

蜂窝层芯夹层板结构振动与传声特性研究<sup>1)</sup>任树伟 辛锋先 卢天健<sup>2)</sup>

(西安交通大学航天航空学院机械结构强度与振动国家重点实验室, 西安 710049)

**摘要** 蜂窝层芯夹层板应用于飞行器、高速列车等交通工具的主体及底板结构时需要考虑其振动及隔声特性. 针对声压激励下的四边简支蜂窝层芯夹层板结构, 应用基于 Reissner 夹层板理论的结构振动方程建立了的声振耦合理论模型 (声压以简支模态双级数的形式引入振动控制方程), 结合流固耦合条件求解了声振耦合系统控制方程, 应用有限元模拟对理论预测进行了验证. 基于理论模型的数值计算结果, 系统研究了蜂窝层芯夹层板结构的振动特性和传声特性, 刻画了层芯厚度、蜂窝壁厚、夹层板面内尺寸和声压入射角度等关键系统参数对夹层板振动和传声特性的影响, 为此类结构的工程优化设计提供了必要的理论参考.

**关键词** 蜂窝层芯夹层板, 简支边界, 结构振动, 传声损失, 理论模型

中图分类号: O327 文献标识码: A DOI: 10.6052/0459-1879-12-280

## 引 言

蜂窝层芯夹层板结构具有优良的力学特性, 可同时满足轻质、结构刚度/强度寿命要求以及复杂形状的成型工艺要求, 被广泛用作航空航天飞行器、舰船的外壳结构以及高速列车等交通工具的主体及底板结构<sup>[1-6]</sup>. 由于蜂窝层芯夹层板所处的工况环境使其经常面临振动载荷和声压载荷激励, 故有必要深入研究其振动和隔声特性.

针对夹层板结构振动特性的研究主要有 Reissner 理论、Hoff 理论和 Прысаков-杜庆华理论<sup>[7]</sup>, 但考虑夹层板结构振动和声学耦合的研究还不够充分. 从中厚板 (Mindlin 板) 理论<sup>[8-10]</sup>入手并考虑结构的剪切变形, Wang 等<sup>[8]</sup>建立了无限大正交异性夹层板的振动控制方程, 发现剪切刚度对夹层板的传声特性影响显著, 在进行理论建模和夹层板优化设计时不可忽略, 但该研究的不足之处是未考虑边界条件的影响; 考虑上/下面板与层芯的相互作用<sup>[11-18]</sup>, Xin 等<sup>[11]</sup>建立了有限大双层隔板结构 (层芯为封闭的空气腔) 的理论模型, 实现了对此种结构的全面考察 (含边界条件), 同时发现声速势能法具有很好的拓展性, 经过进一步发展可应用于平行加筋夹层板及正交加筋夹层板的振动与隔声研究. 基于 Hamilton 变分原理<sup>[19-20]</sup>, Ruzzene<sup>[19]</sup>建立了蜂窝层芯夹层

板的振动和声辐射性能的有限元模型, 重点讨论了蜂窝几何参数对结构振动和声辐射的影响; 相较于直接由商业软件建立的有限元模型, 该模型减少了单元数量且提高了数值计算精度. 最近, Zhou 等<sup>[21]</sup>应用统计能量分析法研究了复杂夹层结构-泡沫填充蜂窝夹层板的传声损失, 其精确性依赖于模态密度、内部损耗因子以及结构的耦合损耗因子参数的准确估量. 此外, Palumbo 等<sup>[22]</sup>通过实验研究发现, 增加蜂窝层芯中的空洞和凹陷可提高蜂窝夹层板的传声损失, 但未解释其物理机制.

综上, 针对有限大蜂窝层芯夹层板结构的声振耦合行为, 国内外目前尚未开展理论建模研究. 相对于数值模拟, 理论建模不仅可节省计算时间, 还可为数值模拟和结构优化设计提供理论参考, 并进一步揭示物理机理. 有鉴于此, 针对简谐声压激励作用下的四边简支蜂窝层芯夹层板结构, 基于 Reissner 夹层板理论的振动控制方程, 本文建立了声振耦合理论模型: 该模型采用了由应变能等效原理得到的层芯等效弹性参数, 考虑了蜂窝层芯的剪切变形; 将声压激励载荷以简支模态级数的形式引入振动控制方程, 结合流固耦合条件, 对控制方程进行了数值求解. 为验证理论模型的正确性, 分别应用商业软件 ANSYS 和 LMS Virtual. Lab Acoustics 对四边简支蜂窝层芯夹层板结构进行了振动和声学特性模拟.

2012-10-19 收到第 1 稿, 2012-12-12 收到修改稿.

1) 国家重点基础研究发展计划 (2011CB6103005), 国家自然科学基金 (11102148, 11072188, 11021202) 和中央高校基本科研专项基金 (xjj2011005) 资助项目.

2) 卢天健, 教授, 主要研究方向: 固体力学、轻质多孔材料振动与噪声控制. E-mail: tjlu@mail.xjtu.edu.cn

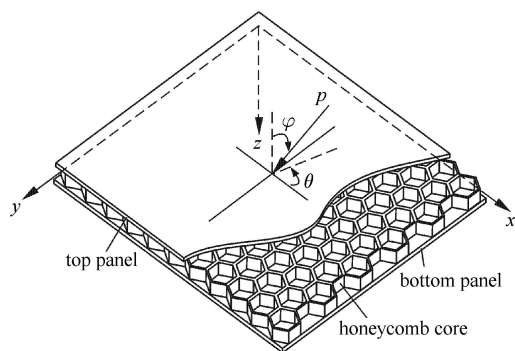
最后, 基于理论模型, 系统研究了层芯厚度、蜂窝壁厚、夹层板面内尺寸、声压入射角度等对蜂窝层芯夹层板振动和传声特性的影响及其物理机制.

## 1 理论模型

### 1.1 问题说明

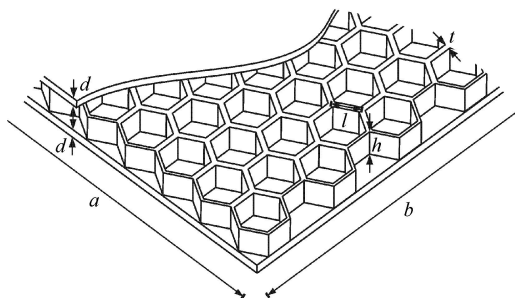
考虑如图 1 所示的四边简支蜂窝层芯夹层板 ( $xy$  平面位于夹层板中面), 由铝制的上面板、下面板和正六边形蜂窝层芯胶结组成. 主要几何参数包括: 上下面板的厚度  $d$ 、长度  $a$ 、宽度  $b$ , 蜂窝层芯的厚度  $h$ , 蜂窝壁的长度  $l$ 、厚度  $t$ . 假设上/下面板均为薄板, 满足  $d \ll h$ . 简谐平面声波  $p$  以仰角  $\varphi$  和方位角  $\theta$  斜入射到上面板并诱发振动, 该振动通过蜂窝层芯的结构连接引发下面板振动, 进而辐射声波 (图 1).

通常, 蜂窝层芯充盈着空气. Xin 等<sup>[13]</sup> 的理论研究发现: 相对于层芯与上/下面板的结构连接, 蜂窝层芯中的空气与面板之间的流固耦合作用属于弱连接, 对结构整体的振动和声学特性影响较小. 本文将应用结构的整体振动控制方程而忽略蜂窝层芯中空气的影响.



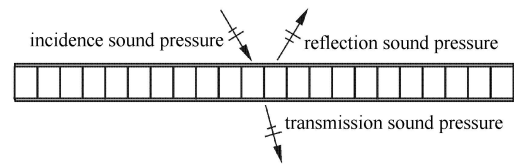
(a) 整体图

(a) Global view



(b) 局部放大图

(b) Partial enlarged view



(c) 侧视图

(c) Side view

图 1 四边简支蜂窝层芯夹层板结构传声示意图

Fig. 1 Schematic of sound transmission through a rectangular, simply supported honeycomb sandwich panel

### 1.2 振动理论模型

鉴于上/下面板均为薄板, 故认为应力沿面板厚度均匀分布, 即假定面板处于薄膜应力状态, 仅承受面内轴力, 不承受横向剪力. 由于层芯相对较软, 故忽略层芯中平行于  $xy$  平面的应力分量 ( $\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0$ ), 即假定层芯仅承受横向剪力. 此外, 假定垂直于夹层板中面 ( $z = 0$ ) 的直线段在变形后仍为直线段, 但不再垂直于挠曲后的中面:  $\varphi_x, \varphi_y$  代表变形前垂直于中面的直线段在变形后的转角,  $w$  代表中面的挠度.

应用 Reissner 夹层板理论, 板中合力矩、合剪力与广义位移  $\varphi_x, \varphi_y$  和  $w$  的关系可表示如下

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -D \left( \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \nu_f \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right) \\ M_y &= -D \left( \nu_f \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right) \\ M_{xy} &= -\frac{1}{2} D (1 - \nu_f) \left( \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} \right) \\ Q_x &= C \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \varphi_x \right) \\ Q_y &= C \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \varphi_y \right) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, 夹层板抗弯刚度  $D = \frac{E_f (h + d)^2 d}{2(1 - \nu_f^2)}$ , 层芯剪切刚度  $C = G_e h$ . 由应变能等效原理可得层芯等效剪切模量  $G_e = G_x = G_y = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{t}{l} G_f$ , 其中  $E_f, \nu_f$  和  $G_f$  分别代表面板材料的弹性模量、泊松比和剪切弹性模量.

基于 Reissner 夹层板理论, 蜂窝层芯夹层板沿 3 个坐标方向的平衡方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x &= 0 \\ \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y &= 0 \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中,  $\rho = h\rho_e + 2d\rho_f$  为夹层板单位面积的质量,  $\rho_e$  是蜂窝层芯的等效密度,  $\rho_f$  是面板的密度。

将式 (1) 代入式 (2) 可得 3 个基本变量  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$  和  $w$  的耦合方程组, 但过程繁复且不易求解。为了简化方程, 引入位移函数  $\varpi$  和  $f$ , 将广义位移  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$  和  $w$  表示如下

$$\left. \begin{aligned} \varphi_x &= \frac{\partial \varpi}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \\ \varphi_y &= \frac{\partial \varpi}{\partial y} - \frac{\partial f}{\partial x} \\ w &= \varpi - \frac{D}{C} \nabla^2 \varpi \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

将式 (3) 代入耦合方程组, 可得夹层板的振动控制方程

$$\left. \begin{aligned} D \nabla^2 \nabla^2 \varpi + \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \varpi - \frac{D}{C} \nabla^2 \varpi \right) &= q \\ \frac{D}{2} (1 - \nu_f) \nabla^2 f - C f &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

对如图 1 所示的长为  $a$  ( $x$  方向)、宽为  $b$  ( $y$  方向) 的四边简支夹层板, 其边界条件为

$$\left. \begin{aligned} x=0, a: w=0, M_x=0, \varphi_y=0 \\ y=0, b: w=0, M_y=0, \varphi_x=0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

采用位移函数  $\varpi$ ,  $f$  表示, 则边界条件变为

$$\left. \begin{aligned} x=0, a: \varpi &= \frac{\partial^2 \varpi}{\partial x^2} = \frac{\partial^4 \varpi}{\partial x^4} = 0, \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ y=0, b: \varpi &= \frac{\partial^2 \varpi}{\partial y^2} = \frac{\partial^4 \varpi}{\partial y^4} = 0, \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

在四边简支条件下,  $f \equiv 0$ , 同时令载荷  $q = 0$ , 则振动控制方程 (4) 可简化为

$$D \nabla^2 \nabla^2 \varpi + \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \varpi - \frac{D}{C} \nabla^2 \varpi \right) = 0 \quad (7)$$

设满足边界条件 (6) 和控制方程 (7) 的试函数为

$$\varpi = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{j\omega_{mn}t} \quad (8)$$

其中,  $A_{mn}$  为待定系数,  $\omega_{mn}$  为蜂窝层芯夹层板无阻尼振动的圆频率,  $j = \sqrt{-1}$ 。将式 (8) 代入式 (7) 可得

$$\omega_{mn}^2 = \frac{D\pi^4}{\rho a^4} \frac{(m^2 + \lambda^2 n^2)^2}{1 + \kappa^2 (m^2 + \lambda^2 n^2)}, \quad m, n = 1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

式中,  $\kappa$  为夹层板的无量纲参数,  $\lambda$  为边长比, 其表达式分别为

$$\kappa = \frac{\pi}{a} \sqrt{\frac{D}{C}}, \quad \lambda = \frac{a}{b} \quad (10)$$

由此可得蜂窝夹层板结构的固有振动频率为

$$f_{mn} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D\pi^4}{\rho a^4} \frac{(m^2 + \lambda^2 n^2)^2}{1 + \kappa^2 (m^2 + \lambda^2 n^2)}}, \quad m, n = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

### 1.3 传声理论模型

图 1 中, 入射到上面板的平面简谐激励声压可表示为

$$p_i(x, y, t) = p_0 e^{j(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)} \quad (12)$$

式中,  $p_0$  为入射声压幅值,  $\omega$  为声波的圆频率,  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  为波数在  $x$ ,  $y$ ,  $z$  方向上的分量, 分别为

$$\left. \begin{aligned} k_x &= k_0 \sin \varphi \cos \theta \\ k_y &= k_0 \sin \varphi \sin \theta \\ k_z &= k_0 \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中,  $k_0 = \omega/c$  为空气中声波的数量,  $c$  为声波在空气中的传播速度。

考虑简支边界条件对结构振动的影响, 将反射声压 (图 1) 表示为简支模态级数

$$p_r(x, y, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_{mn} \varphi_{mn} e^{j(\omega t + k_z z)} \quad (14)$$

其中,  $\beta_{mn}$  为第  $mn$  阶反射声压的振幅,  $\varphi_{mn} = \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$ 。

同理, 透射声压 (图 1) 也可表示为

$$p_t(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_{mn} \varphi_{mn} e^{j(\omega t - k_z z)} \quad (15)$$

其中  $\varepsilon_{mn}$  第  $mn$  阶透射声压的振幅。

考虑入射、反射及透射声压对夹层板的激励作用, 则结构整体振动控制方程为

$$\begin{aligned} D \nabla^2 \nabla^2 \varpi + \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \varpi - \frac{D}{C} \nabla^2 \varpi \right) &= \\ p_i(x, y, -(h/2 + d), t) + \\ p_r(x, y, -(h/2 + d), t) - \\ p_t(x, y, h/2 + d, t) \end{aligned} \quad (16)$$

为了表示形式的一致性和方程求解的可行性, 将入射声压进行如下傅里叶变换

$$p_0 e^{j(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} I_{mn} \varphi_{mn} e^{j(\omega t - k_z z)} \quad (17)$$

其中

$$I_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b p_0 e^{j(-k_x x - k_y y)} \varphi_{mn} dx dy \quad (18)$$

进一步积分可得

$$I_{mn} = \frac{4mn\pi^2 (e^{-jk_x a} \cos m\pi - 1)(e^{-jk_y b} \cos n\pi - 1)}{[(k_x a)^2 - (m\pi)^2][(k_y b)^2 - (n\pi)^2]} \quad (19)$$

在流体介质与蜂窝层芯夹层板上/下面板相邻的交界面上, 紧邻的流体质点与固体质点在垂直于交界面方向的速度分量应该相等, 即满足流固耦合条件

$$\left. \begin{aligned} z = -(h/2 + d) : \quad \frac{\partial(p_i + p_r)}{\partial z} &= \rho_0 \omega^2 w \\ z = h/2 + d : \quad \frac{\partial p_i}{\partial z} &= \rho_0 \omega^2 w \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中  $\rho_0$  为空气的密度.

将式 (12), (14), (15) 代入式 (20), 同时考虑式 (3) 和式 (8), 可得  $\beta_{mn}$ ,  $\varepsilon_{mn}$  与  $A_{mn}$  的关系式如下

$$\beta_{mn} = \frac{\rho_0 \omega^2 (B_{mn} D/C + 1) A_{mn} + j k_z I_{mn} e^{jk_z(h/2+d)}}{j k_z e^{-jk_z(h/2+d)}} \quad (21)$$

$$\varepsilon_{mn} = \frac{\rho_0 \omega^2 (B_{mn} D/C + 1) A_{mn}}{-j k_z e^{-jk_z(h/2+d)}} \quad (22)$$

其中  $B_{mn} = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$ .

分别将式 (21), (22) 代入式 (14) 和 (15), 再将式 (12), (14) 和式 (15) 代入式 (16), 可解出

$$A_{mn} = \frac{2I_{mn} e^{jk_z(h/2+d)}}{DB_{mn}^2 - \omega^2 \left(\rho - \frac{2j\rho_0}{k_z}\right) \left(\frac{D}{C} B_{mn} + 1\right)} \quad (23)$$

进一步将式 (23) 代入式 (21) 和式 (22), 可得

$$\beta_{mn} = \left\{ \frac{2j\rho_0 \omega^2 \left(\frac{D}{C} B_{mn} + 1\right) e^{jk_z(h+2d)}}{k_z \left[ \omega^2 \left(\rho - \frac{2j\rho_0}{k_z}\right) \left(\frac{D}{C} B_{mn} + 1\right) - DB_{mn}^2 \right]} + e^{jk_z(h+2d)} \right\} I_{mn} \quad (24)$$

$$\varepsilon_{mn} = \frac{2j\rho_0 \omega^2 \left(\frac{D}{C} B_{mn} + 1\right) e^{jk_z(h+2d)}}{k_z \left[ DB_{mn}^2 - \omega^2 \left(\rho - \frac{2j\rho_0}{k_z}\right) \left(\frac{D}{C} B_{mn} + 1\right) \right]} I_{mn} \quad (25)$$

本文定义传声损失 (sound transmission loss, STL) 为

$$STL = 10 \lg \left( \frac{W_i}{W_t} \right) \quad (26)$$

式中,  $W_i$  和  $W_t$  分别代表入射声压和透射声压的声功率. 入射声功率定义为

$$W_i = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \iint_A p_i v_i^* dA \quad (27)$$

式中,  $*$  代表复数共轭标志,  $v_i = p_i/(\rho_0 c)$  是当地流体质点速度. 与此类似, 透射声功率定义为

$$W_t = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \iint_A p_t v_t^* dA \quad (28)$$

其中  $v_t = p_t/(\rho_0 c)$  为当地流体质点速度.

其中入射声功率与透射声功率的比值可表示为双级数中各项系数的模的平方和之比

$$\frac{W_i}{W_t} = \frac{\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} |I_{mn}|^2}{\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} |\varepsilon_{mn}|^2} \quad (29)$$

## 2 数值模拟

采用数值方法进行声学模拟对网格尺寸有特殊的要求: 对线性有限元和边界元模型而言, 最大单元通常需小于最高计算频率点处波长的 1/6; 对二次单元而言, 最大单元通常需小于最高计算频率点处波长的 1/3. 但实际计算中发现, 二次单元也应按照线性单元的标准来划分, 甚至应该更加细密. 声音在空气中的传播速度为 340 m/s, 声学模拟中最高计算频率一般为 10 kHz. 由现行公式估算的最大单元应小于 5.7 mm, 但实际计算发现应小于 4 mm.

考虑到建模和网格划分的可行性、便捷性及工程实际, 本文设蜂窝边长为 8 mm; 蜂窝层芯厚度为 6 mm; 蜂窝壁厚为 0.866 mm; 面板长 ( $x$  方向) 152.4 mm、宽 ( $y$  方向) 136.0 mm、厚 1 mm. 铝材料常数  $E_f = 71 \text{ GPa}$ ,  $\nu_f = 0.33$ ,  $\rho_f = 2810 \text{ kg/m}^3$ .

面板和层芯的胶合近似于固定连接, 故可在建模时对面板和层芯进行耦合, 使两者完全固定连接. 为了尽量使四边简支边界条件与实际情况相似, 仅对夹层板 4 个边界面上的节点施加  $z$  方向约束: 虽然此种施加方式会导致模拟结果中出现  $xy$  平面内的模态, 但该模态不会影响声学模拟结果, 只需将此种



模态舍去即可. 求解方法选择模态叠加法, 计算模态数和拓展模态数均设为 18. 计算结束后可查看夹层板的固有频率. 表 1 给出了相同参数设置条件下的数值模拟解与理论解.

表 1 理论解与数值模拟解对比

Table 1 Theoretical prediction versus numerical simulation

| Mode | (m,n) | Numerical<br>simulation/Hz | Theoretical<br>prediction/Hz | Error/<br>% |
|------|-------|----------------------------|------------------------------|-------------|
| 1    | (1,1) | 2 168.4                    | 2 255.91                     | 4.04        |
| 2    | (1,2) | 4 689.7                    | 4 779.07                     | 1.91        |
| 3    | (2,1) | 5 331.0                    | 5 359.97                     | 0.54        |
| 4    | (2,2) | 7 295.9                    | 7 436.34                     | 1.92        |
| 5    | (1,3) | 8 204.0                    | 8 214.97                     | 0.13        |
| 6    | (3,1) | 9 543.2                    | 9 432.47                     | -1.16       |
| 7    | (2,3) | 10 279                     | 10 390.5                     | 1.08        |
| 8    | (3,2) | 11 051                     | 11 070.7                     | 0.18        |
| 9    | (1,4) | 12 144                     | 12 059.9                     | -0.69       |
| 10   | (3,3) | 13 436                     | 13 505.8                     | 0.52        |
| 11   | (2,4) | 13 810                     | 13 831.6                     | 0.16        |
| 12   | (4,1) | 14 119                     | 13 864.2                     | -1.80       |

由表 1 结果可见, 理论预测结果与 ANSYS 数值模拟结果十分相符, 最大误差仅 4.04%, 足以验证本文振动理论模型的正确性.

完整的声学数值模拟需用到 3 种网格: 边界元网格、结构网格和场点网格<sup>[23]</sup>. 其中, 结构网格在 ANSYS 中建立, 然后将模态分析结果文件“.rst”导入 LMS Virtual.Lab; 而边界元网格需要首先在 LMS Virtual.Lab 中的 Geometry 模块中建立几何模型, 然后在 Meshing 模块中进行网格划分: 由于后期计算方法选择的需要, 边界元网格的上下两层应和结构网格的上下表层完全重合. 场点网格取为一个半球, 由软件 Hypermesh 得到. 如前所述, 3 种网格的最大尺寸需小于 4 mm. 为了消除声音沿夹层板边缘的衍射, LMS Virtual.Lab Acoustics 中提供了障板功能, 如图 2 所示.

通过声学数值模拟可得透射声功率  $W_t$ , 其中声波以角度  $\varphi$  斜入射时的声功率  $W_i$  可利用下式<sup>[24]</sup>计算

$$W_i = \frac{p_0^2 \cos \varphi}{2 \rho_0 c} S \quad (30)$$

式中  $S$  为上面板上表面 (入射面) 的面积. 进一步利用软件后处理中的 Function creator 模块, 结合式 (26), 可得蜂窝层芯夹层板的传声损失. 设参数如下  $p_0 = 1 \text{ Pa}$ ,  $\rho_0 = 1.293 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 340 \text{ m/s}$ , 则声压垂直入射时  $W_i = 2.357 \times 10^{-5} \text{ W}$ , 声压斜入射 ( $\varphi = 30^\circ$ )

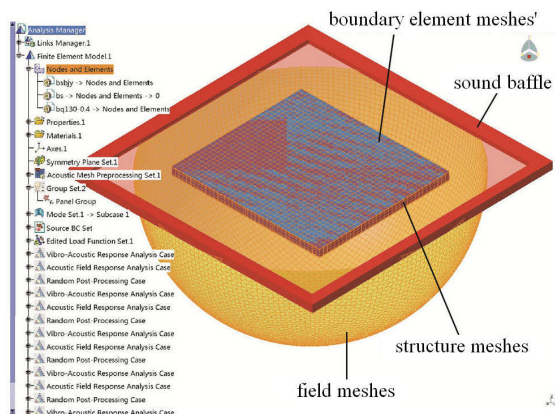


图 2 声学数值模型图

Fig. 2 Model of acoustic numerical simulation

时  $W_i = 2.042 \times 10^{-5} \text{ W}$ .

整体计算步长设为 100 Hz; 在理论解梯度较大的区域进行了步长加密, 步长缩小至 5 Hz, 从而得到 0.1~10 kHz 区间内的 STL 曲线.

由于理论解是以双级数的形式给出, 数值计算需要选取足够的求和级数项以保证结果的收敛性. 一般认为一定项数的级数求和结果在给定的频率处收敛, 那么该项数的级数求和结果在低于此给定频率的任意频率处都能收敛<sup>[25]</sup>. 由于本文计算的最高频率是 10 kHz, 故选择 10 kHz 用于检验 STL 的收敛性. 由图 3 结果可见, 当级数求和指标  $m$  和  $n$  取值 70 或更大数值时, STL 是收敛的. 因此, 后续基于理论模型的数值计算就统一选取  $m = n = 70$  进行, 足以保证所有计算结果的收敛性和准确性.

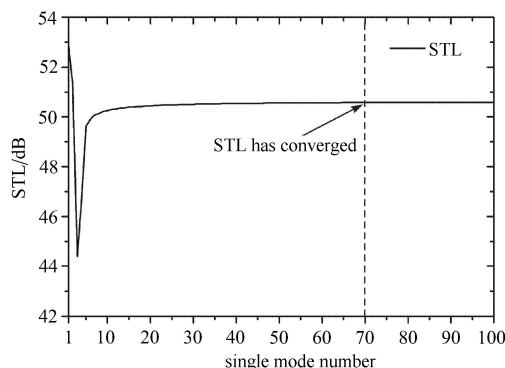


图 3 结构传声损失 STL 的收敛性 (声压垂直入射)

Fig. 3 Convergence check of double Fourier series solution for STL (normal incidence sound)

图 4 给出了相同参数设置条件下声波垂直入射和斜入射 ( $\varphi = 30^\circ$ ) 2 种情况下的理论解与数值模拟解的对比.

由图 4 可见,在声波垂直入射和斜入射 2 种情况下,无论是传声损失的大小,STL 曲线整体的走势,还是波谷出现的位置,理论预测与数值模拟结果均实现了良好吻合,从而验证了本文有关蜂窝层芯夹层板传声理论模型的正确性.

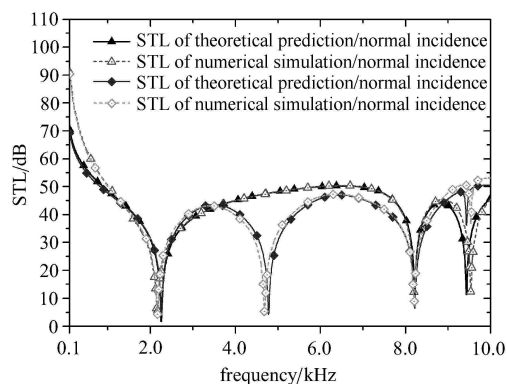


图 4 结构传声损失随入射声波频率变化的趋势 (声压垂直入射和斜入射  $\varphi = 30^\circ$ ): 理论预测与数值模拟对比

Fig. 4 STL plotted as a function of frequency (normal and oblique  $\varphi = 30^\circ$  incident sound): theoretical prediction versus numerical simulation

图 4 所示的声波垂直入射和斜入射 2 种情况下分别出现了 3 个和 4 个明显的传声损失波谷,说明在这些频率点处夹层板的传声损失很小,即隔声性能较差. 进一步分析发现这些频率与由式 (11) 计算得到的夹层板固有频率重合,如图 2 所示: 由于数值计算 STL 曲线时步长为 1 Hz, 因此图 3 中数值模拟得到的波谷所对应的频率均为整数. 传声损失曲线上出现波谷的力学机理如下: 声波的频率与夹层板的固有频率一致时,夹层板产生共振,进而引发与夹层板下面板相邻的空气质点的剧烈振动,透射声波的声功率因此急剧提高,这种由结构共振引起的波谷称为隔声波谷.

在 0.1~10 kHz 之间,本文考虑的蜂窝层芯夹层板应该有 6 个固有频率 (见表 2),但计算发现,声波

表 2 传声损失曲线的隔声波谷频率与结构固有频率的对比

Table 2 Convergence check of double Fourier series solution for STL (normal incidence sound)

| STL dip                | Mode | Prediction/Hz | Eq.(11)/Hz |
|------------------------|------|---------------|------------|
| Normal incident sound  | 1    | 2 256         | 2 255.91   |
|                        | 2    | 8 215         | 8 214.97   |
|                        | 3    | 9 432         | 9 432.47   |
| Oblique incident sound | 1    | 2 256         | 2 255.91   |
|                        | 2    | 4 779         | 4 779.07   |
|                        | 3    | 8 215         | 8 214.97   |
|                        | 4    | 9 432         | 9 432.47   |

垂直入射是在第 2、第 3 和第 4 阶固有频率点处并未出现隔声波谷,声波斜入射时第 3 和第 4 阶固有频率点处并未出现隔声波谷. 换言之,垂直入射和斜入射的声压载荷并未完全激发出蜂窝层芯夹层板的所有可能的振动模态.

### 3 系统参数影响研究

基于所建立的声振耦合蜂窝层芯夹层板理论模型,下文将系统研究包括层芯厚度、蜂窝壁厚、夹层板面内尺寸以及声压入射角度在内的关键系统参数对夹层板振动及传声特性的影响,其中对结构振动的影响主要考虑基频和模态密度. 相关参数选取如下: 铝的弹性模量  $E_f = 71 \text{ GPa}$ , 密度  $\rho_f = 2810 \text{ kg/m}^3$ , 泊松比  $\nu_f = 0.33$ . 除非特殊声明,上/下面板的几何尺寸相同:  $a = 0.280 \text{ m}$ ,  $b = 0.3464 \text{ m}$ ,  $d = 1 \text{ mm}$ ; 层芯的厚度  $h = 6 \text{ mm}$ , 蜂窝壁厚  $t = 0.866 \text{ mm}$ , 边长  $l = 8 \text{ mm}$ ; 声压入射的仰角  $\varphi = 0^\circ$ , 方位角  $\theta = 0^\circ$ . 空气密度  $\rho_0 = 1.293 \text{ kg/m}^3$ , 声速  $c = 340 \text{ m/s}$ , 入射声压的振幅值  $p_0 = 1 \text{ Pa}$ .

#### 3.1 蜂窝层芯厚度

蜂窝层芯在夹层板结构中作为结构连接将上下面板连接成整体. 层芯厚度的改变将改变层芯的剪切刚度及夹层板结构的等效抗弯刚度,进而影响夹层板结构的振动和传声特性. 在声压垂直入射情况下,其他几何参数如上所述保持不变,仅改变蜂窝层芯的厚度 ( $h = 6 \text{ mm}, 9 \text{ mm}, 12 \text{ mm}$ ),由此计算得到了夹层板的传声损失 STL 随入射声压频率的变化规律,如图 5 所示.

图 5 结果表明,随着层芯厚度的增加,传声损失

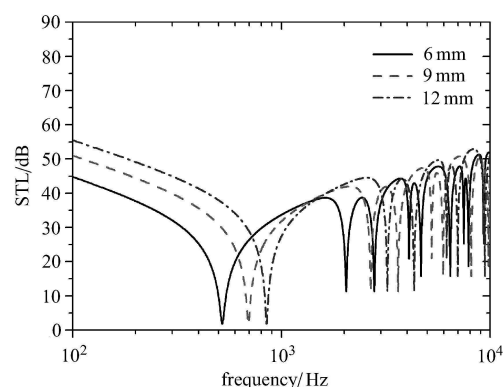


图 5 层芯厚度对蜂窝层芯夹层板传声损失的影响 (声波垂直入射)

Fig.5 STL plotted as a function of frequency for honeycomb sandwich panels having different core thicknesses (sound normal incident)

曲线上的隔声波谷向高频移动. 由于隔声波谷对应于结构的共振频率, 隔声波谷向高频偏移表明夹层板的共振频率随层芯厚度的增加而增大. 以第 1 个隔声波谷为例, 其对应于蜂窝层芯夹层板的第 1 阶固有频率 (基频), 而该基频的计算公式为

$$f_{11} = \left\{ \frac{D\pi^4}{\rho a^4} (1 + \lambda^2)^2 \left[ 1 + \left[ E_f \left( \sqrt{h} + \frac{d}{\sqrt{h}} \right)^2 d\pi^2 (1 + \lambda^2) \right] \right. \right. \\ \left. \left. 2(1 - \nu_f^2) \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \left( \frac{a^2 t}{\sqrt{3} l} G_f \right) \quad (31)$$

由上式计算所得基频随层芯厚度变化的趋势如图 6 所示, 可见其的确随着层芯厚度的增加而增大.

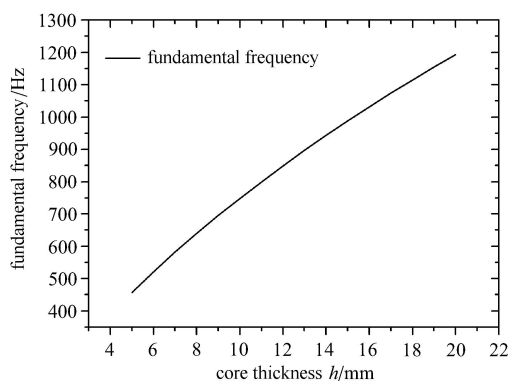


图 6 层芯厚度对蜂窝层芯夹层板基频的影响

Fig.6 Fundamental frequency plotted as a function of core thickness

由图 5 还可发现, 随着层芯厚度的增加, 传声损失曲线的隔声波谷整体向高频偏移导致曲线整体趋势的变化, 进而导致在所考虑频率范围内隔声波谷密度的减小, 即结构振动模式密度的降低.

### 3.2 蜂窝壁厚

作为层芯的重要结构参数, 蜂窝壁厚直接影响层芯的等效剪切模量和夹层板的整体抗弯刚度. 为了研究蜂窝壁厚对夹层板结构振动和声学性能的影响, 相关的几何参数保持不变, 仅调整蜂窝壁厚 ( $t = 0.054 \text{ mm}, 0.217 \text{ mm}, 0.866 \text{ mm}$ ), 由此计算得到的蜂窝壁厚对夹层板结构传声损失的影响规律见图 7.

图 7 结果还表明, 随着蜂窝壁厚的增加, 第 1 个隔声波谷先向右移动, 复向左移动, 而由式 (31) 计算得到的基频  $f_{11}$  也与蜂窝壁厚  $t$  呈非线性关系: 图 8 给出了该基频随蜂窝厚度变化的规律, 可见其随蜂窝厚度的增加先增大后减小. 此外, 在一定蜂窝壁厚范围内 ( $t = 0.05 \sim 2 \text{ mm}$ ), 夹层板的基频拥有极大值 (图 8), 即可通过改变蜂窝壁厚提高夹层板的基频.

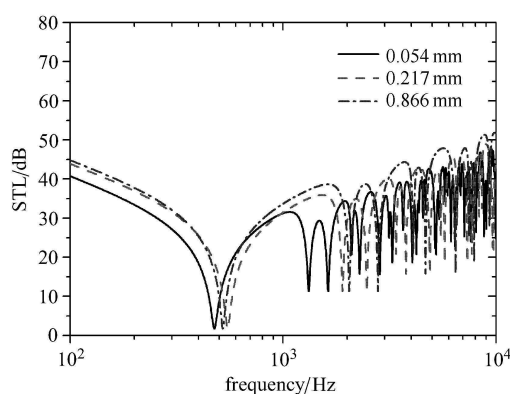


图 7 蜂窝壁厚对夹层板传声损失的影响 (声波垂直入射)

Fig.7 STL plotted as a function of frequency for honeycomb sandwich panels having different honeycomb wall thicknesses

(normal incident sound)

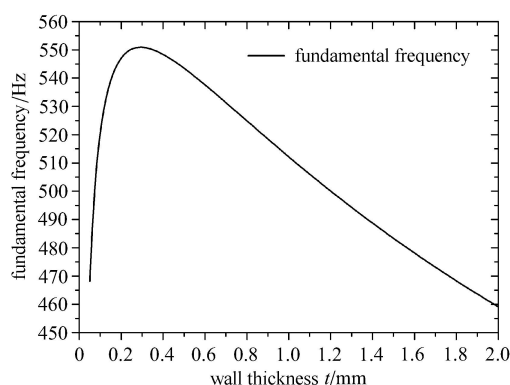


图 8 蜂窝壁厚  $t$  对蜂窝层芯夹层板结构基频的影响

Fig.8 Fundamental frequency plotted as a function of honeycomb wall thicknesses  $t$

由图 7 可见, 随着蜂窝壁厚的增加, 结构传声损失曲线的隔声波谷向高频偏移, 进而影响曲线的整体趋势, 从而导致特定频段内结构传声损失的增大或减小. 上述结果表明, 可通过合理选择蜂窝壁厚实现特定工作频段隔声性能的提高.

### 3.3 夹层板面内尺寸

为了考察夹层板面内尺寸对结构声振耦合性能的影响, 改变面内尺寸而保持其他相关结构参数不变, 由此得到的结构传声损失随入射声压频率 (声压垂直入射) 的变化规律如图 9 所示, 结果表明面内尺寸对夹层板声振耦合性能有着显著影响. 随着面内尺寸的增加, 传声损失曲线上的隔声波谷明显向低频偏移, 这与式 (11) 对结构共振频率的预测完全吻合: 当面内尺寸长宽比变化不大时, 随着  $a$  值的增加, 结构固有频率减小.



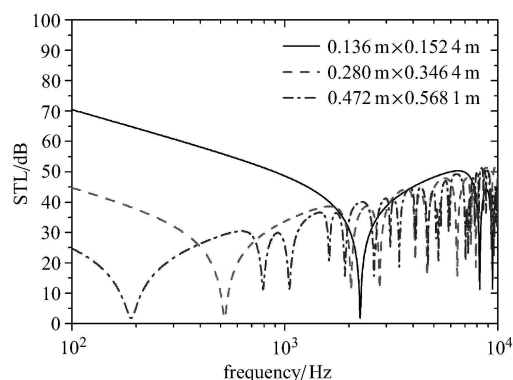


图9 面内尺寸对蜂窝层芯夹层板传声损失的影响(声波垂直入射)

Fig.9 STL plotted as a function of frequency for honeycomb sandwich panels with different in-plane dimensions (normal incident sound)

从图9还可发现,随着面内尺寸的增加,传声损失曲线上的隔声波谷密度增加.这也可在式(11)中找到原因.当面内尺寸长宽比变化不大时,对相同的 $m, n$ 值,较大的 $a$ 值相对应的结构固有频率 $f_{mn}$ 较小,换言之,在相同的频率段中(如0~10 kHz)将出现更多的 $(m, n)$ 组合,即面内尺寸较大的四边简支夹层板具有更大的模态密度;鉴于传声损失曲线上的隔声波谷主要由结构共振引起,故面内尺寸较大的夹层板的传声损失曲线上的隔声波谷的密度也较大.

在低频区域(小于1.5 kHz),面内尺寸较小的夹层板隔声性能较好;在高频区域(7.5 kHz~9.0 kHz),夹层板的隔声性能随面内尺寸的增加有所提高.

### 3.4 声压入射角度

先前研究已经发现<sup>[11]</sup>:当四边简支结构的长宽比接近于1时,即结构接近于正方形时,声波入射方位角 $\theta$ 对结构的传声特性影响很小,因此以下将集中讨论声波入射俯仰角 $\varphi$ 对夹层板传声特性的影响.入射方位角固定为 $\theta = 0^\circ$ ,其他相关系统参数保持不变,图10给出了声波入射俯仰角对夹层板传声损失的影响规律.

由图10可见,声波入射的俯仰角对结构的传声损失影响显著.在低频区域( $< 2.5$  kHz),声压入射的俯仰角较小时( $0^\circ$ 和 $30^\circ$ ),夹层板的隔声性能更好;在高频区域(7~10 kHz),较大的入射俯仰角(如 $60^\circ$ )则反而比较小的入射俯仰角( $0^\circ$ 和 $30^\circ$ )的隔声效果更优,这主要是由于斜入射情况下激起的夹层板的振动模态受到蜂窝层芯剪切作用的影响所致.

此外,相较于与层芯厚度和面内尺寸,声压入射角对结构传声特性的影响有所不同,即图9中的隔

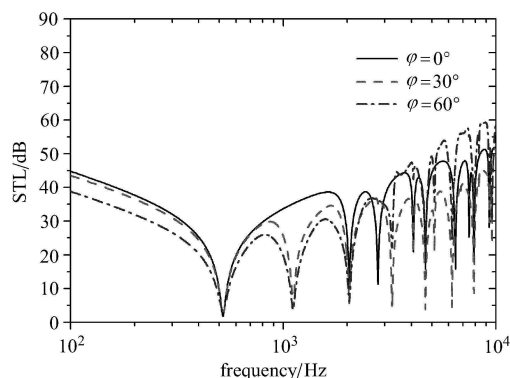
图10 声压入射仰角对蜂窝层芯夹层板传声损失的影响( $\theta = 0^\circ$ )

Fig.10 STL plotted as a function of frequency for honeycomb sandwich panels excited by incident sound having different elevation angles and fixed azimuth angle ( $\theta = 0^\circ$ )

声波谷未随入射俯仰角的改变而发生偏移:这是因为隔声波谷主要对应于结构共振,而后者与声波入射角度无关.对应于不同入射俯仰角( $0^\circ$ ,  $30^\circ$ 和 $60^\circ$ ),表3给出了传声损失曲线隔声波谷频率与结构固有频率的对比,其中第4栏的隔声波谷频率与第2栏相应的声波入射俯仰角按顺序对应.由表3可见,在所考虑的频段范围内,3种不同入射俯仰角对应的结构传声损失曲线分别有11, 12, 12个隔声波谷,但具体分布情况确不相同.

其中 $30^\circ$ 和 $60^\circ$ 入射角对应的隔声波谷总是同

表3 不同入射俯仰角下隔声波谷频率与结构固有频率对比  
Table 3 Comparison between STL dip frequency and structure natural frequency for different sound incident elevation angles

| STL dips | $(m, n)$ | Elevation angles/ $^\circ$ | Prediction/Hz     | Eq.(11)/Hz |
|----------|----------|----------------------------|-------------------|------------|
| 1        | (1,1)    | 0,30,60                    | 521,521,520       | 520.65     |
| 2        | (1,2)    | 30,60                      | 1 113,1 112       | 1 112.46   |
| 3        | (1,3)    | 0,30,60                    | 2 044,2 044,2 044 | 2 044.25   |
| 4        | (3,1)    | 0                          | 2 788             | 2 788.10   |
| 5        | (1,4)    | 30,60                      | 3 251,3 248       | 3 250.58   |
| 6        | (3,3)    | 0,30,60                    | 4 091,4 091,4 093 | 4 090.81   |
| 7        | (1,5)    | 0,30,60                    | 4 664,4 664,4 663 | 4 663.64   |
| 8        | (3,4)    | 30,60                      | 5 141,5 141       | 5 140.92   |
| 9        | (1,6)    | 30,60                      | 6 223,6 223       | 6 223.34   |
| 10       | (3,5)    | 0                          | 6 390             | 6 389.97   |
| 11       | (5,1)    | 0                          | 6 455             | 6 454.88   |
| 12       | (5,3)    | 0                          | 7 481             | 7 481.14   |
| 13       | (1,7)    | 0,30,60                    | 7 882,7 882,7 882 | 7 881.72   |
| 14       | (5,4)    | 30,60                      | 8 327,8 328       | 8 327.34   |
| 15       | (3,7)    | 0,30,60                    | 9 300,9 300,9 329 | 9 300.09   |
| 16       | (5,5)    | 0                          | 9 354             | 9 354.21   |
| 17       | (1,8)    | 30,60                      | 9 603,9 603       | 9 603.18   |



时出现, 表示以  $30^\circ$  和  $60^\circ$  入射的声波激励出同样的结构振动模态. 第 2, 5, 8, 9, 14, 17 个隔声波谷对应于以  $30^\circ$  和  $60^\circ$  入射的声波, 表明相应的振动模态仅在声压斜入射时才可激发出来; 与此相反, 第 4, 10, 11, 12, 16 个隔声波谷仅对应于垂直入射声压, 表明相应的振动模态仅在声压垂直入射时才可激发出来.

总体来看, 垂直入射声压对应的隔声低谷频率与结构的固有频率最为相符, 故可近似认为垂直入射声压对应的隔声波谷频率就是结构的固有频率. 斜入射情况下, 传声损失曲线上的隔声波谷频率与结构固有频率相比稍有偏移, 但二者的吻合度仍然良好, 该结果表明给定频率的斜入射声波主要激励起相应阶的结构主振动模态, 但同时也激励出其他高阶模态, 导致隔声波谷频率与结构主振动模态频率之间的些许偏移.

#### 4 结 论

基于 Reissner 夹层板理论的振动控制方程和蜂窝层芯的等效方法, 本文分别建立了四边简支蜂窝层芯夹层板结构的自由振动理论模型和简谐声压激励作用下的声振耦合理论模型, 应用有限元模拟结果验证了理论模型预测的准确性, 随后利用该模型系统考察了层芯厚度、蜂窝壁厚、夹层板面内尺寸和声压入射角度等关键参数对夹层板结构的振动和传声特性的影响.

蜂窝层芯夹层板的 3 个主要结构参数 (层芯厚度、蜂窝壁厚和面内尺寸) 对其声振耦合行为有着非常显著的影响. 随着层芯厚度的增加, 传声损失曲线上的隔声波谷明显向高频移动: 由于隔声波谷主要对应于结构的共振频率, 上述结论表明结构的共振频率随层芯厚度的增加而增大, 由此导致了传声损失曲线整体趋势的变化, 以及在所考虑频率范围内隔声波谷密度的减小 (即结构振动模态密度的降低). 随着蜂窝壁厚的增加, 隔声波谷向高频偏移, 进而影响传声损失曲线的整体趋势, 以及特定频段内声损失的增大或减小. 随着夹层板面内尺寸的增加, 隔声波谷显著向低频偏移, 结构模态密度增大. 声波垂直入射时, 隔声波谷频率与结构固有频率完好吻合, 在斜入射情况下两者则出现些微偏差, 这主要源于声波垂直入射和斜入射所激发出的夹层板振动模态不尽相同.

本文结果有益于进一步开展针对蜂窝层芯夹层板的优化设计以提高其减振降噪性能.

#### 参 考 文 献

- 1 Ng CF, Zheng H. Sound transmission through double-leaf corrugated panel constructions. *Applied Acoustics*, 1998, 53: 15-34
- 2 Ng CF, Hui CK. Low frequency sound insulation using stiffness control with honeycomb panels. *Applied Acoustics*, 2007, 69 (4): 293-301
- 3 Hong C, Elliott SJ. Local feedback control of light honeycomb panels. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2007, 121: 222-233
- 4 Huang WC, Ng CF. Sound insulation improvement using honeycomb sandwich panels. *Applied Acoustics*, 1998, 53 (1-3): 163-177
- 5 Grosveld FW, Mixson JS. Noise transmission through an acoustically treated and honeycomb-stiffened aircraft sidewall. *Journal of Aircraft*, 1985, 22 (5): 434-440
- 6 Barton CK, Mixson JS. Noise transmission and control for a light twin-engine aircraft. *Journal of Aircraft*, 1981, 18 (7): 570-575
- 7 中国科学院北京力学研究所固体力学研究室板壳组. 夹层板壳的弯曲稳定和振动. 北京: 科学出版社, 1977 (Plate and Shell Group, Mechanics of Solids Lab, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences. Bending Stability and Vibration of Sandwich Plate and Shell. Beijing: Science Press, 1977 (in Chinese))
- 8 Wang SC, Deng ZX, Shen WD. Sound transmission loss characteristics of unbounded orthotropic sandwich panels in bending vibration considering transverse shear deformation. *Composite Structures*, 2010, 92: 2885-2889
- 9 Renji K, Nair PS. Modal density of composite honeycomb sandwich panel. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 195 (5): 687-699
- 10 王展光, 单建, 何德坪. 金字塔栅格夹心夹层板动力响应分析. 力学季刊, 2006, 27 (4): 707-713 (Wang Zhanguang, Shan Jian, He Deping. Dynamic response analysis of sandwich plates with pyramidal truss cores. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2006, 27(4): 707-713 (in Chinese))
- 11 Xin FX, Lu TJ, Chen CQ. Sound transmission through simply supported finite double-panel partitions with enclosed air cavity. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2010, 132: 011008-1-11
- 12 Wang J, Lu TJ, Woodhouse J, et al. Sound transmission through lightweight double-leaf partitions: theoretical modeling. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 286: 817-847
- 13 Xin FX, Lu TJ. Analytical modeling of fluid loaded orthogonally rib-stiffened sandwich structures: sound transmission. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2010, 58: 1374-1396.
- 14 Xin FX, Lu TJ. Sound radiation of orthogonally rib-stiffened sandwich structures with cavity absorption. *Composites Science and Technology*, 2010, 70(5): 2198-2206
- 15 Xin FX, Lu TJ. Effects of core topology on sound insulation performance of lightweight all-metallic sandwich panels. *Materials and Manufacturing Processes*, 2011, 26(9): 1213-1221
- 16 Xin FX, Lu TJ. Analytical modeling of sound transmission through clamped triple-panel partition separated by enclosed air cavities. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 2011, 30(6): 770-782
- 17 Xin FX, Lu TJ. Transmission loss of orthogonally rib-stiffened double-panel structures with cavity absorption. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2011. 129(4): 1919-1934

- 18 Xin FX, Lu TJ. Analytical modeling of wave propagation in orthogonally rib-stiffened sandwich structures: Sound radiation. *Computers and Structures*, 2011, 89(5-6): 507-516
- 19 Ruzzene M. Vibration and sound radiation of sandwich beams with honeycomb truss core. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 277: 741-763
- 20 Nilsson E, Nilsson AC. Prediction and measurement of some dynamic properties of sandwich structures with honeycomb and foam cores. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 251 (3): 409-430.
- 21 Zhou R, Crocker MJ. Sound transmission loss of foam-filled honeycomb sandwich panels using statistical energy analysis and theoretical and measured dynamic properties. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, 329: 673-686
- 22 Palumbo D, Klos J. The effects of voids and recesses on the transmission loss of honeycomb sandwich panels. *Noise Control Engineering Journal*, 2011, 59 (6): 631-640
- 23 李增刚, 詹福良. Virtual.lab acoustics 声学仿真计算高级应用实例. 北京: 国防工业出版社, 2010. 250-265 (Li Zhenggang, Zhan Fuliang. Virtual. Lab Acoustics Advanced Application Examples For Acoustical Numerical Simulation. Beijing: National Defense Industry Press, 2010. 250-265 (in Chinese))
- 24 Carneal JP, Fuller CR. An analytical and experimental investigation of active structural acoustic control of noise transmission through double panel systems. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 272: 749-771
- 25 卢天健, 辛锋先. 轻质板壳结构设计的振动和声学基础. 北京: 科学出版社, 2012 (Lu Tianjian, Xin Fengxian. Vibroacoustics of Lightweight Sandwich Structures. Beijing: Science Press, 2012 (in Chinese))

(责任编辑: 周冬冬)

## VIBROACOUSTIC PERFORMANCE OF SIMPLY SUPPORTED HONEYCOMB SANDWICH PANELS<sup>1)</sup>

Ren Shuwei Xin Fengxian Lu Tianjian<sup>2)</sup>

(State Key Laboratory for Mechanical Structure Strength and Vibration, School of Aerospace, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract** Honeycomb sandwiches used as hulls and floor panels of high-speed train and other transportation vehicles require not only excellent mechanical stiffness/strength but also good sound insulation performance. The vibroacoustic performance of a finite rectangular honeycomb sandwich panel with simply supported boundary conditions is investigated analytically. The vibration governing equation of the structure is established by applying an equivalent method for the honeycomb core and Reissner's theory for sandwich panels. With sound pressure introduced into the vibroacoustic governing equation in the form of double Fourier series, the resultant equations are solved numerically in conjunction with fluid-structure coupling condition. Numerical simulation results with the method of finite elements are employed to validate the analytical model, with excellent good agreement achieved. The developed model is used to investigate the influence of several key system parameters on sound transmission of the structure, including the core thickness, honeycomb wall thickness, in-plane panel dimensions and sound incidence angles. The model presented here holds great practical potential for the optimization design of honeycomb sandwich structures.

**Key words** honeycomb sandwich, simply supported, vibration, sound transmission loss, analytical model

Received 19 October 2012, revised 12 December 2012.

1) The project was supported by the National Basic Research Program (2011CB6103005), the National Natural Science Foundation of China (11102148, 11072188, 11021202) and the Fundamental Research Funds for Central Universities (xjj2011005).

2) Lu Tianjian, professor, research interests: solid mechanics, vibration and noise control of lightweight structure. E-mail: tjlu@mail.xjtu.edu.cn