第 46 卷 第 1 期 力 学 学 报 Vol. 46，No. 1
2014 年 1 月 Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics Jan.，2014

研究论文

基于加速度信号的柔性板的挠性参数辨识[1)]

谢 永 刘 盼 蔡国平[2)]

(上海交通大学工程力学系，海洋工程国家重点实验室，上海 200240)

摘要 以柔性板为对象，开展了结构挠性参数辨识技术的研究. 给出了一种基于加速度信号输出的特征系统实现算法的计算格式，基于粒子群优化算法给出了加速度传感器在柔性板上的优化位置. 仿真结果显示，粒子群方法能够有效地确定出传感器在板上的优化位置，特征系统实现算法能够有效地辨识出结构的挠性参数.

关键词 柔性板，参数辨识，加速度信号

中图分类号：O313 **文献标识码**：A doi：10.6052/0459-1879-13-124

引 言

随着航天事业的发展，大型化、低刚度与柔性化成为航天器结构的一个重要发展趋势，这必然给结构带来巨大的挠性，使得系统的固有频率低且密集、结构阻尼小. 对于这种大型挠性结构，许多情况下在 1g 的重力环境下进行系统的组装都很困难，试验难度则更大，而且地面的试验设备有时也会存在无法满足试验所需条件的限制. 另一方面，卫星的挠性参数，特别是帆板的振动频率是卫星控制系统关注的重要参数之一，它对卫星的在轨姿态控制精度等具有重要影响. 由于地面和太空环境的不同，帆板在两种环境下的振动行为也将不同，这会导致地面试验与实际在轨之间存在差异. 因此，有必要开展卫星挠性参数的在轨辨识技术的研究，以提高挠性参数的辨识精度，为卫星的姿轨控提供参数保障. 由于卫星挠性参数的辨识需要对系统进行激励，而卫星的姿态机动恰恰提供了激励条件，这为在轨辨识提供了可能.

截至目前，国外航天机构已经对航天器的挠性参数辨识问题开展了许多在轨试验，例如，美国的 NASA 利用在轨数据对哈勃望远镜进行了在轨模态辨识 [1]；在国际空间站上，宇航员采用航天飞机推进器的脉冲点火作为外部激励，进行了 5 次空间站模态参数的在轨辨识试验 [2]；日本的 NASDA 对工程试验卫星五号进行了卫星挠性参数的在轨辨识工作 [3]；俄罗斯的和平号空间站总共进行了 1 年时间的在轨模态实验，外部激励分别采用了航天飞机和空间站推进器的脉冲点火、宇航员的舱内活动和环境载荷等 [4]. 值得说明的是，以上国外所开展的这些在轨试验，参数辨识都是采用了特征系统实现算法 (eigensystem realization algorithm，ERA)，ERA 是一种辨识结构固有参数的时域方法. 我国学者在航天器挠性参数辨识方面也开展过一些理论与实验研究，例如，周舟等 [5] 采用 ERA 方法对航天器挠性参数的辨识技术进行了详细研究；赵寿根等 [6] 采用频域方法和采用加速度传感器作为输出，开展了挠性参数辨识技术的实验验证工作，并且研制了相关的软件；黎康和张洪华 [7] 研究了仅利用输出信号进行卫星挠性参数辨识的计算算法；谢永 [8] 以柔性板为对象，对 ERA 方法进行了实验研究.

如上所述，国外所开展的实际卫星在轨试验都是采用 ERA 方法对挠性参数进行辨识的. 另外在这些在轨试验中，数据采集都是采用了加速度传感器或摄影测量技术. ERA 方法在结构动力学研究领域有着许多研究和公开发表的文献，但是这些文献多是基于位移信号输出的，基于加速度信号输出的 ERA 方法的技术文献较少. 本文以柔性板为对象，给出一种基于加速度信号输出的 ERA 方法的计算格式，另外基于粒子群优化算法给出一个确定加速度

2013–04–22 收到第 1 稿，2013–06–13 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金重点项目 (11132001)、面上项目 (11272202, 11072146, 11002087)、航空科学基金项目 (20120157002)、博士点专项基金项目 (20110073110008) 和上海市教委科研重点项目 (14ZZ021) 资助.

2) 蔡国平，教授，主要研究方向：结构动力学与控制、航天器动力学与控制. E-mail：caigp@sjtu.edu.cn

传感器在板上优化位置的方法，寄望于研究成果有助于我国航天技术的发展.

1 OKID 系统辨识

航天器的在轨辨识是利用系统的输入和输出数据，综合出系统的挠性参数值. 当采用 ERA 方法辨识系统的挠性参数时，要求已知系统的脉冲响应值. 如果系统的输入是脉冲激励，系统输出将是脉冲响应，对于这种情况可以直接利用脉冲响应数据和采用 ERA 方法进行参数辨识. 但是当系统的输出不是脉冲响应时，此时 ERA 方法无法直接使用. 为了放宽 ERA 方法对系统激励形式的限制，Junge 等 [9-10] 提出了 OKID (observer/kalman filter identification) 方法，该方法的特点是引入了状态观测器，首先根据系统的输入和输出数据计算观测器的 Markov 参数，然后求解原系统的 Markov 参数，即系统的单位脉冲响应. OKID 方法一经提出，便用于 Hubble 望远镜的动力学分析. 可以看出，即使外部激励不是脉冲形式，也可以通过 OKID 方法得到系统的脉冲响应值，进而进行参数辨识. 国外航天器实际在轨辨识所采用过的激励方式有：推进器或航天器的瞬间脉冲点火，昼夜温差所引起的结构响应，宇航员在舱内的走动等. 限于篇幅，本文在此不再给出 OKID 的计算格式，详见作者的另两篇文献 [8, 11].

2 基于加速度格式的特征系统实现算法

ERA [10,12] 是一种发展成熟的时域模态参数识别算法，它利用系统的脉冲响应数据通过 Hankel 分块矩阵的奇异值分解，得到系统的低维模型实现. 本节参考文献 [13]，给出基于加速度传感器测量信号的 ERA 的计算格式.

对于 n 维线性系统，当采用位移和速度作为传感器输出时，系统在状态空间可以描述为

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}(t) &= \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t)\\ \boldsymbol{y}(t) &= \boldsymbol{G}\boldsymbol{x}(t)\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

式中，$\boldsymbol{x} \in R^{2n}$ 为系统的状态变量列阵；$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{G}$ 分别为系统矩阵、控制矩阵和观测矩阵；$\boldsymbol{B} \in R^{2n\times m}$ 为控制力位置矩阵，m 为外部激励的个数；$\boldsymbol{u} \in R^{m\times 1}$ 为外部力列阵；$\boldsymbol{y} \in R^{q\times 1}$ 为系统输出列阵，q 为输出的个数.

对方程 (1) 进行离散化，有

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{x}(k+1) &= \boldsymbol{A}_1\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{B}_1\boldsymbol{u}(k)\\ \boldsymbol{y}(k+1) &= \boldsymbol{G}\boldsymbol{x}(k+1)\end{aligned}\right\}\tag{2}$$

其中

$$\boldsymbol{A}_1 = \mathrm{e}^{\boldsymbol{A}t},\quad \boldsymbol{B}_1 = \left(\int_0^T \mathrm{e}^{\boldsymbol{A}s}\mathrm{d}s\right)\boldsymbol{B}\tag{3}$$

当采用速度和加速度传感器作为响应输出时，系统的状态空间描述可写为

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}(t) &= \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t)\\ \boldsymbol{y}(t) &= \boldsymbol{G}\dot{\boldsymbol{x}}(t)\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

基于速度和加速度形式的系统离散方程可以描述为

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}(k+1) &= \boldsymbol{A}_2\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u}(k) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(k+1)\\ \boldsymbol{y}(k+1) &= \boldsymbol{G}\dot{\boldsymbol{x}}(k+1)\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

其中

$$\boldsymbol{A}_2 = \boldsymbol{A}\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}t},\quad \boldsymbol{B}_2 = \boldsymbol{A}\left(\int_0^T \mathrm{e}^{\boldsymbol{A}s}\mathrm{d}s\right)\boldsymbol{B}\tag{6}$$

Z 变换形式的传递函数为

$$\boldsymbol{H}(z) = \sum_{k=0}^{\infty}\boldsymbol{h}(k)z^{-k}\tag{7}$$

其中，$\boldsymbol{h}(k)$ 为系统的单位脉冲响应函数.

对式 (2) 和式 (5) 进行 Z 变换，并考虑 Z 变换的时移性质，则可得

$$z\boldsymbol{X}(z) = \boldsymbol{A}_1\boldsymbol{X}(z) + \boldsymbol{B}_1\boldsymbol{U}(z)\tag{8}$$

$$z\boldsymbol{Y}(z) = \boldsymbol{G}(\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{X}(z) + \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{U}(z) + \boldsymbol{B}z\boldsymbol{U}(z))\tag{9}$$

由式 (8) 可得

$$\boldsymbol{X}(z) = (z\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}_1)^{-1}\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{U}(z)\tag{10}$$

上式代入式 (9)，整理后可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Y}(z) = [&\boldsymbol{G}\boldsymbol{A}_2z^{-2}(\boldsymbol{I} - z^{-1}\boldsymbol{A}_1)^{-1}\boldsymbol{B}_1 +\\ &z^{-1}\boldsymbol{G}\boldsymbol{B}_2 + \boldsymbol{G}\boldsymbol{B}]\boldsymbol{U}(z)\end{aligned}\tag{11}$$

从而得到传递函数

$$\begin{aligned}\boldsymbol{H}(z) = &\boldsymbol{G}\boldsymbol{A}_2z^{-2}(\boldsymbol{I} - z^{-1}\boldsymbol{A}_1)^{-1}\boldsymbol{B}_1 +\\ &z^{-1}\boldsymbol{G}\boldsymbol{B}_2 + \boldsymbol{G}\boldsymbol{B}\end{aligned}\tag{12}$$

由于

$$(\boldsymbol{I} - z^{-1}\boldsymbol{A}_1)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty}(z^{-1}\boldsymbol{A}_1)^k = \sum_{k=0}^{\infty}z^{-k}\boldsymbol{A}_1^k\tag{13}$$

所以

$$\boldsymbol{H}(z)=\boldsymbol{GA}(\sum_{k=0}^{\infty}z^{-k-2}\boldsymbol{A}_1^{k+1}\boldsymbol{B}_1+z^{-1}\boldsymbol{B}_1)+\boldsymbol{GB}=$$
$$\boldsymbol{GA}\Big(\sum_{k=2}^{\infty}z^{-k}\boldsymbol{A}_1^{k-1}\boldsymbol{B}_1+z^{-1}\boldsymbol{B}_1\Big)+\boldsymbol{GB}=$$
$$\boldsymbol{GA}\sum_{k=1}^{\infty}z^{-k}\boldsymbol{A}_1^{k-1}\boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{GB} \tag{14}$$

与式 (7) 比较，有

$$\boldsymbol{h}(0)=\boldsymbol{GB},\ \boldsymbol{h}(k)=\boldsymbol{GAA}_1^{k-1}\boldsymbol{B}_1 \tag{15}$$

构造 Hankel 矩阵

$$\bar{\boldsymbol{H}}(k-1)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{h}(k) & \boldsymbol{h}(k+1) & \cdots & \boldsymbol{h}(k+\beta-1)\\ \boldsymbol{h}(k+1) & \boldsymbol{h}(k+2) & \cdots & \boldsymbol{h}(k+\beta)\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \boldsymbol{h}(k+\alpha-1) & \boldsymbol{h}(k+\alpha) & \cdots & \boldsymbol{h}(k+\alpha+\beta-2)\end{bmatrix} \tag{16}$$

其中，$\bar{\boldsymbol{H}}(k-1)\in R^{\alpha q\times\beta m}$. 将式 (15) 代入式 (16)，整理后有

$$\bar{\boldsymbol{H}}(k-1)=\boldsymbol{PA}_1^{k-1}\boldsymbol{Q} \tag{17}$$

式中，$\boldsymbol{P}=[\boldsymbol{GA}\quad \boldsymbol{GAA}_1\quad\cdots\quad \boldsymbol{GAA}_1^{\alpha-1}]^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{Q}=[\boldsymbol{B}_1\quad \boldsymbol{A}_1\boldsymbol{B}_1\quad\cdots\quad \boldsymbol{A}_1^{\beta-1}\boldsymbol{B}_1]$；$\alpha$ 和 β 分别为能观、能控指数.

在式 (17) 中，令 $k=1$，对 $\bar{\boldsymbol{H}}(0)$ 做奇异值分解

$$\bar{\boldsymbol{H}}(0)=\boldsymbol{U}\bar{\boldsymbol{\varSigma}}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} \tag{18}$$

其中，$\bar{\boldsymbol{\varSigma}}\in R^{2n\times 2n}$ 为奇异值构成的对角矩阵，$\boldsymbol{U}\in R^{\alpha q\times 2n}$ 为左奇异向量矩阵，$\boldsymbol{V}\in R^{\beta m\times 2n}$ 为右奇异向量矩阵.

由式 (16) 知 $\boldsymbol{h}(k+1)=\boldsymbol{E}_q^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{H}}(k)\boldsymbol{E}_m$，可推导出

$$\boldsymbol{h}(k+1)=\boldsymbol{E}_q^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}\bar{\boldsymbol{\varSigma}}^{1/2}(\bar{\boldsymbol{\varSigma}}^{-1/2}\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{H}}(1)\boldsymbol{V}\bar{\boldsymbol{\varSigma}}^{-1/2})^k\cdot$$
$$\bar{\boldsymbol{\varSigma}}^{1/2}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_m \tag{19}$$

其中，$\boldsymbol{E}_q^{\mathrm{T}}=[\boldsymbol{I}_q\quad \boldsymbol{0}_q\quad\cdots\quad \boldsymbol{0}_q]\in R^{q\times\alpha q}$，$\boldsymbol{E}_m^{\mathrm{T}}=[\boldsymbol{I}_m\quad \boldsymbol{0}_m\quad\cdots\quad \boldsymbol{0}_m]\in R^{m\times\beta m}$，$\boldsymbol{I}_q$ 和 $\boldsymbol{I}_m$ 分别为分别是 q 阶和 m 阶单位阵，$\boldsymbol{0}_q$ 和 $\boldsymbol{0}_m$ 分别是 q 阶和 m 阶零阵.

与式 (15) 比较，有

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{A}_1&=\bar{\boldsymbol{\varSigma}}^{-1/2}\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{H}}(1)\boldsymbol{V}\bar{\boldsymbol{\varSigma}}^{-1/2}\\ \boldsymbol{B}_1&=\bar{\boldsymbol{\varSigma}}^{1/2}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_m\\ \boldsymbol{GA}&=\boldsymbol{E}_q^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}\bar{\boldsymbol{\varSigma}}^{1/2}\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

对矩阵 $\boldsymbol{A}_1$ 进行特征值分解

$$\boldsymbol{\psi}^{-1}\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{\psi}=\boldsymbol{\varLambda},\ \boldsymbol{\varLambda}=\mathrm{dig}(\bar{\lambda}_1,\bar{\lambda}_2,\cdots,\bar{\lambda}_n) \tag{21}$$

由振动理论，得到

$$\left.\begin{aligned}&\bar{\lambda}_i=\exp(-\bar{\xi}_i\bar{\omega}_iT\pm \mathrm{j}\bar{\omega}_i\sqrt{1-\bar{\xi}_i^2}T),\\ &\mathrm{j}=\sqrt{-1},\ i=1,2,\cdots,n\end{aligned}\right. \tag{22}$$

$$s_i=\frac{\ln(\bar{\lambda}_i)}{T} \tag{23}$$

其中，$\bar{\omega}_i$ 和 $\bar{\xi}_i$ 分别为动力学系统的无阻尼频率和阻尼比，T 为采样周期. 从而有

$$\bar{\omega}_i=\sqrt{[\mathrm{Re}(s_i)]^2+[\mathrm{Im}(s_i)]^2} \tag{24}$$

其中，$\mathrm{Re}(s_i)$ 和 $\mathrm{Im}(s_i)$ 分别代表 s_i 的实部和虚部. 由以上可看出，通过上述特征值分解过程可以得到原系统的各阶固有频率.

3 加速度传感器的位置优化

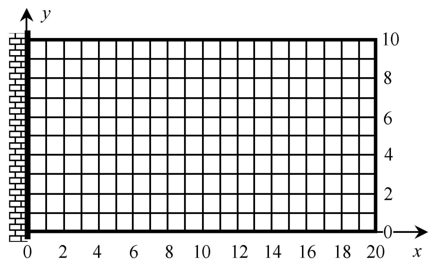
在航天器柔性帆板上布置传感器昂贵且数量有限，因此希望将传感器布置在最优的位置，以最大程度地输出帆板的振动响应. 本文采用优化方法确定加速度传感器的优化位置，其中优化算法采用粒子群方法 (particle swarm optimization，PSO). PSO 是生命科学中提出的一种基于群智能的随机优化算法，该方法具有简单易行、计算效率高、收敛速度快、并行性强、通用性高等特点，其快捷性和有效性在多个学科领域中得到了验证.

3.1 动力学方程

如图 1 所示为柔性板的结构示意图. 采用有限元法对板进行网格划分，如图 1(a) 所示，共有 n 个节点，本文数值仿真中 $n=220$. 本文只考虑板的横向弯曲振动问题，即板在 z 方向的振动，加速度传感器用于测量板的 z 方向的振动加速度值. 假定由板 z 方向的有限元节点位移所构成的向量为 $\bar{\boldsymbol{x}}$，维数为 $\bar{\boldsymbol{x}}\in R^n$. 根据模态叠加原理，有

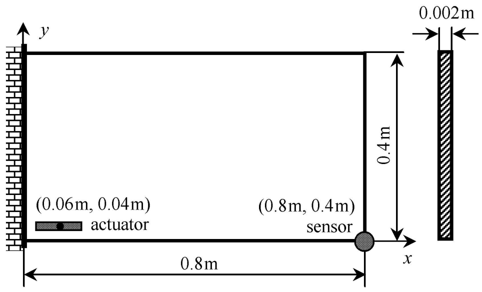
$$\bar{\boldsymbol{x}}=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{\varphi}_iq_i=\boldsymbol{\varPhi q} \tag{25}$$

其中，$\boldsymbol{\varPhi}=[\boldsymbol{\varphi}_1\quad \boldsymbol{\varphi}_2\quad\cdots\quad \boldsymbol{\varphi}_n]\in R^{n\times n}$ 为模态矩阵，$\boldsymbol{\varphi}_i\in R^{n\times 1}$ 为第 i 阶模态列向量；$\boldsymbol{q}=[q_1\quad q_2\quad\cdots\quad q_n]^{\mathrm{T}}$ 为模态坐标列向量，q_i 为第 i 阶模态坐标.



(a) 有限元网格划分和坐标

(a) FEM coordinates and girding



(b) 传感器和作动器位置

(b) Positions of sensors and actuators

图 1　柔性板示意图

Fig. 1　Sketch map of the flexible plate

假定在柔性板上布置有 l 个加速度传感器，加速度响应为

$$\bar{\ddot{\boldsymbol{x}}}(j)=\sum_{i=1}^{n}\varphi_{ji}\ddot{q}_i\,,\quad j=1,2,\cdots,l \tag{26}$$

其中，φ_{ji} 为第 i 阶模态向量中对应于加速度传感器位置的值.

第 i 阶模态振动方程可表示为

$$\ddot{q}_i+2\xi_i\omega_i\dot{q}_i+\omega_i^2q_i=0\,,\quad i=1,2,\cdots,n \tag{27}$$

其中，ω_i 为第 i 阶模态固有频率，ξ_i 为第 i 阶模态阻尼系数.

将式 (27) 转到状态空间，并考虑使用加速度传感器，得到

$$\left.\begin{aligned}\dot{\bar{\boldsymbol{y}}}&=\bar{\boldsymbol{A}}\bar{\boldsymbol{y}}\\ \bar{\boldsymbol{z}}&=\bar{\boldsymbol{C}}\bar{\boldsymbol{y}}\end{aligned}\right\} \tag{28}$$

其中，$\bar{\boldsymbol{y}}=[\dot{q}_1\quad\omega_1q_1\quad\cdots\quad\dot{q}_n\quad\omega_nq_n]^{\mathrm{T}}$，$\bar{\boldsymbol{A}}=\mathrm{dig}(\bar{\boldsymbol{A}}_i)$，$\bar{\boldsymbol{A}}_i=\begin{bmatrix}-2\xi_i\omega_i & -\omega_i\\ \omega_i & 0\end{bmatrix}$；$\bar{\boldsymbol{z}}$ 为系统加速度信号输出列阵，$\bar{\boldsymbol{C}}=[\bar{\boldsymbol{C}}_1^{\mathrm{T}}\quad\bar{\boldsymbol{C}}_2^{\mathrm{T}}\quad\cdots\quad\bar{\boldsymbol{C}}_m^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$\bar{\boldsymbol{C}}_j=[\bar{\boldsymbol{C}}_{j1}\quad\bar{\boldsymbol{C}}_{j2}\quad\cdots\quad\bar{\boldsymbol{C}}_{jn}]$，$\bar{\boldsymbol{C}}_{ji}=\begin{bmatrix}0 & \dfrac{\varphi_{ji}}{\omega_i}\end{bmatrix}\bar{\boldsymbol{A}}_i$，$j=1,2,\cdots,l$. 矩阵 $\bar{\boldsymbol{C}}$ 决定传感器的位置，参数 $\bar{\boldsymbol{z}}$ 代表传感器所在位置的加速度值.

3.2 传感器配置准则

文献 [14] 中定义了一种有效的配置传感器的准则，该准则取决于椭圆体的几何特性. 在这种准则中，目标函数值越高，代表系统的可观度越好，因此最大的目标函数值就决定了最好的传感器位置. 该准则形式如下

$$Crit=\mathrm{trace}(\boldsymbol{W}_o)\sqrt[2n]{\det\boldsymbol{W}_o}/\sigma(\lambda_i) \tag{29}$$

其中，$\boldsymbol{W}_o$ 为系统的可观 Gramian 矩阵；$\sigma(\lambda_i)$ 是可观 Gramian 矩阵 $\boldsymbol{W}_o$ 特征值的标准差，其作用是为了惩罚那些同时具有很大和很小特征值的位置，λ_i 为矩阵 $\boldsymbol{W}_o$ 的特征值；$\mathrm{trace}(\boldsymbol{W}_o)$ 为矩阵 $\boldsymbol{W}_o$ 的迹，代表着结构传递给传感器的能量；$\sqrt[2n]{\det\boldsymbol{W}_o}$ 代表特征值的几何平均值，也就是椭圆体的容积，其中 $\det\boldsymbol{W}_o$ 为矩阵行列式，n 为系统的自由度数. $\boldsymbol{W}_o$ 满足 Lyapunov 方程

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{W}_o+\boldsymbol{W}_o\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{C}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{0} \tag{30}$$

3.3 优化算法

在采用可观 Gramian 矩阵进行位置寻优时，每次迭代计算中需要求解 Laypunov 方程，当系统自由度较大或对多个传感器进行位置寻优时，计算量将急剧上升，致使常规的遍历法的计算耗时非常长，而且由于计算机的计算误差累计有可能导致数据产生溢出. 现代优化算法的出现，如遗传算法、粒子群算法等，为解决上述优化计算问题提供了可能. 粒子群优化算法是一种基于群智能的演化计算方法，它源于鸟群群体运动行为的研究. 在 PSO 中，每个解都是搜索空间中的一只 “鸟”，称之为 “粒子”. 假设在一个 D 维的搜索空间中，有 $\bar{m}$ 个粒子组成一个群落，PSO 初始化为一群随机粒子，然后通过迭代找到最优解. 在每一次迭代中，粒子通过跟踪两个 “极值” 来更新自己：第一个就是粒子本身所找到的最优解，称之为个体极值 p_{Best}；另一个极值是整个种群目前找到的最优解，称之为全局极值 g_{Best}. 粒子 i 的位置为 $\boldsymbol{x}_i(t)=[x_{i,1}(t),x_{i,2}(t),\cdots,x_{i,D}(t)]^{\mathrm{T}}$，粒子的每一维位置 $x_{i,d}$ 均被限制在 $[x_{d\min},x_{d\max}]$. 速度为 $\boldsymbol{v}_i(t)=[v_{i,1}(t),v_{i,2}(t),\cdots,v_{i,D}(t)]^{\mathrm{T}}$，粒子的每一维速度 $v_{i,d}$ 都会被限制在 $[-v_{\max},v_{\max}]$ 之间. 个体极值表示为 $\boldsymbol{p}_i(t)=[p_{i,1}(t),p_{i,2}(t),\cdots,p_{i,D}(t)]^{\mathrm{T}}$，可以看作是粒子自己的飞行经验. 全局极值表示为 $\boldsymbol{p}_g(t)=[p_{g,1}(t),p_{g,2}(t),\cdots,p_{g,D}(t)]^{\mathrm{T}}$，可以看作群体经验. 粒子

就是通过自己的经验和群体经验来决定下一步的运动. 每一个粒子是按照下述两式进行变化的

$$\left.\begin{aligned}&v_{i,d}(t+1)=\hat{\omega}v_{i,d}(t)+c_1r_1[p_{i,d}(t)-x_{i,d}(t)]+\\&\qquad c_2r_2[p_{g,d}(t)-x_{i,d}(t)]\\&x_{i,d}(t+1)=x_{i,d}(t)+v_{i,d}(t+1)\end{aligned}\right\}\tag{31}$$

式中，$i=1,2,\cdots,\bar{m}$; $d=1,2,\cdots,D$；$\hat{\omega}$ 是非负数，称为惯性因子，较大的 $\hat{\omega}$ 适用于大范围搜索，较小的 $\hat{\omega}$ 适用于小范围搜索；加速因子 c_1 和 c_2 分别调节向 $p_{\rm Best}$ 和 $g_{\rm Best}$ 方向飞行的最大步长，合适的 c_1 和 c_2 可以加快收敛且不易陷入局部最优；r_1 和 r_2 为 [0, 1] 之间的随机数. 由上式可以看出，公式主要通过 3 部分来计算粒子 i 速度的更新：粒子 i 前一个时刻的速度 $v_{i,d}(t)$，粒子 i 当前位置与自身历史最优位置之间的距离 $(p_{i,d}(t)-x_{i,d}(t))$，粒子 i 当前位置与群体历史最优位置之间的距离 $(p_{g,d}(t)-x_{i,d}(t))$. 粒子移动的原理如图 2 所示. 详细的 PSO 计算流程可参考文献 [15].

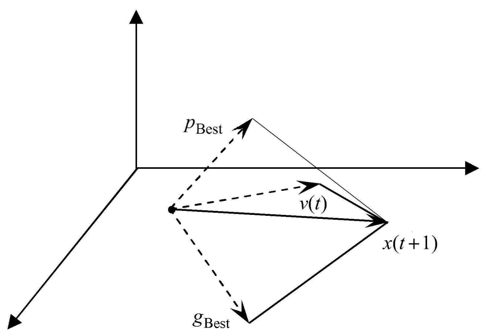


图 2 粒子移动的原理示意图

Fig. 2 Sketch map of the move of particle

4 数值仿真

本节进行数值仿真. 如图 1 所示，柔性板尺寸为 800 mm×400 mm×2 mm，弹性模量 16.0 GPa，泊松比 0.3，密度 1.73×10^3 kg/m^3. 首先考虑加速度传感器在板上的优化位置问题. 在采用 PSO 时，取式 (31) 中参数为：$c_1=c_2=2$，$v_{\max}=5$，$\hat{\omega}$ 根据计算迭代步数从 0.9 到 0.5 线性递减. 采用有限元方法对板进行网格划分，如图 1(a) 所示，总共有 220 个节点，方程 (30) 中 Gramian 矩阵 $\boldsymbol{W}_o$ 的维数为 440×440. 表 1 为采用不同数量加速度传感器时它们在板上的优化位置坐标，坐标示意图如图 1(a) 所示. 由表 1 中结果可看出，无论采用多少个加速度传感器，它们的最优位置都在柔性板的自由端上，这符合物理意义上的解释，自由端上将具有大的加速度值. 在此值得说明的是，加速度传感器的优化位置与板的有限元网格划分相关，网格划分的越细，则最优位置越精确.

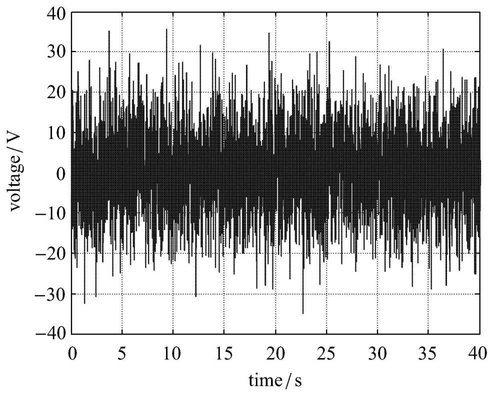
表 1 加速度传感器的优化位置

Table 1 The optimal positions of acceleration sensors

Number	1	2	3	4	5	6
optimal positions	(20,0)	(20,0)	(20,0)	(20,0)	(20,0)	(20,0)
		(20,10)	(20,5)	(20,5)	(20,5)	(20,5)
			(20,10)	(20,7)	(20,6)	(20,6)
				(20,10)	(20,9)	(20,7)
					(20,10)	(20,9)
						(20,10)

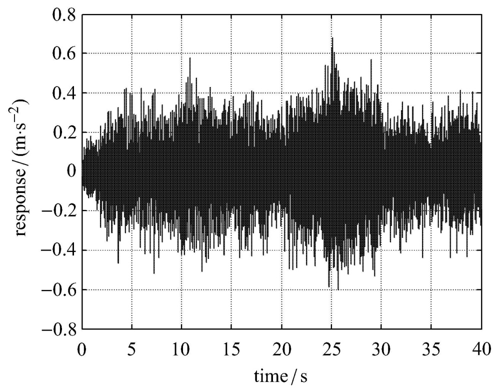
然后考虑柔性板固有频率的辨识问题. 为简单计，本文在此考虑单输入和单输出问题，即在板上采用一个作动器激励起板的响应，采用一个加速度传感器测量板的响应，因此方程 (1) 中外部激励的个数和系统输出的个数都为 1，即 $m=q=1$，而且式 (16) 中的单位脉冲响应函数 $h(k)$ 为标量. 作动器采用压电片形式，压电材料参数为：密度 7.6×10^3 kg/m^3，弹性模量 63 GPa，压电片尺寸 60 mm×15 mm×0.5 mm，压电应变常数 1.75×10^{-10} m/V. 压电作动器在板上的位置坐标为 (0.06 m, 0.04 m)，如图 1(b) 所示，该坐标值也是采用 PSO 方法确定出来的，详见文献 [16-17]. 一个加速度传感器位于板的自由端，如图 1(b) 所示. 假设柔性板处于零初始状态，通过压电作动器给板施加一个白噪声电压激励，通过自由端的加速度传感器得出板的响应输出，数据采样周期取值为 0.01 s，由采样定理可知，可辨识的系统固有频率为采样频率一半值以下的频率值，即小于 50 Hz 的频率值. 辨识计算中，取式 (16) 中 $\alpha=20$；采用 0~40 s 的数据构造 Hankel 矩阵，因此 Hankel 矩阵的维数 $20\times3\,979$. 系统的输入和输出数据图形如图 3 所示. 采用本文中的 OKID 和 ERA 方法，可以计算得到柔性板的固有频率，如表 2 中第 3 列结果所示，第 2 列为柔性板的真实固有频率值. 由表 2 中结果可看出，ERA 方法能够有效地辨识出柔性板的固有频率，并且具有较高的辨识精度.

下面考虑外部激励为正弦激励和脉冲激励的情况. 当外部激励为 $100\sin(10t)$V 时，系统的输入和输出数据图形如图 4 所示. 图 5 为初始时刻系统受到幅值为 100 V 的脉冲激励作用下的加速度响应输出. 对于脉冲激励的情况，可以直接采用 ERA 方法进行参数辨识. 这两种外部激励下的固有频率辨识结果如表 2 中所示，可以看出，辨识结果具有较高的精



(a) 压电电压

(a) Voltage of PZT



(b) 板的加速度响应

(b) Acceleration of the plate

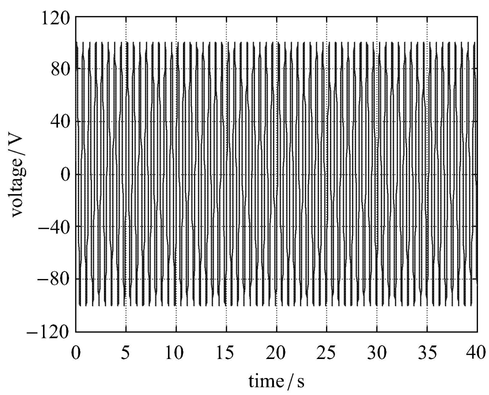
图 3　白噪声激励下板的输入和输出

Fig. 3　The input and output of the plate under white noise excitation

表 2　固有频率辨识结果

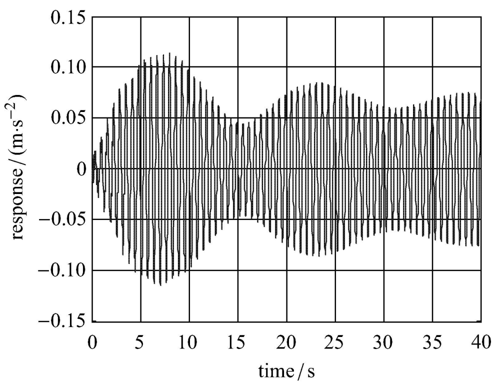
Table 2　The identification results of natural frequencies

Mode order	Theoretical results/Hz	White noise		Sine		Pulse	
		identification results/Hz	error /%	identification results/Hz	error /%	identification results/Hz	error /%
1	1.524	1.528	0.262 5	1.528	0.262 5	1.528	0.262 5
2	6.566	6.584	0.274 1	6.584	0.274 1	6.584	0.274 1
3	9.506	9.532	0.273 5	9.532	0.273 5	9.532	0.273 5
4	21.353	21.411	0.271 6	21.411	0.271 6	21.411	0.271 6
5	26.372	26.444	0.273 0	26.444	0.273 0	26.443	0.269 2
6	40.698	40.809	0.272 7	40.816	0.289 9	40.808	0.270 3
7	41.261	41.373	0.271 4	41.373	0.271 4	41.373	0.271 4



(a) 压电电压

(a) Voltage of PZT



(b) 板的加速度响应

(b) Acceleration of the plate

图 4　正弦激励下板的输入和输出

Fig. 4　The input and output of the plate under sine excitation

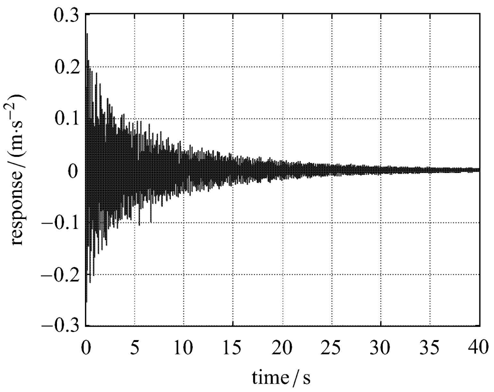


图 5 脉冲激励下板的加速度输出响应

Fig. 5 The output of acceleration of the plate under pulse excitation

度，这进一步验证了本文方法的有效性. 表 2 中的辨识结果同时验证了 OKID 方法的可靠性，即使外部激励不是脉冲激励，也可以通过 OKID 方法可靠地得到系统的单位脉冲响应值，进而可以采用 ERA 方法辨识系统的固有参数.

5 结 论

本文对柔性板的挠性参数的辨识技术进行了研究，其中系统输出信号采用加速度传感器形式，辨识方法采用 OKID 和 ERA 方法. 该辨识技术是直接根据系统的输入和输出数据进行系统挠性参数的辨识，无需预先进行动力学建模，因此该技术适用于复杂结构的固有参数辨识，而且所得参数将更加能够反映真实情况. 该技术尤其适用于航天器挠性参数的在轨辨识. 文中还采用 PSO 方法给出了加速度传感器在柔性板的最优位置的确定方法. 仿真结果显示，粒子群方法能够有效地确定出传感器在板上的优化位置，ERA 方法能够有效地辨识出结构的挠性参数.

参 考 文 献

1 Tobin A, Greg A. On-orbit modal identification of the Hubble space telescope. In: Proceeding of the American Control Conference, Seattle Washington, June, l995. 402-406

2 Mohamed K, Scot M, Sydney H, et al. Shuttle-ISS Flight-7A on Orbit Test Verification: Pre and Post Flight Analysis. Seattle, Washington: The Society for Experimental Mechanics, The Boeing Company, 2003

3 Shuichi A, Isao Y. On-orbit system identification experiments on Engineering Test Satellite-VI. *Control Engineering Practice*, 1999, 7: 831-841

4 Kim HM, Kaouk M. Mir structural dynamics experiment: First test and model refinement. In: Proceedings of the 40th SDM Conference, St. Louis, MO, April, 1999, AIAA-99-1453

5 周舟, 陆秋海, 任革学等. 低密频太阳能帆板动力学参数在轨辨识和振动控制. 工程力学, 2004, 21(3): 84-89 (Zhou Zhou, Lu Qihuai, Ren Gexue, et al. On-orbit identification and vibration control for solar arrays with low and close frequencies. *Engineering Mechanics*, 2004, 21(3): 84-89 (in Chinese))

6 赵寿根, 程伟, 姚军等. 利用在轨航天器扰动响应辨识其动力学参数的研究. 振动与冲击, 2005, 24(6): 65-67 (Zhao Shougen, Cheng Wei, Yao Jun, et al. Investigation in identification system for dynamics characteristics of space vehicles using perturbation response. *Journal of Vibration and Shock*, 2005, 24(6): 65-67 (in Chinese))

7 黎康, 张洪华. 仅利用输出信号的挠性航天器模态参数子空间在轨辨识算法. 航天控制, 2005, 23(2): 27-30 (Li Kang, Zhang Honghua. Modal parameter identification for flexible spacecraft using output-only subspace algorithm. *Aerospace Control*, 2005, 23(2): 27-30 (in Chinese))

8 谢永. 柔性结构的低维建模与主动控制研究. [硕士论文]. 上海: 上海交通大学，2012 (Xie Yong. Low dimensional modeling and active control of flexible structures. [Master Thesis]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2012 (in Chinese))

9 Juang JN, Phan M, Horta LG, et al. Identification of observer/Kalman filter Markov parameters: Theory and experiments. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1993, 16: 320-329

10 Juang JN, Phan M. Identification and Control of Mechanical Systems. New York: Cambridge University Press, 2001

11 刘松, 蔡国平, 董兴建. 海洋平台的时域低维建模与主动控制研究. 力学学报, 2011, 43(4): 737-745 (Liu Song, Cai Guoping, Dong Xingjian. Time-domain dynamic modeling and active control of offshore platform. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011, 43(4): 737-745 (in Chinese))

12 Juang JN, Pappa RS. An Eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and modal reduction. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1985, 8(5): 620-627

13 李惠彬. 大型工程结构模态参数识别技术. 北京: 北京理工大学出版社, 2007 (Li Huibin. Model Parameter Identification Technology of Large Engineering Structures. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2007 (in Chinese))

14 Leleu S, Abou-Kandil H, Bonnassieux Y. Piezoelectric actuators and sensors location for active control of flexible structures. IEEE Transaction on Instrument and Measurement, 2001, 50(6): 1577-1582

15 潘继. 结构作动器/传感器的优化配置及其主动控制研究. [硕士论文]. 上海: 上海交通大学，2008 (Pan Ji. Optimized locations of actuator/sensor and active control of structures. [Master Thesis]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2008 (in Chinese))

16 Zhao T, Chen LX, Cai GP. Experimental study of H∞ control of flexible plate with time delay. *Shock and Vibration*, 2013, 20: 227-246

17 Chen LX, Cai GP, Pan J. Experimental study of delayed feedback control for a flexible plate. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 322(4-5): 629-651

(责任编辑: 周冬冬)

PARAMETER IDENTIFICATION OF FLEXIBLE PLATE BASED ON THE ACCELERATION OUTPUT [1)]

Xie Yong　Liu Pan　Cai Guoping[2)]

(*Department of Engineering Mechanics*，*State Key Laboratory of Ocean Engineering*，*Shanghai Jiaotong University*，*Shanghai* 200240，*China*)

Abstract　This paper studies the parameter identification using a flexible plate as research object. An eigensystem realization algorithm (ERA) based on the output of acceleration sensors is investigated and the optimal positions of sensors on the plate are studied using the particle swarm optimization (PSO). Simulation results indicate that the PSO may effectively determine the optimal positions of sensors on the plate, and the plate parameter may be identified accurately using the ERA.

Key words　flexible plate, parameter identification, acceleration signal

Received 22 April 2013, revised 13 June 2013.

1) The project was supported by the Key Project (11132001) and the General Projects (11072146, 11002087, 11272202) of the National Natural Science Foundation of China, the Aviation Science Foundation of China (20120157002), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20110073110008), and the Key Scientific Project of Shanghai Municipal Education Commission (14ZZ021).

2) Cai Guoping, professor, research interests: structural dynamics and control, and spacecraft dynamics and control. E-mail：caigp@sjtu.edu.cn