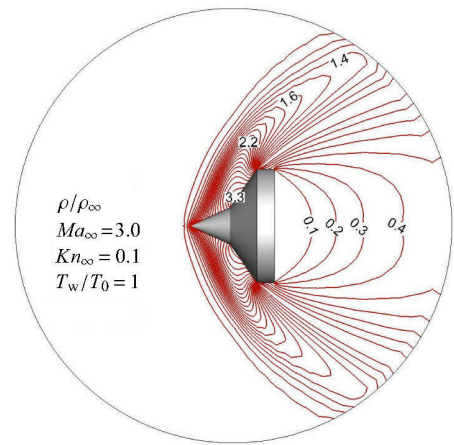
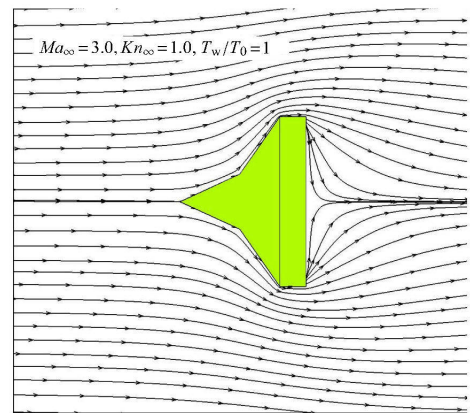
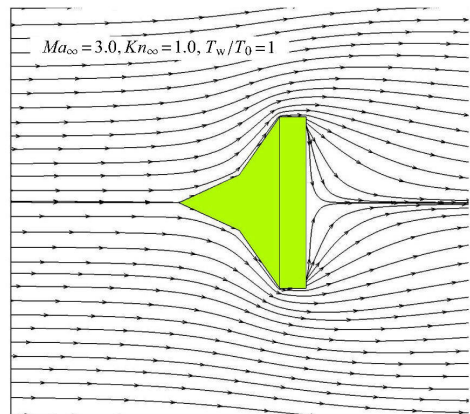


图 13 驻点线密度分布

Fig. 13 Density distribution along the stagnation line for $Ma_{\infty} = 3$, $Kn_{\infty} = 1$

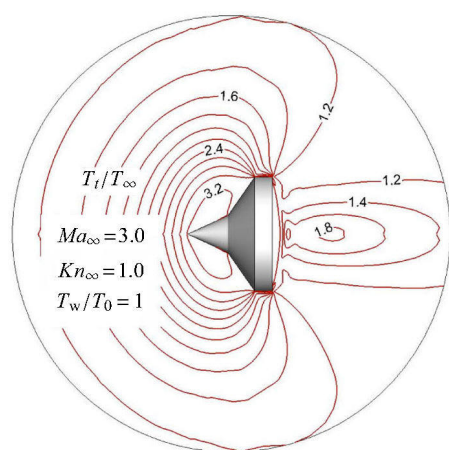
法计算结果很好一致, 证实考虑转动非平衡效应的统一算法用于计算再入飞行器绕流问题的可行性.

图 14 绘出 $Ma_{\infty} = 3$ 绕流 $Kn_{\infty} = 1$ 和 $Kn_{\infty} = 0.1$ 尖双锥流场密度等值线分布, 图中看出, 这两种状态克努森数较高, 流动均呈现较强的稀薄流特征, 不存在明显的激波, 流动参数分布没有强间断现象, 而且图 14(a) 对应 $Kn_{\infty} = 1$ 的高稀薄绕流物体前方扰动区域较图 14(b) 对应更低克努森数 $Kn_{\infty} = 0.1$ 的稀薄过渡区绕流范围要大得多; $Kn_{\infty} = 0.1$ 对应的气体流动趋近物体前端出现了激波强扰动现象. 图 15 直观显示 $Kn_{\infty} = 1$ 和 $Kn_{\infty} = 0.1$ 两种状态下尖双锥绕流流线, 反映出两个状态的绕流面貌呈现明显不同的流动结构, $Kn_{\infty} = 1$ 对应的高稀薄近自由分子流, 气流完全附着物面流动过锥体后, 平滑过渡到背风下

(a) $Kn_{\infty} = 1$, $Ma_{\infty} = 3$ (b) $Kn_{\infty} = 0.1$, $Ma_{\infty} = 3$ 图 14 不同克努森数尖双锥 $Ma = 3$ 绕流场密度分布Fig. 14 Density distribution around bicone with different Kn (a) $Kn_{\infty} = 1$ (b) $Kn_{\infty} = 0.1$ 图 15 不同克努森数尖双锥绕流 ($Ma_{\infty} = 3$) 流线结构Fig. 15 Streamline distribution around bicone at different Kn with $Ma_{\infty} = 3$

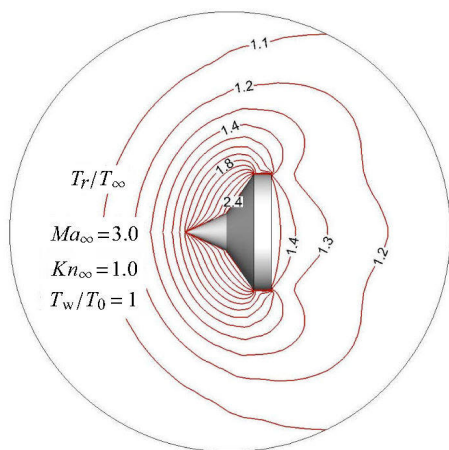
游流动状态, 呈现明显的高稀薄流特征; 而 $Kn_\infty = 0.1$ 对应的更低克努森数稀薄过渡区绕流, 则在锥体后端面背风区开始出现流动分离, 形成上下两个回流涡, 鞍结点拓扑结构, 开始呈现出近连续流绕流面貌.

为了剖析飞行器再入稀薄过渡区流动的非平衡效应, 图 16 和图 17 分别绘出了 $Kn_\infty = 1$ 与 $Kn_\infty = 0.1$ 两种状态对应的绕流流场温度分布, 其中 (a) 表示平动温度等值线、(b) 表示转动温度等值线. 可看出: 在 $Kn_\infty = 1$ 对应的高稀薄流区, 平动温度与转动温度彼此差别很大, 计算得到的物体前部绕流区平动温度最大值约为 3.2, 而转动温度最大为 2.4 左右, 二者间非平衡度为 25%; 对应 $Kn_\infty = 0.1$ 的稀薄



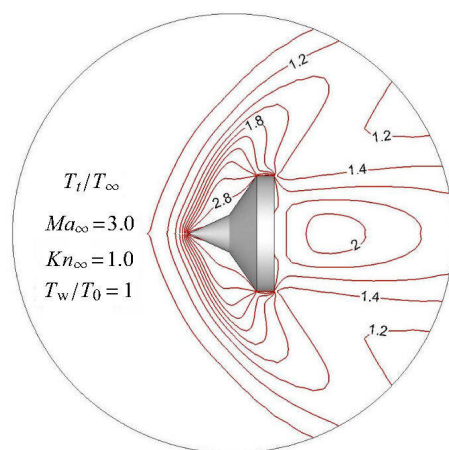
(a) 平动温度分布

(a) Translational temperature



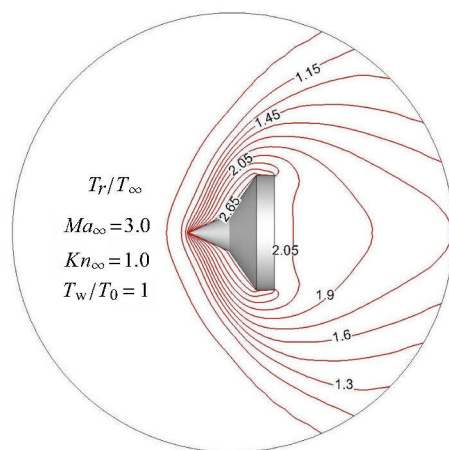
(b) 转动温度分布

(b) Rotational temperature

图 16 高稀薄流区 $Ma_\infty = 3, Kn_\infty = 1$ 尖双锥绕流温度分布Fig. 16 Temperature contours around bicone at $Ma_\infty = 3, Kn_\infty = 1$ in high rarefied flow regime

(a) 平动温度分布

(a) Translational temperature



(b) 转动温度分布

(b) Rotational temperature

图 17 过渡流区 $Ma_\infty = 3, Kn_\infty = 1$ 尖双锥绕流温度分布Fig. 17 Temperature contours around bicone at $Ma_\infty = 3, Kn_\infty = 1$ in transitional flow regime

过渡区绕流, 平动温度与转动温度之间的差异明显减小, 物体前部高温区平动温度最大值下降为 2.8, 转动温度升高为 2.65 左右, 二者之间非平衡度为 5.36%. 这体现了高 Kn_∞ 数稀薄过渡流区存在严重的流动非平衡, 且克努森数越大非平衡效应越明显, 说明了在稀薄流区考虑转动非平衡效应对飞行器绕流影响的必要性.

3.4 飞船返回舱外形体再入跨流域高超声速绕流计算分析

为了结合需求开展统一算法应用研究, 本文使用求解转动非平衡玻尔兹曼模型方程统一算法试算了返回舱外形体再入不同流域高超声速绕流问题. 图 18(a) 和图 18(b) 分别绘出了飞行高度 $H = 105 \text{ km}$,

$Kn_{\infty} = 0.09193$ 与 $H = 83 \text{ km}$, $Kn_{\infty} = 0.00195$, 马赫数 $Ma_{\infty} = 8$, $\alpha = 0^\circ$, $\gamma = 1.4$, 在流动介质氮气 (N_2) 中返回舱外形体绕流流场马赫数等值线云图与流线分布计算结果. 图中可见, 对于数米量级大尺度真实飞行器, 即使在 $H = 105 \text{ km}$ 气体分子平均自由程 $\lambda_{\infty} = 0.3365 \text{ m}$ 的高高度, 因 $Kn_{\infty} = 0.09193$, 飞行器绕流仍表现在前端出现厚厚的脱体激波强扰动, 远前方来流跨越脱体激波层, 流动改变方向, 绕流物面, 由于稀薄效应很严重, 气体绕流完全附着物面流动; 相较之下, 对于图 18(b) 绘出 $H = 83 \text{ km}$ 的绕流图谱, 在此高度气体分子平均自由程 $\lambda_{\infty} = 0.0071 \text{ m}$ 很小, $Kn_{\infty} = 0.00195$ 表现为近连续过渡流, 气体绕流出现明显的脱体激波, 远前方来流跨越清脆明晰的脱体激波强间断, 流动改变方向向外流去, 绕流物面, 跨越最高点进入倒锥区, 气流产生膨胀波系, 并在物体后部出现流动分离、尾涡结构等近连续绕流面貌. 该图直观再现了返回舱外形体再入飞行不同流域所发生的绕流现象, 揭示了飞行器绕流随着 Kn 数减小由稀薄流趋近连续流的变化过程.

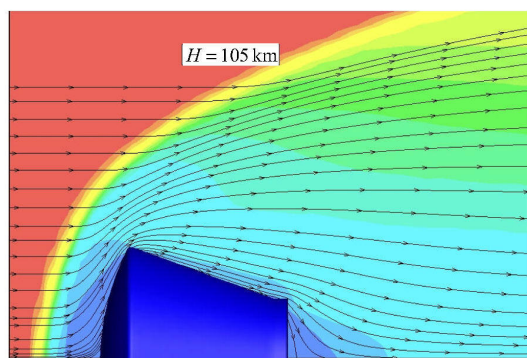
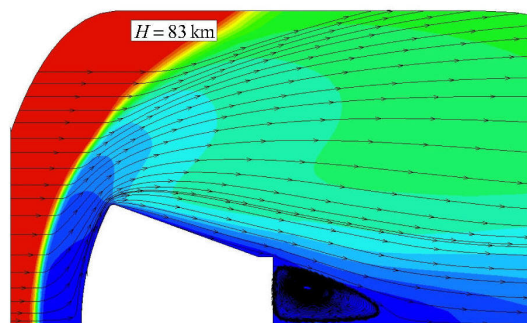
(a) $Kn_{\infty} = 0.09193$ (b) $Kn_{\infty} = 0.00195$

图 18 再入不同高度 $H = 105 \text{ km}$ 与 $H = 83 \text{ km}$ 返回舱外形体绕流 ($Ma_{\infty} = 8$) 马赫数等值线云图与流线结构分布

Fig. 18 Mach number contours and streamline distribution around reentry spacecraft body for $H = 105 \text{ km}$ and $H = 83 \text{ km}$ with $Ma_{\infty} = 8$

为了验证将统一算法用于计算航天器再入高超声速绕流气动/热问题的正确性, 对 $H = 105 \text{ km}$ 高度、攻角 $\alpha = 0^\circ$ 返回舱外形体 $Ma_{\infty} = 8$ 绕流进行 DSMC 与统一算法结果比较分析, 图 19 给出了这一高度条件下两种方法计算得到的返回舱沿轴线方向的物面无量纲压力系数 p/p_{∞} 和热流 q 分布对比情况, 可看出, 两种方法的表面压力和热流计算结果吻合较好, 变化趋势也完全一致; 分析表明, 对此严重稀薄效应绕流, 迎风区物面压力、热流值均远高于背风区, 物面压力的最大值出现在返回舱头部驻点位置; 而热流的最大值后移至返回舱肩部最高点拐角, 量值约为 390 W/m^2 , 且迎风区驻点到拐点的物

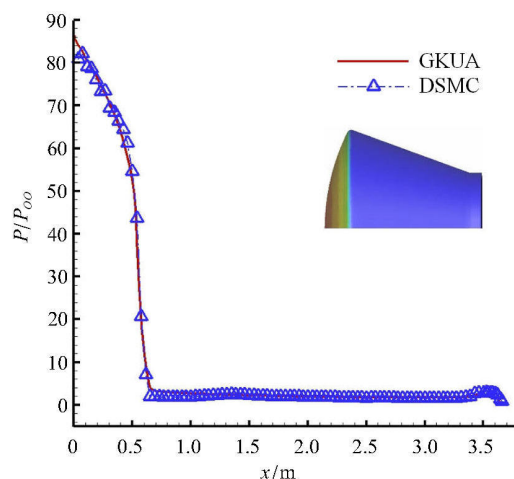
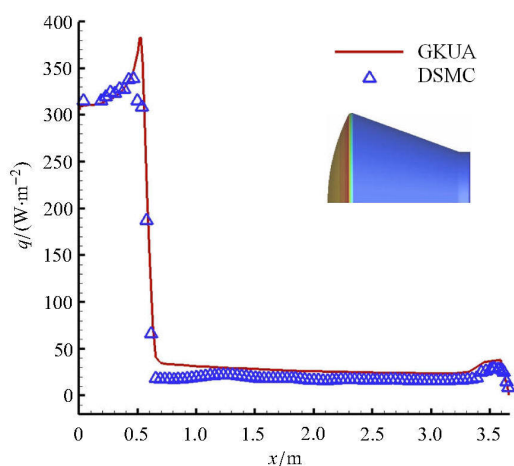
(a) $H = 105 \text{ km}$, $Kn_{\infty} = 0.09193$ (b) $H = 83 \text{ km}$, $Kn_{\infty} = 0.00195$

图 19 再入不同高度 $H = 105 \text{ km}$ 与 $H = 83 \text{ km}$ 返回舱外形体绕流 ($Ma_{\infty} = 8$) 物面无量纲压力、热流分布

Fig. 19 Pressure and heat flux distribution along axial surface past spacecraft for $H = 105 \text{ km}$ and $H = 83 \text{ km}$ with $Ma_{\infty} = 8$

面热流值逐渐增大,过了拐点进入背风区,物面热流则迅速下降.对于物面压力分布,DSMC与GKUA结果几乎完全重合;对于物面热流分布,总体看出,GKUA在揭示具有巨大曲率过渡带的返回舱肩部最高拐点热流分布的分辨率明显优于DSMC结果,如GKUA肩部拐点热流 390 W/m^2 而DSMC结果低于此结果达13%,这是因为在此曲率很大的肩部拐点附近绕流流场网格划分需要自适应加密,DSMC方法的模拟特点决定较难象求解玻尔兹曼模型方程的GKUA确定论数值计算方法易于实现,尤其在精细捕捉流动信息方面,GKUA基于物理空间与速度空间网格布局划分,直接对气体分子速度分布函数演化更新求解更能刻画细致结构,同样在跨越肩部拐点进入倒锥过渡背风区,GKUA仍然较DSMC具有更高分辨率与捕捉微弱流动传热模拟能力,显示出GKUA结果较DSMC更好地光滑过渡到背风热流极小区,且在整个倒锥、后柱段,GKUA结果均高于DSMC模拟值一个系统偏差.通过对图19(a)与图19(b)返回舱绕流物面压力、热流分布的初步对比分析,证实本文求解转动非平衡效应玻尔兹曼模型方程统一算法(GKUA)用于计算大型航天器气动力与气动热绕流问题具有较高的可靠性与置信度,这为进一步发展复杂高超声速非平衡绕流问题统一算法解算器,开展返回舱往返大气层跨越飞行各流域绕流问题计算,特别是近连续、过渡流区气动力/热与姿态配平绕流问题研究奠定了基础.

4 结 论

基于对转动自由度松弛变化、气体分子运动论Rykov模型研究,应用稀薄流到连续流的气体运动论统一算法框架数值求解考虑转动非平衡效应玻尔兹曼模型方程.针对高、低不同马赫数定常正激波结构、从自由分子流到连续流二维Ramp制动器及三维圆球、尖双锥飞行器、飞船返回舱外形体再入各流域高超声速绕流问题计算分析,得到如下结论:

(1) 通过对弱激波到强激波 $1.53 \leq M_s \leq 25$ 考虑转动非平衡影响的氮气激波结构内流动计算结果与实验数据、典型文献模拟值比较分析,验证了含转动非平衡效应玻尔兹曼模型方程统一算法对求解强、弱激波一维流动问题的准确可靠性,并分析揭示了高超声速流动激波结构所存在的非平衡流动特征与变化规律.

(2) 通过对二维Ramp再入制动器从自由分子流到连续流跨流域 $Kn_\infty = 10 \sim 0.0009$ 绕流流场转动非平衡效应模拟研究,验证了统一算法对全飞行流域模拟计算的一致适用性.

(3) 通过对圆球稀薄过渡区绕流、尖双锥飞行器再入绕流状态数值计算,验证了完全气体与考虑转动非平衡效应玻尔兹曼模型方程统一算法对飞行器绕流物面气动特性计算的可信性,剖析了转动非平衡效应对宏观物理量急剧变化的脱体激波层流动模拟结果影响较大,而对物面气动参数影响较小;对比分析跨流区绕流流场平动温度与转动温度分布,揭示了来流 Kn_∞ 数越高,过渡区非平衡效应越严重,飞行器绕流流动非平衡影响越明显.

(4) 通过对飞船返回舱外形再入跨流域绕流气动力/热问题初步计算,再现大尺度真实飞行器再入飞行不同流域高超声速绕流现象与气动力热变化特征,证实求解转动非平衡效应玻尔兹曼模型方程统一算法对三维复杂飞行器再入高超声速绕流问题的模拟能力.

本文工作仅是含转动非平衡效应玻尔兹曼模型方程统一算法在跨流域高超声速绕流问题方面的初步应用与计算检验,将其应用于航天飞行器再入过程复杂高超声速气动力/热绕流问题以及考虑转动能与振动能、混合气体非平衡效应适应性研究,均有待进一步深入开展.

致谢 本文工作得到中国空气动力研究与发展中心张涵信院士、第一作者课题组毕林、方明等支持帮助,部分计算在国家超级计算济南中心、国家超级计算天津中心进行,特此感谢.

参 考 文 献

- 1 Tsien HS. Superaerodynamics, mechanics of rarefied gases. *Journal of Aeronautics Science*, 1946, 13(12): 653-664
- 2 Koppenwallner G, Legge H. Drag of bodies in rarefied hypersonic flow. AIAA Paper 85-0998, Progress in Astronautics and Aeronautics: Thermophysical Aspects of Reentry Flows, New York, 1985, 103: 44-59
- 3 李志辉, 吴振宇. 阿波罗指令舱稀薄气体动力学特征的蒙特卡罗数值模拟. *空气动力学学报*, 1996, 14(2): 230-233 (Li Zhihui, Wu Zhenyu, DSMC simulation on rarefied aerodynamics of Apollo-CM. *Acta Aerodynamica Sinica*, 1996, 14(2): 230-233 (in Chinese))
- 4 Yoon S, Gnoffo PA, White JA, et al. Computational challenges in hypersonic flow simulations. AIAA 2007-4265, 2007
- 5 庄逢甘, 崔尔杰, 张涵信. 未来空间飞行器的某些发展和空气动力学的任务. 中国第一届近代空气动力学与气动热力学会议

- 论文集, 2006. 1-12 (Zhuang Fenggan, Cui Erjie, Zhang Hanxin. Some development of future spacecrafts and aerodynamics tasks. In: Proc. of First Aerodynamics and Aerothermodynamics, 2006. 1-12 (in Chinese))
- 6 Chapman S, Cowling TG. The Mathematical Theory of Non-uniform Gases. 3rd edn. Cambridge, 1990
 - 7 Bhatnagar PL, Gross EP, Krook M. A model collision processes in gases. *Phys Rev*, 1954, 94: 511-525
 - 8 Holway Jr LH. New statistical models for kinetic theory. *Methods of Construction, Phys Fluids*, 1966, 9: 1658-1673
 - 9 Shakhov EM. Kinetic model equations and numerical results. In: Oguchi H ed. Proceedings of 14th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics, Tokyo: University of Tokyo Press, 1984. 137-148
 - 10 Li ZH, Fang M, Jiang XY, et al. Convergence proof of the DSMC method and the gas-kinetic unified algorithm for the Boltzmann equation. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2013, 56(2): 404-417, doi: 10.1007/s11433-013-4999-3
 - 11 Chu CK. Kinetic-theoretic description of the formation of a shock wave. *Physics of Fluids*, 1965, 8(1): 12-22
 - 12 Morinishi K, Oguchi H. A computational method and its application to analyses of rarefied gas flows. In: Oguchi H ed. Proc. of 14th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics, Tokyo: University of Tokyo Press, 1984. 149-158
 - 13 Yang JY, Huang JC. Rarefied flow computations using nonlinear model boltzmann equations. *J of Comput Phys*, 1995, 120: 323-339
 - 14 Huang AB, Giddens DP. The discrete ordinate method for the linearized boundary value problems in kinetic theory of gases. In: Proc. of 5th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics, Brundin CL, ed. New York, 1967. 481-486
 - 15 李志辉, 张涵信. 稀薄流到连续流的气体运动论统一数值算法初步研究. 空气动力学学报, 2000, 18(3): 251-259 (Li Zhihui, Zhang Hanxin. Pilot study on gas-kinetic unified numerical algorithm for flows from rarefied transition to continuum. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2000, 18(3): 251-259 (in Chinese))
 - 16 李志辉, 张涵信. 稀薄流到连续流的气体运动论模型方程算法研究. 力学学报, 2002, 34(2): 145-155 (Li Zhihui, Zhang Hanxin. Study on gas kinetic algorithm for flows from rarefied transition to continuum using Boltzmann model equation. *Acta Mechanica Sinica*, 2002, 34(2): 145-155 (in Chinese))
 - 17 李志辉, 张涵信. 稀薄流到连续流的气体运动论统一算法研究. 空气动力学学报, 2003, 21(3): 255-266 (Li Zhihui, Zhang Hanxin. Study on gas kinetic unified algorithm for flows from rarefied to continuum. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2003, 21(3): 255-266 (in Chinese))
 - 18 Li ZH, Zhang HX. Study on gas kinetic unified algorithm for flows from rarefied transition to continuum. *J of Comput Phys*, 2004, 193: 708-738
 - 19 Li ZH, Zhang HX. Gas-kinetic numerical method solving mesoscopic velocity distribution function equation. *Acta Mechanica Sinica*, 2007, 23(3): 121-132
 - 20 Li ZH. Gas-kinetic unified algorithm for re-entering complex problems covering various flow regimes by solving Boltzmann model equation. In: Advances in Spacecraft Technologies, InTech Publisher, 2011: 273-332
 - 21 Li ZH, Zhang HX, Fu S, et al. A gas kinetic algorithm for flows in Microchannel. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, 2005, 6(3): 261-270
 - 22 Li ZH, Zhang HX, Fu S. Gas kinetic algorithm for flows in Poiseuille-like microchannels using Boltzmann model equation. *Sci China-Phys Mech & Astron*, 2005, 48(4): 496-512
 - 23 Li ZH, Zhang HX. Gas-kinetic numerical studies of three-dimensional complex flows on spacecraft re-entry. *J Comput Phys*, 2009, 228: 1116-1138
 - 24 Li ZH, Bi L, Zhang HX, et al. Gas-kinetic numerical study of complex flow problems covering various flow regimes. *Computers and Mathematics with Application*, 2011, 61(12): 3653-3667
 - 25 Xu K. Gas-kinetic schemes for unsteady compressible flow simulations. Von Karman Institute for Fluid Dynamics Lecture Series, Feb.23-27, 1998.
 - 26 Xu K. A gas-kinetic bgk scheme for the Navier-Stokes equations and its connection with artificial dissipation and godunov method. *J Comput Phys*, 2001, 171(1): 289-335
 - 27 Li QB, Xu K, Fu S. A high-order gas-kinetic Navier-Stokes flow solver. *J Comput Phys*, 2010, 229: 6715-6731
 - 28 Xiong SW, Zhong CW, Zhou CS. Numerical simulation of compressible turbulent flow via improved gas-kinetic BGK scheme. *Int J Numer Meth Fluids*, 2011, 67(12): 1833-1847
 - 29 Guo ZL, Zhao TS. Lattice Boltzmann model for incompressible flows through porous media. *Phys Rev E*, 2002, 66(3): 036304(1-9)
 - 30 Lee T, Lin CL. A stable discretization of the lattice Boltzmann equation for simulation of incompressible two-phase flows at high density ratio. *J of Comput Phys*, 2005, 206: 16-47
 - 31 卓丛山, 钟诚文, 李凯等. 高雷诺数下的翼型绕流 LBM 数值模拟. 航空学报, 2010, 31(2): 238-243 (Zhuo Congshan, Zhong Chengwen, Li Kai, et al. Numerical simulation of flow around an airfoil with LBM method. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2010, 31(2): 238-243 (in Chinese))
 - 32 张海军, 祝长生, 杨琴. 基于稀薄效应的微气体径向轴承稳态性能. 力学学报, 2009, 41(6): 941-946 (Zhang Haijun, Zhu Changsheng, Yang Qin. Steady characteristics of micro gas journal bearings based on rarefaction effect. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2009, 41(6): 941-946 (in Chinese))
 - 33 Gu XJ, Emerson DR. Modeling oscillatory flows in the transition regime using a high-order moment method. *Microfluids and Nanofluidics*, 2011, 10(2): 389-401
 - 34 Xu K, Huang JC. A unified gas-kinetic scheme for continuum and rarefied flows. *J Comput Phys*, 2010, 229: 7747-7764
 - 35 Chen SZ, Xu K, Lee CB, et al. A unified gas kinetic scheme with moving mesh and velocity space adaptation. *J Comput Phys*, 2012, 231: 6643-6664
 - 36 Huang JC, Xu K, Yu PB. A unified gas-kinetic scheme for continuum and rarefied flows II: Multi-dimensional cases. *Commun Comput Phys*, 2012, 12(3): 662-690
 - 37 Agrwal RK, Chen R, Cheremisin FG. Computation of hypersonic shock wave flows of a diatomic using generalized Boltzmann

- equation. AIAA 2007-4541, 39th AIAA Thermophysics Conference, Miami, 25-28 June, 2007
- 38 Rykov VA. Model kinetic equation of a gas with rotational degrees of Freedom. *Fluid Dynamics*, 1975, 10: 959-966
- 39 Rykov VA, Titarev VA, Shakhov EM. Shock wave structure in a diatomic gas based on a kinetic model. *Fluid Dynamics*, 2008, 43(2): 316-326
- 40 李志辉, 吴俊林, 彭傲平等. 考虑转动非平衡效应 Boltzmann 模型方程统一算法与跨流域绕流问题模拟研究. 见: 第七届全国流体力学学术会议论文集, CSTAM 2012-B03-0195, 11 月 12-14 日, 桂林, 2012 (Li Zhihui, Wu Junlin, Peng Aoping, et al. Study of the unified algorithm for various flow regimes solving Boltzmann model equation with the effect of rotational non-equilibrium. In: Proc. of the 7th National Conference on Fluid Dynamics, CSTAM2012-B03-0195, Nov. 12-14, Guilin, 2012 (in Chinese))
- 41 Larina IN, Rykov VA. Diatomic gas flow past a sphere based on kinetic Equations. *Dokl Akad Nauk SSSR*, 1976, 227: 60-62
- 42 李志辉. 从稀薄流到连续流的气体运动论统一数值算法研究. [博士论文]. 绵阳: 中国空气动力研究与发展中心研究生部, 2001 (Li Zhihui. Study on the unified algorithm from rarefied flow to continuum. [PhD Thesis]. Mianyang: China Aerodynamics Researchment and Development Center, 2001 (in Chinese))
- 43 李志辉. 稀薄流到连续流气体流动问题统一算法应用研究. [博士后研究报告]. 北京: 清华大学, 2003 (Li Zhihui. Applications of gas kinetic unified algorithm for flows from rarefied transition to continuum. [Post-doctor Dissertation]. Beijing: Tsinghua University, 2003 (in Chinese))
- 44 Alsmeyer H. Density profiles in argon and nitrogen shock waves measured by the absorption of an electron beam. *J Fluid Mech.*, 1976, 74: 497-513
- 45 Robben F, Talbot L. Experimental study of the rotational distribution function of nitrogen in a shock wave. *Physics of Fluids*, 1966, 9: 653-662
- 46 Andries P. Numerical comparison between the Boltzmann and ES-BGK models for rarefied gases. INRIA, No.3872. Jan. 31. 2000
- 47 Kinslow M, Potter JL. The drag of sphere in rarefied hypervelocity flow. AEDC-TDR-62-205, 1962
- 48 Wilson CD, Agarwal RK, Tcheremissine FG. Computation of hypersonic flow of a diatomic gas in rotational nonequilibrium past 3D blunt bodies using the generalized Boltzmann equation. AIAA 2009-3836, 2009

(责任编辑: 刘希国)

GAS-KINETIC UNIFIED ALGORITHM FOR BOLTZMANN MODEL EQUATION IN ROTATIONAL NONEQUILIBRIUM AND ITS APPLICATION TO THE WHOLE RANGE FLOW REGIMES¹⁾

Li Zhihui^{*,†,**,2)} Jiang Xinyu[†] Wu Junlin[†] Peng Aoping^{†,**}

^{*}(State Key Laboratory of Aerodynamics, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

[†](Hypervelocity Aerodynamics Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

^{**}(National Laboratory for Computational Fluid Dynamics, Beijing 100191, China)

Abstract Based on the gas-kinetic unified algorithm (GKUA) for flows from rarefied transition to continuum, the effect of rotational non-equilibrium is investigated involving the kinetic Rykov model with relaxation property of rotational degrees of freedom. The spin movement of diatomic molecule is described by moment of inertia, and the conservation of total angle momentum is taken as a new Boltzmann collision invariant, then the unified Boltzmann model equation involving rotational non-equilibrium effect is presented for various flow regimes. The molecular velocity distribution function is integrated by the weight factor on the energy of rotational motion, and the closed system of two kinetic controlling equations is obtained with inelastic and elastic collisions. The discrete velocity ordinate technique and numerical quadrature methods are applied to discretize the velocity space, and the gas-kinetic finite-difference numerical scheme is constructed to capture the time evolution of the discretized velocity distribution functions. The gas-kinetic boundary conditions in rotational non-equilibrium and numerical procedures are studied and implemented by directly acting on the velocity distribution function, and then the unified algorithm of the Boltzmann kinetic model equation involving rotational non-equilibrium effect is presented for the whole range of flow regimes. As the applications of the GKUA, the hypersonic flows of diatomic gas involving rotational non-equilibrium effect are numerically simulated including the inner flows of shock wave structures in nitrogen with different Mach numbers of 1.5–25, the two-dimensional planar Ramp flow with the whole range of Knudsen numbers of 9×10^{-4} –10 and the three-dimensional re-entering hypersonic flows around sphere, fine double-cone and spacecraft body. The computed results match the relevant experimental data, DSMC results, and the solutions of the generalized Boltzmann equation (GBE) and ellipsoidal statistical (ES) model equation well. It is tested and validated from this study that the GKUA solving the Boltzmann model equation in rotational nonequilibrium can simulate the complex hypersonic flow problems and flow mechanisms from high rarefied free-molecule flow to continuum flow regimes with good reliability and precision.

Key words Boltzmann model equation, kinetic theory of gases, rotational non-equilibrium, discrete velocity ordinate method, covering the whole range flow regimes, gas-kinetic unified algorithm

Received 30 July 2013, revised 13 February 2014.

1) The project was supported by the 973 Program (2014CB744100), the National Natural Science Foundation of China (91016027, 11325212) and the Researching Fund of State Key Laboratory of Aerodynamics.

2) Li Zhihui, professor, research interests: rarefied gas dynamics and computational fluid dynamics. E-mail: zhli0097@x263.net