

# 同轴旋转可压缩流动中液体射流稳定性<sup>1)</sup>

吕明 宁智<sup>2)</sup> 阎凯 付娟 宋云超 孙春华

(北京交通大学机电工程学院, 北京 100044)

**摘要** 基于线性稳定性理论, 建立了描述同轴旋转可压缩流动中超空化条件下液体射流稳定性的数学模型, 并对数学模型及其求解方法进行了验证; 在此基础上, 对模型中考虑的射流及气体可压缩性、气体同轴旋转以及超空化等因素对射流稳定性的影响进行了分析. 分析结果表明, 模型中考虑射流及气体的可压缩性后, 与不考虑可压缩性相比, 计算得到的射流稳定性明显变差, 最小液滴直径减小, 分裂液滴直径变化范围变宽, 且小液滴数量增多. 气体的同轴旋转在轴对称与非轴对称扰动下对射流稳定性的影响完全相反; 轴对称扰动时, 气体旋转使射流稳定性增强, 而非轴对称扰动时则正好相反; 气体旋转有可能导致影响射流稳定性的扰动模式发生根本性变化. 超空化使射流稳定性变差; 超空化程度较弱时, 超空化使分裂液滴最小直径减小, 分裂液滴直径变化范围增大; 而超空化达到一定程度后, 进一步提高超空化程度, 分裂液滴最小直径几乎保持不变.

**关键词** 射流, 稳定性, 旋转, 可压缩, 超空化

中图分类号: O358 文献标识码: A DOI: 10.6052/0459-1879-12-223

## 引言

液体射流是自然界和工程中普遍存在的一种现象, 对其稳定性研究具有重要意义和价值<sup>[1-2]</sup>.

柴油机中的燃油射流分裂与雾化问题, 实际上就是射流稳定性问题. 已有研究表明, 燃油喷嘴内存在的空化气泡对燃油射流稳定性具有重要的影响, 并直接关系到柴油机的性能<sup>[3-4]</sup>. 燃油喷嘴内的空化可分为部分空化(空化初生)和超空化<sup>[5]</sup>. 部分空化主要指空化气泡在喷孔内部即溃灭和消失的现象; 而超空化则是指空化气泡随燃油一起从喷孔喷出现象. 随着喷油压力的不断提高, 喷油过程中的超空化现象已变得非常突出, 对燃油射流的分裂与雾化产生了重要影响<sup>[6-11]</sup>.

已有的喷油过程空化研究主要针对的是喷嘴内部空化的空化对燃油射流雾化的影响, 采用的研究方法大多是实验方法. 超空化时, 空化气泡随燃油一起从喷嘴喷出, 使得燃油射流成为气液两相流动<sup>[12]</sup>; 射流中空化气泡的存在会对燃油射流稳定性产生影响. 目前, 针对超空化条件下燃油射流稳定性的研究还相对较少, 射流中空化气泡的存在对射流分裂与雾化的影响尚不十分明确. 另外, 一般来说燃油射流及

周围气体都是可压缩的; 而在柴油机燃油喷射过程中, 往往又伴随着缸内气流的旋转运动. 由于问题的复杂性, 以往在针对柴油机燃油射流稳定性的理论模型研究中, 总是回避了流动的可压缩性与旋转对射流稳定性的耦合作用<sup>[13-14]</sup>.

本文将在同时考虑燃油射流与周围气体可压缩性以及气体同轴旋转的前提下, 建立描述超空化条件下液体射流稳定性的数学模型, 并给出相应的求解方法; 在此基础上, 对模型中考虑的流动可压缩性、气体同轴旋转以及超空化对模型射流稳定性计算结果的影响进行分析与讨论.

## 1 射流扰动控制方程及其求解

假设在同轴旋转、可压缩、无黏气体中, 有 1 个含有空化气泡的圆柱形液体射流. 假设射流半径为  $a$ , 射流速度为  $U_0$ , 气体旋转强度为  $W_0$ . 将柱坐标系  $(r, \theta, z)$  建立在喷孔出口处, 射流方向与  $z$  轴相反, 如图 1 所示.

在图示坐标系下, 假定空泡与移动的射流之间无滑移, 且气泡之间无相互作用; 空泡与液体组成的混合相为连续介质<sup>[12]</sup>. 于是, 液体射流速度、射

2012-08-28 收到第 1 稿, 2012-12-10 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金(51276011), 国家高技术研究发展计划(2013AA065303), 北京市自然科学基金(3132016)和中央高校基本科研业务费专项基金(M12JB00090)资助项目.

2) 宁智, 教授, 主要研究方向: 流体力学、汽车排放、控制技术、内燃机燃烧与污染控制等. E-mail: zhining@bjtu.edu.cn

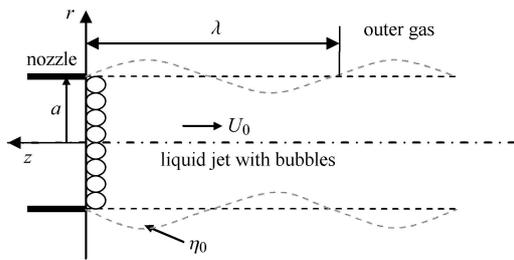


图 1 含空化气泡的液体射流示意图

Fig. 1 Schematic of liquid jet with cavitation bubbles

流外部气体速度以及射流内外压差可以表示为

$$\bar{V}_1 = (0, 0, -U_0) \tag{1}$$

$$\bar{V}_2 = (0, W_0/r, 0) \tag{2}$$

$$\bar{p}_2 - \bar{p}_1 = -\frac{\sigma}{a} + \frac{1}{2}\rho_2 W_0^2 \left( \frac{1}{a^2} - \frac{1}{r^2} \right) \tag{3}$$

式中,  $\sigma$  为气液界面处的表面张力系数,  $\bar{p}_1$  和  $\bar{p}_2$  分别为射流内外压强,  $\rho_2$  为气体密度.

超空化射流时, 由于空化气泡的存在, 射流为气液两相流动; 射流的密度和射流中的音速可以分别表示为 [12,15]

$$\bar{\rho}_1 = \alpha\rho_v + (1 - \alpha)\rho_l \tag{4}$$

$$c_1 = \left\{ \left[ \frac{E_l p k}{p k (1 - \alpha) + E_l \alpha} \right] \left[ \frac{p \alpha}{z R T} + \rho_l (1 - \alpha) \right] \right\}^{1/2} \tag{5}$$

式中,  $\rho_v$  和  $\rho_l$  分别为空泡密度和液体密度;  $p$  和  $T$  分别为射流的压力和温度,  $k$  和  $z$  分别为气体的绝热指数与压缩因子,  $R$  为气体常数,  $E_l$  为液体的弹性模数;  $\alpha$  为空泡体积分数, 本文中其值不大于 0.1. 在本文的  $\alpha$  范围内, 超空化程度越高, 意味着空泡体积分数越大, 则射流密度越小; 同时, 射流中音速越小, 可压缩性越强.

### 1.1 射流扰动控制方程

由于忽略了流体黏性及重力影响, 液体射流和周围气体满足如下连续性方程和 Euler 方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{D\rho_i}{Dt} + \rho_i \nabla \cdot \mathbf{V}_i &= 0 \\ \rho_i \frac{D\mathbf{V}_i}{Dt} &= -\nabla p_i \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

式中, 下标  $i = 1, 2$  分别代表液体射流和周围气体参数.

对射流控制方程 (6) 进行扰动分析并线性化, 可以得到如下形式的射流扰动控制方程组

$$\frac{\partial \rho'_i}{\partial t} + (\bar{\mathbf{V}}_i \cdot \nabla) \rho'_i + \bar{\rho}_i (\nabla \cdot \mathbf{V}'_i) = 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}'_i}{\partial t} + (\bar{\mathbf{V}}_i \cdot \nabla) \mathbf{V}'_i + (\mathbf{V}'_i \cdot \nabla) \bar{\mathbf{V}}_i = -\frac{1}{\bar{\rho}_i} \nabla p'_i \tag{8}$$

式中, 上撇号代表扰动量, 上横线代表未受扰量.

上述方程组含有 4 个方程, 但由于方程中包含扰动密度、扰动压力以及 3 个方向的扰动速度共 5 个未知数, 因此方程组不封闭. 为此, 将扰动密度和扰动压力与流体中音速联系起来

$$\partial p'_i / \partial \rho'_i = c_i^2 \tag{9}$$

考虑式 (1) ~ 式 (3), 并将式 (9) 代入式 (7), 即可消去  $\rho'_i$ ; 同时, 将式 (7) 和式 (8) 无量纲化 (为了表示方便, 将上撇号省略), 即可得到柱坐标系下无量纲化的射流扰动控制方程组

对于液相

$$\frac{\partial v_{r1}}{\partial t} - \frac{\partial v_{r1}}{\partial z} = -\frac{\partial p_1}{\partial r} \tag{10}$$

$$\frac{\partial v_{\theta 1}}{\partial t} - \frac{\partial v_{\theta 1}}{\partial z} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p_1}{\partial \theta} \tag{11}$$

$$\frac{\partial v_{z1}}{\partial t} - \frac{\partial v_{z1}}{\partial z} = -\frac{\partial p_1}{\partial z} \tag{12}$$

$$Ma_1^2 \left( \frac{\partial p_1}{\partial t} - \frac{\partial p_1}{\partial z} \right) + \left( \frac{\partial v_{r1}}{\partial r} + \frac{v_{r1}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_{\theta 1}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_{z1}}{\partial z} \right) = 0 \tag{13}$$

对于气相

$$\frac{\partial v_{r2}}{\partial t} + \frac{E}{r^2} \frac{\partial v_{r2}}{\partial \theta} - \frac{2E v_{\theta 2}}{r^2} = -\frac{1}{Q} \frac{\partial p_2}{\partial r} \tag{14}$$

$$\frac{\partial v_{\theta 2}}{\partial t} + \frac{E}{r^2} \frac{\partial v_{\theta 2}}{\partial \theta} = -\frac{1}{Q r} \frac{\partial p_2}{\partial \theta} \tag{15}$$

$$\frac{\partial v_{z2}}{\partial t} + \frac{E}{r^2} \frac{\partial v_{z2}}{\partial \theta} = -\frac{1}{Q} \frac{\partial p_2}{\partial z} \tag{16}$$

$$Ma_2^2 \left( \frac{\partial p_2}{\partial t} + \frac{E}{r^2} \frac{\partial p_2}{\partial \theta} \right) + Q \left( \frac{\partial v_{r2}}{\partial r} + \frac{v_{r2}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_{\theta 2}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_{z2}}{\partial z} \right) = 0 \tag{17}$$

式中,  $E = W_0 / (U_0 a)$ ,  $Q = \bar{\rho}_2 / \bar{\rho}_1$ ,  $Ma_1 = U_0 / c_1$ ,  $Ma_2 = U_0 / c_2$ .

### 1.2 控制方程求解

依据简正模态法, 设无量纲扰动压力和速度具有如下形式的解

$$\begin{bmatrix} p_i \\ \mathbf{V}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{p}_i(r) \\ \hat{\mathbf{V}}_i(r) \end{bmatrix} \exp[\omega t + i(kz + m\theta)] \tag{18}$$

式中,  $\hat{\mathbf{V}}_i(r) = [v_{1r}(r), v_{1\theta}(r), v_{1z}(r)]$ ; “ $\hat{\phantom{x}}$ ” 表示扰动的初始振幅;  $\omega$  为波动频率, 其值一般为复数, 即  $\omega =$

$\omega_r + i\omega_i$ ,  $\omega_r$  为扰动振幅的时间变化因子,  $\omega_i$  为波频, 当  $\omega_r$  大于、小于或等于 0 时, 由扰动引起的波动将随时间增长、衰减或保持不变;  $k = k_r + ik_i$ ,  $k_r$  为  $z$  方向的波数, 与波长  $\lambda$  的关系为  $k_r = 2\pi a/\lambda$ ,  $k_i$  为扰动振幅的空间变化因子, 或称扰动增长率,  $k_i$  大于、小于或等于零时, 扰动振幅将随空间位置  $z$  增大、减小或保持不变 (因为  $z$  轴与射流方向相反, 沿射流方向  $z < 0$ );  $m$  为与轴向波数  $k$  相对应的角向波数, 或称角向模数, 表征自由液面的扰动波在角向的发展变化。

对柱形射流而言, 将式 (18) 代入式 (10)~ 式 (13) 并整理, 可得

$$(\omega - ik)v_{1r} = -\hat{p}'_1(r) \quad (19)$$

$$(\omega - ik)v_{1\theta} = -(im/r)\hat{p}_1(r) \quad (20)$$

$$(\omega - ik)v_{1z} = -ik\hat{p}_1(r) \quad (21)$$

$$Ma_1^2(\omega - ik)\hat{p}_1(r) + \left(\frac{dv_{1r}}{dr} + \frac{v_{1r}}{r} + \frac{im}{r}v_{1\theta} + ikv_{1z}\right) = 0 \quad (22)$$

将式 (19)~ 式 (21) 代入式 (22) 并整理, 可得

$$\frac{d^2\hat{p}_1(r)}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\hat{p}_1(r)}{dr} - \left(\frac{m^2}{r^2} + n_1^2\right)\hat{p}_1(r) = 0 \quad (23)$$

式中,  $n_1 = \sqrt{k^2 + Ma_1^2(\omega - ik)^2}$ 。

对方程 (23) 求解可得

$$\hat{p}_1(r) = d_{11}I_m(n_1r) + d_{12}K_m(n_1r) \quad (24)$$

式中,  $d_{11}$  和  $d_{12}$  为任意常数;  $I_m$  和  $K_m$  分别为  $m$  阶第 1 类和第 2 类变形 Bessel 函数。

考虑到  $r = 0$  处压力扰动有限, 则  $d_{12} = 0$ , 并结合式 (18), 可以得到液相射流的扰动压力方程

$$p_1 = d_{11}I_m(n_1r) \exp[\omega t + i(kz + m\theta)] \quad (25)$$

将式 (25) 代入式 (19)~ 式 (21), 并联立式 (18), 可以求得液相射流的扰动速度方程

$$\left. \begin{aligned} v_{r1} &= \frac{-n_1}{\omega - ik} d_{11}I'_m(n_1r) \exp[\omega t + i(kz + m\theta)] \\ v_{\theta 1} &= \frac{-im}{(\omega - ik)r} d_{11}I_m(n_1r) \exp[\omega t + i(kz + m\theta)] \\ v_{z1} &= \frac{-ik}{\omega - ik} d_{11}I_m(n_1r) \exp[\omega t + i(kz + m\theta)] \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

对于同轴气相来说, 其求解过程与液相求解过程类似; 将式 (18) 代入式 (14)~ 式 (17), 并考虑到无

穷远处压力扰动有限, 则可以求得周围气相的扰动压力方程和速度方程

$$p_2 = Q \left( \omega + \frac{imE}{r^2} \right) d_{22}K_m(n_2r) \exp[\omega t + i(kz + m\theta)] \quad (27)$$

$$\left. \begin{aligned} v_{r2} &= -n_2 d_{22}K'_m(n_2r) \exp[\omega t + i(kz + m\theta)] \\ v_{\theta 2} &= \frac{-im}{r} d_{22}K_m(n_2r) \exp[\omega t + i(kz + m\theta)] \\ v_{z2} &= -ik d_{22}K_m(n_2r) \exp[\omega t + i(kz + m\theta)] \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

式中,  $d_{22}$  为任意常数;  $n_2 = \sqrt{k^2 + Ma_2^2(\omega + imE)^2}$ 。

## 2 射流扰动控制方程的边界条件

要建立含有空化气泡的圆柱形液体射流色散方程, 需给出射流扰动控制方程满足的边界条件, 包括运动学边界条件和动力学边界条件。

在液体射流与周围气体的分界面上, 满足如下运动学边界条件

$$dF/dt = 0 \quad (29)$$

式中,  $F(t, r, \theta, z) = 0$  为气液界面方程

$$\begin{aligned} F(t, r, \theta, z) &= r - a - \eta(t, \theta, z) = \\ &= r - a - \eta_0 \exp[\omega t + i(kz + m\theta)] = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

$\eta$  为分界面上射流所受扰动;  $\eta_0$  为初始扰动幅值, 其值主要与喷嘴几何参数有关。

将式 (29) 展开, 得到

$$v_{ri} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{v_{\theta i}}{r} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} + v_{zi} \frac{\partial \eta}{\partial z} \quad (31)$$

对方程 (31) 进行扰动分析, 结合射流速度并进行线性化和无量纲化处理, 可以推导出无量纲线性化运动学边界条件

$$\left. \begin{aligned} v_{r1} &= \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \eta}{\partial z} \\ v_{r2} &= \frac{\partial \eta}{\partial t} + E \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

根据分界面上的受力平衡, 可以得到如下动力学边界条件

$$\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \mathbf{n} - \boldsymbol{\tau}_2 \cdot \mathbf{n} = \sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \mathbf{n} \quad (33)$$

式中,  $\mathbf{n}$  为指向射流液体的单位法向量,  $\boldsymbol{\tau}_1$  和  $\boldsymbol{\tau}_2$  分别为分界面上液相和气相的应力张量,  $r_1$  和  $r_2$  分别为分界面上液相和气相的主曲率半径。

对式 (33) 进行线性小扰动分析并无量纲化, 可以推导出无量纲线性化动力学边界条件

$$p_1 - p_2 = -We \left( \eta + \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \theta^2} \right) + QE^2 \eta \quad (34)$$

式中,  $We = \sigma / (\bar{\rho}_1 U_0^2 a)$  为韦伯数的倒数.

### 3 射流稳定性数学模型的建立及求解

在上述射流扰动控制方程组及边界条件下, 建立同轴旋转可压缩流动中超空化条件下液体射流的色散关系.

将射流扰动控制方程组的解, 即式 (25)~ 式 (28) 代入到边界条件式 (32) 和式 (34) 中, 可以得到如下齐次线性代数方程组

$$\left. \begin{aligned} \frac{-n_1}{\omega - ik} I'_m(n_1 r) d_{11} - (\omega - ik) \eta_0 &= 0 \\ -n_2 K_m(n_2 r) d_{22} - (\omega + imE) \eta_0 &= 0 \\ I'_m(n_1 r) d_{11} - Q \left( \omega + \frac{imE}{r^2} \right) K_m(n_2 r) d_{22} \\ - [We(k^2 + m^2 - 1) + QE^2] \eta_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

方程组 (35) 存在非零解的条件是, 系数矩阵的行列式为 0; 由此可得

$$\frac{(\omega - ik)^2 I_m(n_1)}{n_1 I'_m(n_1)} - \frac{Q(\omega + imE)^2 K_m(n_2)}{n_2 K'_m(n_2)} + We(k^2 + m^2 - 1) + QE^2 = 0 \quad (36)$$

式 (36) 即为建立的描述同轴旋转可压缩流动中超空化条件下液体射流稳定性的色散方程. 该色散方程主要由 4 部分组成: 前 2 项源于对液体射流起失稳作用的压力脉动;  $We$  项源于表面张力的作用,  $We$  项括号内的前 2 项分别表征的是表面张力沿轴向和角向对射流的稳定作用, 第 3 项表征的是表面张力沿径向对射流的失稳作用; 最后一项源于射流周围气体的旋转作用.

在采用空间模式对同轴旋转可压缩流动中超空化条件下液体射流稳定性研究时, 可以令  $\omega_r = 0$ ; 在给定射流参数及角向模数下, 色散方程变为由实部和虚部 2 个非线性方程构成的方程组; 为使方程组可解, 可从波数  $k_r = 0$  开始逐渐向前推进, 利用具有超线性收敛性的弦截法, 即可解出不同波数下扰动振幅空间变化因子及扰动频率.

### 4 模型及求解方法的验证

在本文建立的色散方程中, 既考虑了流体的旋转及可压缩性, 同时还考虑了超空化现象.

若只考虑扰动为轴对称的不可压缩液体 (无空化气泡) 射流射入无旋不可压缩流体内的情况, 即令  $m = 0, E = 0, Ma_1 = Ma_2 = 0, \alpha = 0$ , 则色散方程 (36) 退化为

$$\frac{(\omega - ik)^2 I_0(k)}{I_1(k)} + \frac{Q\omega^2 K_0(k)}{K_1(k)} + kWe(k^2 - 1) = 0 \quad (37)$$

式 (37) 即为 Lin 等 [16] 推导的描述轴对称扰动条件下射流稳定性的色散方程.

若忽略周围气体旋转及超空化现象, 即令  $E = 0, \alpha = 0$ , 则色散方程 (36) 退化为

$$\frac{(\omega - ik)^2 I_m(n_1)}{n_1 I'_m(n_1)} - \frac{Q\omega^2 K_m(n_2)}{n_2 K'_m(n_2)} + We(k^2 + m^2 - 1) = 0 \quad (38)$$

退化后的色散方程式 (38) 与 Zhou 等 [14] 推导的描述射流稳定性的色散方程一致; 形式上的不同是由于坐标系中轴向方向及波频的定义不同造成.

通过上述两种特定情况的比较, 可以从一定程度上说明本文建立的色散方程的正确性.

为了对本文提出的色散方程求解方法的正确性进行验证, 采用文献 [16] 提供的算例数据进行计算, 并与文献中提供的原始数据进行对比, 结果如图 2 所示. 从图 2 中可以看到, 计算结果与原始数据非常吻合, 说明本文提出的色散方程的求解方法是有效的.

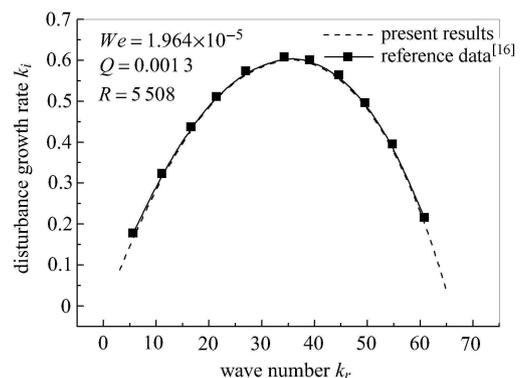


图 2 计算结果与文献 [16] 数据的比较

Fig. 2 Comparison of the calculation results with the data in Ref.[16]

## 5 结果与讨论

在进行同轴旋转可压缩流动中超空化条件下液体射流稳定性色散方程及气体同轴旋转和超空化对射流稳定性影响分析时, 采用的相关参数如表 1 所示 [17-19].

表 1 计算时采用的相关参数

Table 1 Parameters used in the calculation

Parameters	Units	Values
diesel density	kg/m <sup>3</sup>	848
surface tension	mN/m	26.89
air density	kg/m <sup>3</sup>	1.193
bubble density	g/m <sup>3</sup>	10.87
jet speed	m/s	200
nozzle radius	mm	0.1
temperature	K	300
sound speed (air)	m/s	348
sound speed (bubble)	m/s	250
sound speed (diesel)	m/s	1 000

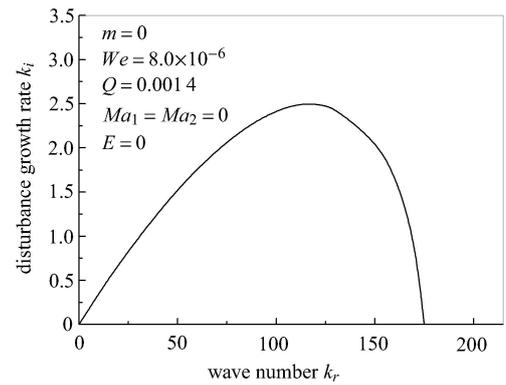
从描述同轴旋转可压缩流动中超空化条件下液体射流稳定性的色散方程式 (36) 中可以看到, 射流过程主要受 5 个无量纲参数的影响. 其中,  $We$  反映的是射流过程表面张力与惯性力的比值;  $E$  反映的是射流周围气体的旋转强度,  $Ma_1$  表示的是射流速度与含空泡液相内音速之比,  $Ma_2$  表示的是射流速度与气相内音速之比,  $Q$  为气液密度比. 气液密度比除了可以反映射流周围气体的气动力对射流稳定性的作用外, 还可以反映超空化程度对射流稳定性的影响; 这是因为液体射流密度与空泡体积分数呈反比关系, 而超空化程度越强, 空泡体积分数越大.

在本文建立的描述同轴旋转可压缩流动中超空化条件下液体射流稳定性的色散方程中, 既考虑了射流及其周围气体的可压缩性, 又考虑了射流周围气体的同轴旋转, 同时还体现了超空化的影响. 下面对色散方程中考虑的射流和气体可压缩性、气体同轴旋转以及超空化现象对射流稳定性的影响进行分析与讨论.

### 5.1 可压缩性影响分析

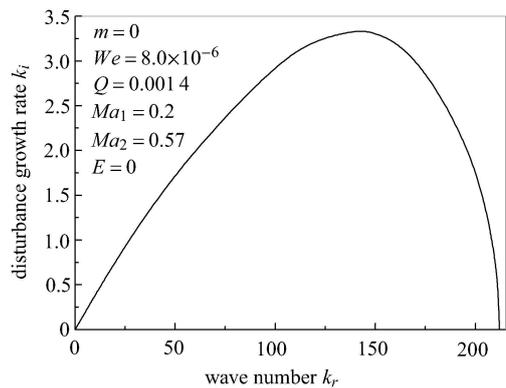
为了说明色散方程中考虑射流和气体可压缩性后对射流稳定性计算结果的影响, 给出了轴对称扰动下可压缩与不可压缩流体射流稳定性计算结果的对比, 如图 3 所示.

对比图 3(a) 和图 3(b) 可以看到, 考虑射流和气体的可压缩性后, 计算得到的最大扰动增长率明显



(a) 不可压缩流动

(a) Incompressible flow



(b) 压缩流动

(b) Compressible flow

图 3 可压缩与不可压缩流动射流稳定性计算结果

Fig. 3 Calculation results of liquid jet stability of compressible and incompressible flow

增大, 说明色散方程中考虑流体可压缩性后, 计算得到的射流稳定性较不考虑可压缩性时明显变差.

色散方程中考虑射流和气体可压缩性后的另外一个重要变化是, 扰动波波数的范围明显拓宽. 考虑到波数与最大扰动波长的关系为  $k_r = 2\pi a/\lambda$ , 并结合体积守恒关系, 可以求得分裂液滴半径. 通过计算可以得出, 不考虑流体可压缩性时, 射流分裂液滴半径约为  $30 \mu\text{m}$ , 而考虑流体可压缩性后, 射流分裂液滴半径约为  $28 \mu\text{m}$ . 因此, 波数范围拓宽说明考虑射流和气体可压缩性后, 理论计算的最小液滴直径较不考虑流体可压缩性时减小, 且分裂液滴直径变化范围变宽.

从图 3 中还可以发现, 考虑射流和周围气体的可压缩性后, 扰动增长率随波数的变化曲线变尖, 说明液滴尺寸分布较不考虑射流和气体可压缩性时更加集中; 另外, 考虑射流和周围气体可压缩性后, 最

大扰动增长率对应的波数增大, 说明计算得到的小液滴数量较不考虑射流和气体压缩性时增多, 射流雾化效果提高.

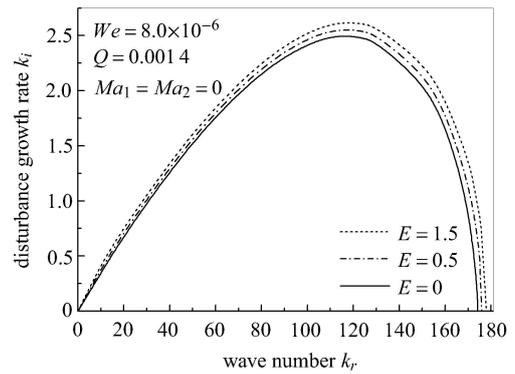
### 5.2 气体同轴旋转影响分析

在柴油机燃油喷射过程中, 往往伴随着缸内气流的旋转运动. 为了研究气流旋转对射流稳定性的影响, 在本文建立的色散方程中考虑了气流的同轴旋转.

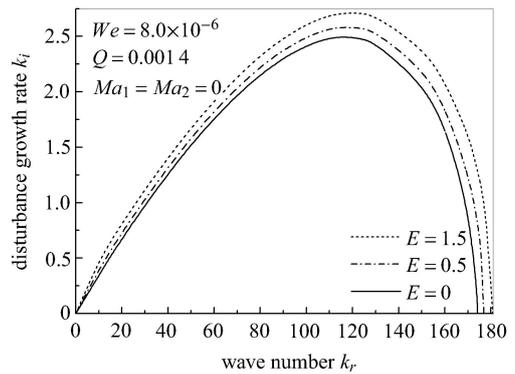
图 4 给出的是轴对称扰动与非轴对称扰动 (3 种扰动形式  $m = 1, 2, 3$ ) 条件下, 不同无量纲旋转强度时扰动增长率随波数的变化关系.

对比图 4(a) 和图 4(b) ~ 图 4(d) 可以发现, 射流周围气体的同轴旋转在轴对称扰动与非轴对称扰动条件下对射流稳定性的影响完全相反. 在轴对称扰动时, 气体的同轴旋转使得射流稳定性增强; 而非轴对称扰动时, 气体的同轴旋转则使射流稳定性变差, 这有利于射流的分裂与雾化.

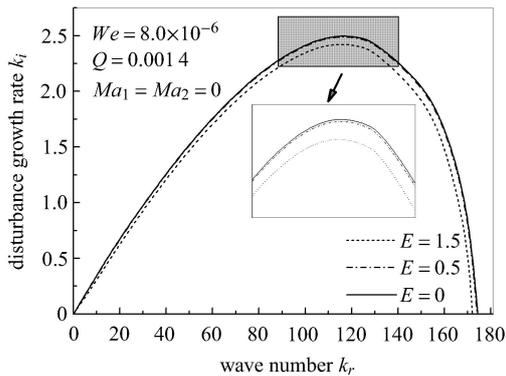
气体的同轴旋转还有可能使影响射流稳定性的扰动模式发生根本性变化. 不考虑气体旋转时, 在



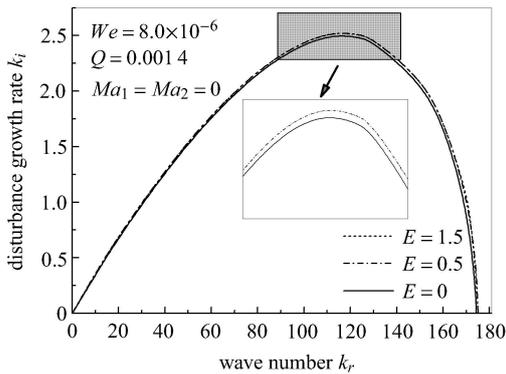
(c)  $m = 2$



(d)  $m = 3$



(a)  $m = 0$



(b)  $m = 1$

图 4 气体旋转对射流稳定性的影响

Fig. 4 Effect of swirling gas on the stability of liquid jet

本文计算参数下, 轴对称扰动时最大扰动增长率为 2.497, 而非轴对称扰动 ( $m = 1$ ) 时最大扰动增长率为 2.496, 射流过程是轴对称扰动略为占优; 而考虑气体旋转后, 当  $E = 0.5$  时, 轴对称扰动下最大扰动增长率为 2.489, 而非轴对称扰动 ( $m = 1$ ) 下最大扰动增长率为 2.520, 射流过程变为非轴对称扰动占优; 因此, 可以说气体的同轴旋转减弱了气液相界面上的轴对称扰动, 但增强了相界面上的非轴对称扰动.

另外, 从图 4 中还可以发现, 尽管气体的同轴旋转对射流稳定性具有一定影响, 但对波数范围的影响相对较小, 这意味着气体的同轴旋转对形成液滴的最小直径的影响不大.

### 5.3 超空化影响分析

在射流过程中, 当超空化现象发生时, 部分空化气泡会伴随着液体射流一起从喷嘴喷出, 从而对射流稳定性产生影响.

图 5 给出的是 2 种非轴对称扰动条件下 ( $m = 1, 2$ , 考虑到气体旋转后非轴对称扰动占优), 不同空泡体积分数时扰动增长率随波数的变化关系.

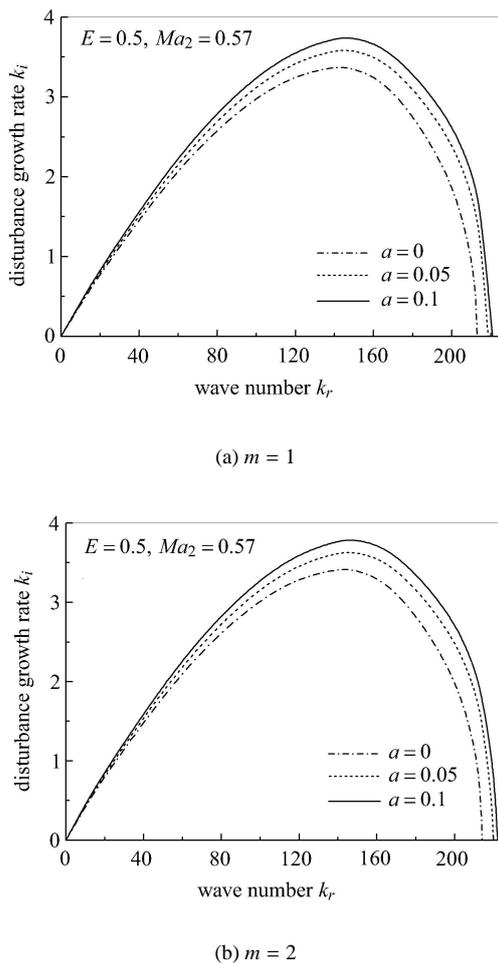


图 5 超空化程度对射流稳定性的影响

Fig. 5 Effect of supercavitation on the stability of liquid jet

从图 5(a) 和 5(b) 中可以明显看到, 超空化程度越高, 最大扰动增长率越大, 说明出现超空化现象后, 射流稳定性明显变差. 这一结果与已有的一些实验结果是一致的.

从图 5 中还可以发现, 超空化的存在对扰动波最大波数的影响比较复杂. (为保证本文模型的有效性, 论文只对空泡体积分数不大于 0.1 的范围内讨论), 超空化程度较弱时, 超空化现象的出现使得最大波数变大, 因此分裂液滴最小直径减小, 分裂液滴直径变化范围增大. 但超空化达到一定程度后, 再进一步提高超空化程度, 扰动最大波数变化很小, 分裂液滴最小直径几乎保持不变, 进而导致射流雾化质量无明显改善.

## 6 结论

(1) 基于线性稳定性理论, 建立了描述同轴旋转可压缩流动中超空化条件下液体射流稳定性的数学

模型. 验证结果表明, 建立的数学模型及提出的求解方法正确合理.

(2) 考虑射流和气体可压缩性后, 计算得到的最大扰动增长率明显增大, 射流稳定性较不考虑流体可压缩性时明显变差; 扰动波波数范围明显拓宽, 最小液滴直径较不考虑流体可压缩性时减小, 且分裂液滴直径变化范围变宽; 液滴尺寸分布更加集中, 且最大扰动增长率对应的波数增大, 小液滴数量较不考虑流体可压缩性时增多.

(3) 气体的同轴旋转在轴对称扰动与非轴对称扰动条件下对射流稳定性的影响完全相反; 轴对称扰动时, 气体的同轴旋转使得射流稳定性增强, 而非轴对称扰动时, 则正好相反; 气体旋转有可能导致影响射流稳定性的扰动模式发生根本性变化, 存在气体旋转时, 轴对称扰动占优有可能变为非轴对称扰动占优; 气体的同轴旋转对波数范围影响较小.

(4) 超空化使得射流稳定性变差. 超空化程度较弱时, 超空化使得最大波数变大, 分裂液滴最小直径减小, 分裂液滴直径变化范围增大; 超空化达到一定程度后, 进一步提高超空化程度, 扰动最大波数变化很小, 分裂液滴最小直径几乎保持不变.

## 参 考 文 献

- 杜青, 史绍熙, 刘宁等. 液体燃料射流最不稳定频率的理论分析 (1) — 液体燃料射流的最不稳定频率及无量纲数的影响. 内燃机学报, 2000, 18(3): 283-287 (Du Qing, Shi Shaoxi, Liu Ning, et al. A theoretical analysis of most unstable frequency of a liquid fuel jet breakup (1) — Effects of dimensionless numbers on most unstable frequency. *Transactions of CSICE*, 2000, 18(3): 283-287 (in Chinese))
- 阎凯, 宁智, 吕明. 圆环旋转黏性液体射流空间不稳定性研究. 力学学报, 2012, 44(4): 687-693 (Yan Kai, Ning Zhi, Lü Ming. Spatial instability analysis of an annular swirling viscous liquid jet. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2012, 44(4): 687-693 (in Chinese))
- Yuan W, Schnerr GH. Numerical simulation of two-phase flow in injection nozzles: Interaction of cavitation and external jet formation. *Journal of Fluids Engineering*, 2003, 125: 963-969
- Payri R, Garcia JM, Salvador FJ, et al. Using spray momentum flux measurements to understand the influence of diesel nozzle geometry on spray characteristics. *Fuel*, 2005, 84: 551-561
- Sarre CK, Kong SC, Reitz RD. Modeling the effects of injector nozzle geometry on diesel sprays. SAE Paper 1999-01-0912, 1999
- Blessing M, König G, Krüger C, et al. Analysis of flow and cavitation phenomena in diesel injection nozzles and its effects on spray and mixture formation. SAE Paper 2003-01-1358, 2003
- Sou A, Hosokawa S, Tomiyama A. Effects of Cavitation in a nozzle on liquid jet atomization. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2007, 50(17-18): 3575-3582

- 8 Tamaki N. Effects of cavitation in a nozzle hole on atomization of spray and development of high- efficiency atomization enhancement nozzle. ICLASS, 2009
- 9 Safari SD. Effects of cavitation on high-pressure atomization. [PhD Thesis]. Irvine: University of California, 2009
- 10 Payri R, Salvador FJ, Gimeno J, et al. Study of cavitation phenomena based on a technique for visualizing bubbles in a liquid pressurized chamber. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2009, 30: 768-777
- 11 Desantes JM, Payri R, Salvador FJ, et al. Influence of cavitation phenomenon on primary break-up and spray behavior at stationary conditions. *Fuel*, 2010, 89: 3033-3041
- 12 Hadji L, Schreiber W. The stability of an inviscid liquid sheet containing vapor bubbles. *Journal of Physical and Natural Sciences*, 2007, 1(2): 1-11
- 13 严春吉. 可压缩气体中的三维黏性液体射流雾化机理. 内燃机学报, 2007, 25(4): 346-351 (Yan Chunji. Atomization mechanisms of 3-D viscous liquid jets in a compressible gas. *Transactions of CSICE*, 2007, 25(4): 346-351 (in Chinese))
- 14 Zhou ZW, Lin SP. Effects of compressibility on the atomization of liquid jets. *Journal of Propulsion and Power*, 1992, 8(2): 736-740
- 15 高宗英. 气、液两相介质中压力波传播速度的研究. 工程热物理论, 1984, 5(2): 200-205 (Gao Zongying. A study of the propagation velocity of pressure wave in gas-liquid two phase mixtures. *Journal of Engineering Thermophysics*, 1984, 5(2): 200-205 (in Chinese))
- 16 Lin SP, Lian ZW. Mechanisms of the breakup of liquid jets. *AIAA Journal*, 1990, 28(1): 120-126
- 17 Mulemane A, Subramaniyam S, Lu PH, et al. Comparing cavitation in diesel injectors based on different modeling approaches. SAE Paper 2004-01-0027, 2004
- 18 Jia M, Hou D, Li J, et al. A micro-variable circular orifice fuel injector for HCCI-conventional engine combustion-Part I numerical simulation of cavitation. SAE Paper 2007-01-0249, 2007
- 19 Wang X, Su WH. A numerical study of cavitating flows in high-pressure diesel injection nozzle holes using a two-fluid model. *Chinese Science Bulletin*, 2009, 54(10): 1655-1662

(责任编辑: 刘希国)

## STUDY ON THE STABILITY OF LIQUID JET IN COAXIAL SWIRLING COMPRESSIBLE FLOW UNDER SUPERCAVITATION<sup>1)</sup>

Lü Ming Ning Zhi<sup>2)</sup> Yan Kai Fu Juan Song Yunchao Sun Chunhua

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract** In this paper, a mathematical model is presented for studying on the stability of compressible liquid jet in a coaxial swirling compressible airstream. The mathematical model and its solving method are verified by the data in literature, and the influences of compressibility, swirling gas and supercavitation on the stability of liquid jet are investigated, respectively. The results show that compressibility plays an important role in the instability of liquid jet. The range of wave numbers, the drop distributions and the drop diameters are changed due to compressibility. The effects of swirling gas on the stability of liquid jet are different in various disturbance modes. However, gas swirling has little impact on drop diameters. It is also found that the liquid jet becomes more unstable due to the greater supercavitating condition. Supercavitation with a small void fraction gets the greater wave numbers and the smaller drop diameters, while it draws different conclusion when void fraction reaches a certain value.

**Key words** liquid jet, stability, swirl, compressibility, supercavitation

---

Received 28 August 2012, revised 10 December 2012.

1) The project was supported by the National Natural Science Foundation of China (51276011), the National High Technology Research and Development Program of China (2013AA065303), the Natural Science Foundation of Beijing (3132016) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (M12JB00090).

2) Ning Zhi, professor, research interests: fluid mechanics, emissions control technology for automobiles, and combustion and emissions control of internal combustion engine. E-mail: zhining@bjtu.edu.cn