

# 近圆参考轨道卫星编队洛仑兹力控制

彭超<sup>\*,†,\*\*,1)</sup> 高扬<sup>†,2)</sup>

<sup>\*</sup>(中国科学院光电研究院, 北京 100094) <sup>†</sup>(中国科学院空间应用工程与技术中心, 北京 100094)

<sup>\*\*</sup>(中国科学院研究生院, 北京 100080)

**摘要** 基于运动电荷在磁场中切割磁力线受到洛仑兹力作用的物理规律, 分析了两种带电模式对经典轨道根数长期变化的影响: (1) 卫星恒定带电模式; (2) 前半个轨道周期卫星带电、后半周期不带电的非恒定带电模式. 恒定带电模式可以有效地改变轨道升交点赤经、近地点幅角以及平近点角, 对轨道半长轴、偏心率和倾角几乎不产生长期影响; 而非恒定带电模式则可以有效地改变轨道偏心率. 基于洛仑兹力作用下轨道根数长期变化规律以及轨道根数差描述的带电副星相对于不带电主星的运动, 提出了利用洛仑兹力以及两种带电模式实现地球低轨近圆参考轨道卫星编队的控制策略, 包括编队绕飞椭圆大小重构与编队中心漂移控制, 解析求解了副星所需的带电量, 并利用数值仿真验证了洛仑兹力控制的可行性. 需要指出的是, 洛仑兹力轨道控制无需消耗推进工质.

**关键词** 带电卫星, 地球磁场, 洛仑兹力, 卫星编队, 轨道根数差, 编队重构

中图分类号: V412.4+1 文献标识码: A 文章编号: 0459-1879(2012)05-0851-10

## 引言

经典电动力学告诉人们: 运动电荷切割磁力线会受到洛仑兹力, 若电量为  $q$  的带电粒子相对于磁场  $\mathbf{B}$  的运动速度为  $\mathbf{v}$ , 那么该带电粒子受到的洛仑兹力为  $\mathbf{F}_L = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ . 基于这一基本物理原理以及人造地球卫星在轨充电现象, 高速运动的带静电卫星 (后文中均称为带电卫星) 切割地球磁场磁力线会受到洛仑兹力, 如图 1 所示. 自从发射人造地球卫星以来, 人们已经确认在轨卫星与空间等离子体相互作用以及受到光电效应作用会产生表面充电现象. 由于地球 (或其他行星) 磁场是天然存在的, 带电卫星利用洛仑兹力控制其轨道成为潜在的、新型的、无需消耗推进工质的轨控手段. 洛仑兹力轨控概念由 Peck<sup>[1]</sup> 提出. 实际上, 此概念灵感来源于其他类型的经典洛仑兹力现象, 例如大行星 (如木星、土星) 轨道上带电微尘的运动<sup>[2]</sup>, 远程弹道导弹穿越电离层时被附着带电粒子以致于飞行轨迹受到洛仑兹力扰动<sup>[3]</sup>. 带电卫星轨道的洛仑兹力控制一方面意味着可以无需消耗工质实施变轨, 另一方面也将在一定程度上改变人们对传统轨道动力学规律的认识, 引力和洛仑兹力共同作用下的轨道动力学必将带来新的研究问题.

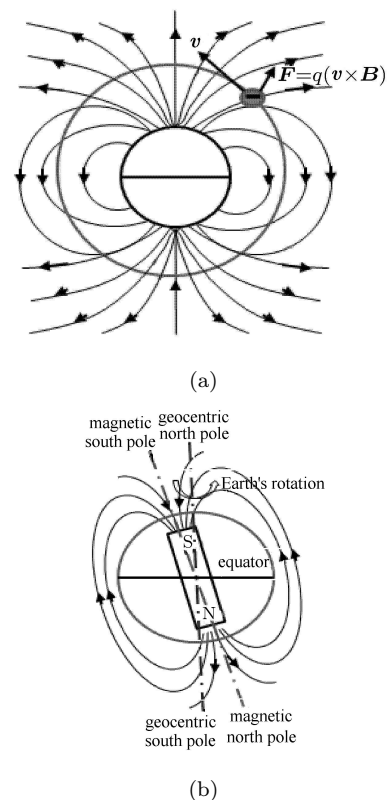


图 1 带静电卫星在地球磁场中受到洛仑兹力 (a), 倾斜的、旋转的地球磁场 (b)

Fig.1 Lorentz force acted on a charged satellite in the geomagnetic field (a), the tilted rotating magnetic field (b)

2012-02-17 收到第 1 稿, 2012-04-19 收到修改稿.

1) E-mail: pengchao0109@mails.gucas.ac.cn

2) E-mail: gaoy@aoe.ac.cn

在 Peck<sup>[1]</sup> 提出带电卫星利用洛伦兹力变轨的设想之后,一系列洛伦兹力辅助轨道控制的应用研究成果相继出现. Streetman 和 Peck<sup>[4]</sup> 提出了基于洛伦兹力的新型太阳同步轨道和近地点拱线同步轨道,研究了利用洛伦兹力改变轨道半长轴、偏心率以及倾角的 bang-bang 控制律<sup>[5]</sup> 以及洛伦兹力引力辅助问题<sup>[6]</sup>; Atchison 和 Peck<sup>[7]</sup> 提出了洛伦兹力辅助的行星捕获控制策略; Pollack 等<sup>[8-9]</sup> 研究了洛伦兹力轨道倾角控制并将其应用于对地观测卫星的快速覆盖侦察任务,推导了描述带电卫星轨道运动的拉格朗日方程<sup>[10]</sup>; 高扬<sup>[11]</sup> 对带电卫星的轨道运动进行了初步总结并提出了一种洛伦兹力推进概念. 虽然洛伦兹力轨道控制还处于概念研究阶段,但其新颖的设想吸引了众多学者的关注.

在过去十几年里,学者们对卫星编队开展了大量研究工作,并取得了丰富的研究成果. 卫星编队利用多颗卫星协同工作以完成某种任务,编队中卫星之间的相对距离较小,大约从米级到几千米级. 卫星编队问题已成为国内外航天界广泛关注的研究热点,涉及的研究要点主要包括相对运动建模、编队队形设计、重构与保持控制等. 为了实现无需消耗推进工质的编队控制策略,学者们提出了利用星间磁场力和库仑力的控制概念. Kong 等<sup>[12]</sup> 提出了磁场力卫星编队控制的概念, Umair 等<sup>[13]</sup> 研究了低轨道卫星编队重构和保持的磁场力控制方案; King 等<sup>[14]</sup> 提出了带电卫星所受到的星间库仑力控制卫星编队的概念; Schaub<sup>[15]</sup> 对库仑力用于维持卫星编队进行了研究. 同样,带电卫星与地球磁场相互作用产生的洛伦兹力也可以应用于编队控制, Peck 等<sup>[16]</sup> 提出了洛伦兹力实现编队飞行的概念; 与此同时 Pollock 等<sup>[17]</sup> 利用 Hill-Clohessy-Wiltshire 方程分析了带电卫星相对于圆形参考轨道的运动,提出了利用洛伦兹力实现交会与绕飞的轨控策略.

SCATHA<sup>[18]</sup> 和 Cluster 卫星<sup>[19]</sup> 都已经证实了卫星表面带电现象,并通过喷射电子和等离子体实现了卫星表面电量的主动调节. 虽然这些实验的目的主要为了降低卫星表面带电引起电磁辐射所带来的负面影响,但也在一定程度上支持了洛伦兹力轨道控制的应用. 卫星的带电量是影响洛伦兹力大小的关键参数. 然而,到目前为止,人们还没有提出合理可行的技术手段实现卫星稳定带电. Peck<sup>[1]</sup> 认为目前技术仅能实现 0.03 C/kg 的带电量(还有待进一步论证),这一电量水平无法支持大多数洛伦兹力轨道控制需求,而且,卫星的自然带电量一般远小

于 0.03 C/kg. 相比之下,若利用洛伦兹力控制卫星的相对运动,带电量需求则要小得多,这也是我们关注洛伦兹力应用于卫星编队控制问题的一个重要因素. 卫星如何带电是一个相对独立的问题,不在本文详细论述. 但总得来说,较小的带电量更容易实现,而且电磁辐射负面影响小. 从轨道力学研究的角度来说,较小的带电量引起的洛伦兹力加速度远小于引力加速度,可以采用经典的摄动方法分析洛伦兹力对轨道运动的影响.

与之前的研究文献不同,考虑卫星编队包括一颗主星和一颗副星,本文利用主、副星轨道根数差描述的相对运动模型来研究洛伦兹力控制卫星编队的可行性,并且假设主星不带电、副星带电,主星运行在近圆参考轨道上,副星相对于主星的运动轨迹在参考轨道面内的投影近似为椭圆. 本文分析了两种带电模式对经典轨道根数长期变化的影响: (1) 假设卫星带电量恒定; (2) 卫星前半周期带电,后半周期不带电的非恒定带电模式,称为 bang-bang 带电模式. 首先,推导了考虑洛伦兹力的高斯方程,利用轨道平均法得到经典轨道根数的一阶平均变化率; 基于经典轨道根数的平均变化规律以及轨道根数差描述的卫星相对运动,提出了洛伦兹力近圆参考轨道卫星编队的控制策略,包括编队绕飞椭圆大小重构与编队中心漂移控制,解析求解了卫星所需的带电量; 最后,利用数值仿真验证了控制策略的可行性.

## 1 洛伦兹力作用下的轨道运动方程

带电卫星在引力场和电磁场共同作用下的动力学方程一般形式(在地心惯性参考系中)可以表示为

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r} + \frac{q}{m}(\mathbf{E} + \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}) + \mathbf{a}_p \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{r} = [x \ y \ z]^T$ ,  $\dot{\mathbf{r}} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ ,  $\ddot{\mathbf{r}}$  分别为航天器的位置、速度以及加速度矢量;  $\mathbf{a}_p$  为其他摄动加速度;  $q/m$  为卫星所带电量与卫星质量之比(称为荷质比,单位为 C/kg);  $\mathbf{E}$  为电场(图 1 中未标出);  $\mathbf{B}$  为磁场. 电场  $\mathbf{E}$  主要源于地磁场旋转而产生的感生电场(根据麦克斯韦方程组中的法拉第电磁感应定律  $\nabla \times \mathbf{E} = \partial \mathbf{B} / \partial t$ ). 本文将地磁场近似为一个磁偶极子,如图 2 所示.

图 2 中的磁偶极子磁场强度的空间分布函数可以表示为如下形式

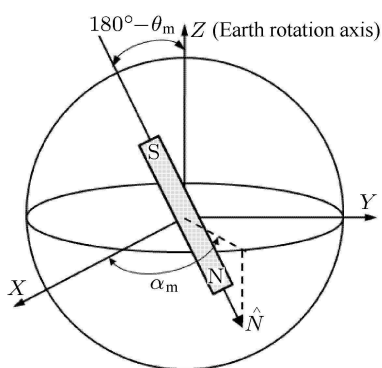


图 2 地球磁偶极子示意图

Fig.2 Illustration of geomagnetic dipole

$$\mathbf{B} = \frac{B_0}{r^3} [3(\hat{\mathbf{N}} \cdot \hat{\mathbf{r}})\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{N}}] \quad (2)$$

式中,  $\hat{\mathbf{r}}$  是卫星位置的单位矢量;  $r$  为卫星到地心的距离;  $B_0 = 8 \times 10^6 \text{ T} \cdot \text{km}^3$  为地球磁矩强度;  $\hat{\mathbf{N}}$  为磁偶极轴的方向矢量, 与地球自转轴不重合, 其表达式如下

$$\hat{\mathbf{N}} = \begin{bmatrix} \hat{N}_x \\ \hat{N}_y \\ \hat{N}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta_m \cos \alpha_m \\ \sin \theta_m \sin \alpha_m \\ \cos \theta_m \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中,  $\alpha_m = \alpha_{G0} + \omega_e(t - t_0)$ ,  $\alpha_{G0}$  是基准时间  $t_0$  时刻格林威治子午线的赤经,  $\omega_e$  为地球的自转角速率 ( $\omega_e = 7.292 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ ),  $\theta_m = 169.74^\circ$  为磁北极与地理北极的夹角。

在经典电动力学中, 式 (1) 中的磁场  $\mathbf{B}$  和电场  $\mathbf{E}$  可以采用一个矢量  $\mathbf{A}$  和一个标量  $\phi$  函数表示<sup>[20]</sup>

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad \mathbf{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (4)$$

对于近似为磁偶极子的地球磁场, 取  $\varphi = 0$ . 矢量势函数  $\mathbf{A}$  可表达如下<sup>[20]</sup>

$$\mathbf{A} = \frac{B_0}{r^2} (\hat{\mathbf{N}} \times \hat{\mathbf{r}}) = \frac{B_0}{r^3} (z\hat{N}_y - y\hat{N}_z)\hat{\mathbf{i}} + \frac{B_0}{r^3} (x\hat{N}_z - z\hat{N}_x)\hat{\mathbf{j}} + \frac{B_0}{r^3} (y\hat{N}_x - x\hat{N}_y)\hat{\mathbf{k}} \quad (5)$$

式中  $\hat{\mathbf{r}} = [\hat{\mathbf{i}} \ \hat{\mathbf{j}} \ \hat{\mathbf{k}}]^T = [x/r \ y/r \ z/r]^T$  为卫星位置的单位矢量, 同式 (2). 利用式 (4) 可以推导出式 (2).

与洛伦兹力相关的电磁势能函数可表示为<sup>[21]</sup>

$$U_{EM} = -(q/m)\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{A} \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{v}_r$  为带电卫星相对于旋转地磁场的相对速度为

$$\mathbf{v}_r = \dot{\mathbf{r}} - \omega_e \times \mathbf{r} = [\dot{x} + \omega_e y \ \dot{y} - \omega_e x \ \dot{z}] \quad (7)$$

式中,  $\omega_e$  为地球磁场自转角速度矢量, 其大小近似为地球自转速率  $\omega_e$ , 且近似为恒定值。

考虑地球引力场和电磁场的共同作用, 系统拉格朗日函数表达如下

$$L = T - U_{EM} = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - U_g + (q/m)(\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{A}) \quad (8)$$

式中,  $T$  表示动能, 引力场势能函数  $U_g$  只考虑了中心引力场

$$U_g = -\frac{\mu}{r} \quad (9)$$

利用 Euler-Lagrange 方程  $d(\partial L / \partial \dot{\mathbf{r}}) / dt - \partial L / \partial \mathbf{r} = 0$ , 表示在地心惯性坐标系中的带电卫星动力学方程可以推导如下

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\mu \frac{x}{r^3} + a_{Lx}, \quad \ddot{y} = -\mu \frac{y}{r^3} + a_{Ly} \\ \ddot{z} &= -\mu \frac{z}{r^3} + a_{Lz} \end{aligned} \quad (10)$$

式中, 洛伦兹力加速度  $[a_{Lx} \ a_{Ly} \ a_{Lz}]$  为

$$\begin{aligned} a_{Lx} &= \frac{q}{m} \frac{B_0}{r^5} \left\{ [3x(z\dot{y} - y\dot{z} - xz\omega_e)]\hat{N}_x + \right. \\ &\quad [3yz\dot{y} - (3y^2 - r^2)\dot{z} - 3xyz\omega_e]\hat{N}_y + \\ &\quad \left. [(3z^2 - r^2)\dot{y} - 3yz\dot{z} - \omega_e x(3z^2 - r^2)]\hat{N}_z \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} a_{Ly} &= \frac{q}{m} \frac{B_0}{r^5} \left\{ [(3x^2 - r^2)\dot{z} - 3xz\dot{x} - 3xyz\omega_e]\hat{N}_x + \right. \\ &\quad [3y(x\dot{z} - z\dot{x} - yz\omega_e)]\hat{N}_y + \\ &\quad \left. [3xz\dot{z} - (3z^2 - r^2)\dot{x} - \omega_e y(3z^2 - r^2)]\hat{N}_z \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} a_{Lz} &= \frac{q}{m} \frac{B_0}{r^5} \left\{ [3xy\dot{x} - (3x^2 - r^2)\dot{y} + \right. \\ &\quad \omega_e(3xy^2 + 3x^3 - xr^2)]\hat{N}_x + \\ &\quad [(3y^2 - r^2)\dot{x} - 3xy\dot{y} + \\ &\quad \omega_e(3y^3 + 3x^2y - yr^2)]\hat{N}_y + \\ &\quad \left. 3z[y\dot{x} - x\dot{y} + \omega_e(x^2 + y^2)]\hat{N}_z \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

显然, 式 (10) ~ 式 (13) 具有高度非线性, 难以直接解析求解. 下一节, 将采用高斯方程来分析洛伦兹力加速度对卫星轨道的影响。

## 2 洛伦兹力引起的经典轨道根数长期变化

仅考虑洛伦兹力作用的高斯方程可写为如下形式

$$\frac{d\mathbf{x}_{oe}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{oe}, \mathbf{a}_L(t)) \quad (14)$$

式中, 轨道根数表示为  $\mathbf{x}_{oe} = [a \ e \ i \ \Omega \ \omega \ M]^T$ , 依次为半长轴、偏心率、倾角、升交点赤经、近地点幅角以及平近点角, 洛伦兹力加速度矢量  $\mathbf{a}_L(t)$  是荷质比  $q/m$ 、轨道根数  $\mathbf{x}_{oe}$ ,  $\hat{N}_x$ ,  $\hat{N}_y$ ,  $\hat{N}_z$  的函数, 具体形式参见文献 [22-23]. 需要指出的是, 表示在 Hill 旋转坐标系中 ( $X$  轴为径向,  $Z$  轴为轨道面法向并与轨道角速度方向一致,  $Y$  轴满足右手定则) 的洛伦兹力加速度  $\mathbf{a}_L(t)$  3 个分量可以通过惯性坐标系中洛伦兹力加速度分量  $[a_{Lx} \ a_{Ly} \ a_{Lz}]$  (见式 (11)~式 (13)) 转换得到, 推导过程可参见文献 [22-23].

假设洛伦兹力加速度远小于地球引力加速度, 轨道根数在一个轨道周期内的变化很小,  $\hat{N}_z$  为常数且  $\hat{N}_x$  和  $\hat{N}_y$  近似保持恒定, 利用轨道平均方法可求出轨道根数的一阶平均变化率 [22-23]

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}_{oe}}{dt} = \frac{1}{T_1} \int_0^{2\pi} \frac{d\mathbf{x}_{oe}}{dt} \cdot \frac{dt}{df} df \quad (15)$$

$$\frac{dt}{df} \approx \frac{1}{n\sqrt{1-e^2}} \left(\frac{r}{a}\right)^2 \quad (16)$$

式中,  $f$  为真近点角.  $T_1 = 2\pi\sqrt{a^3/\mu}$  为轨道周期,  $\hat{\mathbf{x}}_{oe} = [\hat{a} \ \hat{e} \ \hat{i} \ \hat{\Omega} \ \hat{\omega} \ \hat{M}]$  称为“单轨平均轨道根数”. 对于前半周期带电、后半周期不带电的非恒定带电模式, 单轨平均轨道根数的时间变化率为

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}_{oe}}{dt} = \frac{1}{T_1} \left[ \int_0^\pi \mathbf{f}(\mathbf{x}_{oe}, \mathbf{a}_L(t)) \cdot \frac{dt}{df} df + \int_\pi^{2\pi} \mathbf{f}(\mathbf{x}_{oe}, 0) \cdot \frac{dt}{df} df \right] \quad (17)$$

由于  $\hat{N}_x$  和  $\hat{N}_y$  的存在 (见式 (3)), 式 (15) 和式 (17) 显含时间变量  $t$ . 但可以看出,  $\hat{N}_x$  和  $\hat{N}_y$  的变化周期为一天. 进一步利用轨道平均方法可以得到轨道根数一天的平均变化率

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}_{oe}}{dt} = \frac{1}{T_2} \int_0^{T_2} \frac{d\hat{\mathbf{x}}_{oe}}{dt} dt \quad (18)$$

式中,  $T_2$  为一恒星日 (86 400 s),  $\hat{\mathbf{x}}_{oe} = [\bar{a} \ \bar{e} \ \bar{i} \ \bar{\Omega} \ \bar{\omega} \ \bar{M}]^T$  称为“一天平均轨道根数”. 式 (15), (17) 和式 (18) 不可避免地引入模型误差, 若行星 (或磁场) 自转速率远小于卫星轨道周期, 模型误差越小. 仿真结果说明式 (18) 可以有效地反映洛伦兹力对轨道根数长期变化的影响 [23].

最终, 在卫星恒定带电模式下, 对于小偏心率近圆轨道 ( $e \rightarrow 0$ ), 洛伦兹力对轨道根数的长期影响 (“一天平均轨道根数” 的时间变化率) 如下

$$\frac{d\bar{a}}{dt} = \frac{d\bar{e}}{dt} = \frac{d\bar{i}}{dt} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}}{dt} = (q/m)B_0 \left( -\frac{1}{a^3} + \frac{\omega_e}{\sqrt{\mu}a^3} \cos i \right) \hat{N}_z \quad (20)$$

$$\frac{d\bar{\omega}}{dt} = (q/m)B_0 \left[ \frac{3}{a^3} \cos i - \frac{\omega_e}{\sqrt{\mu}a^3} \left( \frac{1}{4} \sin^2 i \cos 2\omega + \cos^2 i \right) \right] \hat{N}_z \quad (21)$$

$$\frac{d\bar{M}_0}{dt} = (q/m)B_0 \frac{\omega_e}{\sqrt{\mu}a^3} \left( \frac{1}{2} \sin^2 i \cos^2 \omega + \frac{3}{4} \sin^2 i - 2 \right) \hat{N}_z \quad (22)$$

式中,  $\bar{M}_0 = \bar{M} - \bar{n}t$ ,  $\bar{n} = \sqrt{\mu/\bar{a}}$ . 式 (19)~式 (22) 的推导请参见文献 [23].

在 bang-bang 带电模式下, 对于小偏心率轨道, 洛伦兹力对轨道根数的长期影响为 (采用与推导式 (19)~式 (22) 同样的方法)

$$\frac{d\bar{a}}{dt} = (q/m)B_0 \frac{\omega_e e}{\sqrt{\mu}a^3 2\pi} (3 + \cos 2i + 2 \sin^2 i \cos 2\omega) \hat{N}_z \quad (23)$$

$$\frac{d\bar{e}}{dt} = -(q/m)B_0 \frac{\cos i}{\pi a^3} \hat{N}_z + \frac{1}{2\pi} (q/m)B_0 \frac{\omega_e}{\sqrt{\mu}a^3} \hat{N}_z \left( 2 - \sin^2 i + \frac{7}{3} \sin^2 i \cos 2\omega \right) \quad (24)$$

$$\frac{d\bar{i}}{dt} = -\frac{1}{2\pi} (q/m)B_0 \frac{e \sin i}{a^3} \left( \frac{2}{3} \cos 2\omega + 1 \right) \hat{N}_z - \frac{2}{3\pi} (q/m)B_0 \frac{\omega_e}{\sqrt{\mu}a^3} e \sin i \cos i \cos 2\omega \hat{N}_z \quad (25)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}}{dt} = -\frac{1}{2} (q/m)B_0 \frac{1}{a^3} \hat{N}_z + (q/m)B_0 \frac{\omega_e}{\sqrt{\mu}a^3} \frac{\cos i}{2} \hat{N}_z \quad (26)$$

$$\frac{d\bar{\omega}}{dt} + \frac{d\bar{M}_0}{dt} = (q/m)B_0 \frac{1}{a^3} \cos i \hat{N}_z + \frac{1}{2} (q/m)B_0 \frac{\omega_e}{\sqrt{\mu}a^3} (\sin^2 i - 2) - \cos i \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \quad (27)$$

在卫星轨道为近圆的假设下, 可以得到以下基本结论: (1) 恒定带电方式在改变升交点赤经、近地点幅角及平近点角的同时, 不改变半长轴、偏心率 and 倾角; (2) bang-bang 带电模式可以改变轨道偏心率, 但同时也改变了升交点赤经以及幅角, 对半长轴和倾角的改变量很小, 可以忽略不计. 为简便起见,

后续内容中的轨道根数均为“一天平均轨道根数”, 除特别说明外, 各式中的上划线不再使用。

从地心惯性系中表示的动力学方程式 (11) ~ 式 (13), 推导出高斯方程式 (14), 再利用轨道平均法推导出单轨平均轨道根数和一天平均轨道根数的微分方程, 这一推导过程较为繁琐, 可以参见文献 [22-23]。

### 3 轨道根数差描述的相对运动

主、副星的相对位置  $[x_h \ y_h \ z_h]$  (Hill 坐标系分量) 可以采用经典轨道根数差  $[\delta a \ \delta e \ \delta i \ \delta \Omega \ \delta M]$  以及主星参考轨道根数  $[a \ e \ i \ \Omega \ \omega \ M]$  来近似表示 [24-25]

$$\left. \begin{aligned} x_h(f) &\approx \delta a - a \cos f \delta e \\ y_h(f) &\approx a(\delta \omega + \delta M + \cos i \delta \Omega) + 2a \sin f \delta e \\ z_h(f) &\approx a\sqrt{\delta i^2 + \sin^2 i \delta \Omega^2} \cos(\theta - \theta_z) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$\theta_z = \tan^{-1} \left( \frac{\delta i}{-\sin i \delta \Omega} \right) \quad (29)$$

$$\theta = \omega + f \quad (30)$$

式 (28) 中,  $f$  为主星参考轨道真近点角。由式 (28) 可知: 在主星轨道为近圆形的条件下, 副星相对主星的轨迹在  $X$ - $Y$  平面 (主星 Hill 坐标系) 可以形成为长短半轴 2:1 的绕飞椭圆, 且绕飞椭圆中心位于

$$x_{c.t.} = \delta a, \quad y_{c.t.} = a \cdot K \quad (31)$$

$$K = \delta \omega + \delta M + \cos i \delta \Omega \quad (32)$$

绕飞椭圆短半轴为

$$b = a \delta e \quad (33)$$

$Z$  轴方向相对运动 (参考轨道面法向) 的振动幅度为

$$A_z \approx a\sqrt{\delta i^2 + \sin^2 i \delta \Omega^2} \quad (34)$$

式 (28) 所描述的几何特性是在二体中心引力场中得到的, 若洛伦兹力以及其他摄动加速度远小于引力加速度, 绕飞椭圆的几何特性仍然近似成立, 但其大小以及中心可能随时间发生变化。

恒定带电模式可以有效地改变  $Y$  轴方向的漂移, 从而可以调整绕飞椭圆中心。从式 (33) 看出, 若要改变绕飞椭圆大小 (编队大小重构), 必须改变  $\delta e$ 。而从式 (19) 可知: 在偏心率很小并且恒定带电的情况下, 洛伦兹力对轨道偏心率几乎没有影响。采用 bang-bang 带电模式, 则可以有效地改变轨道偏心率, 从而改变  $\delta e$  实现编队重构。然而, 改变  $\delta e$  的

同时也会改变绕飞椭圆中心, 但中心位置可以利用恒定带电模式调整, 在此过程中, 不会改变  $\delta$ , 从而不改变编队大小。在上述讨论中, 均认为  $\delta a \approx 0$ , 表示相对轨迹在一定时间内不发生显著漂移, 而且, 两种带电模式的洛伦兹力在改变其他轨道根数差的过程中不会引起  $\delta a$  的显著变化 (见式 (19) 和式 (23) 以及小偏心率假设条件)。

为了能够利用“一天平均轨道根数”的解析方程 (式 (19) ~ 式 (27)), 采用副星“一天平均轨道根数” $\bar{\mathbf{x}}_{oe,d}$  和主星平均轨道根数  $\hat{\mathbf{x}}_{oe,c}$  近似替代瞬时轨道根数, 瞬时轨道根数差  $\delta \mathbf{x}_{oe} = [\delta a \ \delta e \ \delta i \ \delta \Omega \ \delta \omega \ \delta M]$  及其时间变化率可利用  $\bar{\mathbf{x}}_{oe,d}$  和  $\hat{\mathbf{x}}_{oe,c}$  近似表示为

$$\delta \mathbf{x}_{oe} \approx \bar{\mathbf{x}}_{oe,d} - \hat{\mathbf{x}}_{oe,c}, \quad \delta \dot{\mathbf{x}}_{oe} \approx \dot{\bar{\mathbf{x}}}_{oe,d} - \dot{\hat{\mathbf{x}}}_{oe,c} \quad (35)$$

式中,  $\bar{\mathbf{x}}_{oe,d}$  为受到洛伦兹力和  $J_2$  摄动的平均轨道根数;  $\hat{\mathbf{x}}_{oe,c}$  为仅受到  $J_2$  摄动的平均轨道根数, 这里不再区分“一天”与“单轨”, 二者相同。将式 (35) 代入式 (28) ~ 式 (30) 即可用于分析卫星编队中的相对轨道。采用平均轨道根数替代瞬时轨道根数所引起的误差针对百米及千米尺度的卫星编队可以忽略。

### 4 编队绕飞椭圆大小重构控制

由式 (28) 可以看出, 在主星参考轨道为近圆时, 必须改变偏心率之差  $\delta e$  才能改变绕飞椭圆大小。假设主、副星均受到  $J_2$  项摄动, 副星带电并采用 bang-bang 带电模式, 主星不带电, 由于  $J_2$  项摄动只对升交点赤经、近地点幅角、平近点角有长期影响, 对卫星偏心率的长期影响近似为零, 根据式 (24), 主、副星偏心率之差的时间变化率为

$$\delta \dot{e} = (q/m) \cdot L \quad (36)$$

$$L = \frac{B_0}{\pi} \left[ \frac{\omega_e}{2\sqrt{\mu a_d^3}} \left( 2 - \sin^2 i_d + \frac{7}{3} \sin^2 i_d \cos 2\omega_d \right) - \frac{\cos i_d}{a_d^3} \right] \hat{N}_z \quad (37)$$

式中, 下标  $d$  表示副星。式 (36) 表明偏心率差的时间变化率与副星轨道根数有关, 而由式 (23) ~ 式 (27) 可知副星的轨道根数会发生变化。为了简化, 将式 (36) 中副星轨道根数用主星轨道根数代替。用不带下标的轨道根数代表主星的轨道根数, 将  $L$  通过泰勒级数形式展开为

$$L = L' + \frac{\partial L'}{\partial a} \delta a + \frac{\partial L'}{\partial i} \delta i + \frac{\partial L'}{\partial \omega} \delta \omega + H.O.T \quad (38)$$

$$L' = \frac{B_0}{\pi} \left[ \frac{\omega_e}{2\sqrt{\mu a^3}} \left( 2 - \sin^2 i + \frac{7}{3} \sin^2 i \cos 2\omega \right) - \frac{\cos i}{a^3} \right] \hat{N}_z \quad (39)$$

又因为在编队中主副卫星相对距离很小 (几百米或几千米), 所以它们的轨道根数差  $\delta a, \delta i, \delta \omega$  很小 (在几千米编队时大约为  $10^{-3}$  rad 量级); 另外, 主星参考轨道为地球近圆低轨, 在式 (38) 中,  $\partial L'/\partial a$  的量级小于  $L'$ , 而  $\partial L'/\partial i, \partial L'/\partial \omega$  的量级与  $L'$  相当. 因此, 在  $L' \neq 0$  时, 可做如下近似

$$|L'| \gg \left| \frac{\partial L'}{\partial a} \delta a + \frac{\partial L'}{\partial i} \delta i + \frac{\partial L'}{\partial \omega} \delta \omega \right| \quad (40)$$

$$L \approx L' \quad (41)$$

根据式 (41), 将式 (36) 中副星的轨道根数用主星的轨道根数代替, 并认为其在调整时间内是近似不变的 (实际上主星的近地点幅角  $\omega$  在  $J_2$  项影响下会发生变化), 并设为主星的初始轨道根数, 则式 (36) 简化为

$$\delta \dot{e} = (q/m) \cdot L' \quad (42)$$

此时偏心率差的变化率可以近似为常数, 也就是说偏心率近似为线性变化. 假设初始偏心率之差为  $(\delta e)_0$ , 需要调整到所期望的偏心率之差  $(\delta e)_t$ , 副星所需的荷质比为

$$(q/m) = \frac{(\delta e)_t - (\delta e)_0}{L' \cdot \Delta t_1} \quad (43)$$

式中,  $\Delta t_1$  为调整  $\delta e$  所设定的时间. 绕飞椭圆中心位置主要受到  $K = \delta \omega + \delta M + \cos i \delta \Omega$  的影响, 注意到在调整  $\delta e$  的过程中, 绕飞椭圆中心位置将被改变, 下一节将描述利用恒定带电模式调整  $K$  的大小, 即调整绕飞椭圆中心位置.

## 5 编队中心漂移控制

由式 (23)~式 (27) 可知: 在调节  $\delta e$  的过程中半长轴之差几乎不变, 而洛伦兹力会引起  $K$  (见式 (32)) 发生变化, 所以绕飞椭圆中心  $(x_{c.t.}, y_{c.t.})$  的  $y_{c.t.}$  将被改变. 为使绕飞椭圆中心回到期望位置, 而且不影响  $\delta a$  与  $\delta e$ , 可采用副星恒定带电模式. 结合式 (19)~式 (22), 可得  $K$  的时间变化率为

$$\begin{aligned} \dot{K} &= \delta \dot{\omega} + \delta \dot{M} + \cos i \delta \dot{\Omega} = \\ &(\dot{\omega} + \dot{M}_0)_d - (\dot{\omega} + \dot{M}_0)_c + \cos i (\dot{\Omega}_d - \dot{\Omega}_c) \end{aligned} \quad (44)$$

式中, 下标  $d$  表示副星, 下标  $c$  表示主星. 根据式 (19)~式 (22) 并考虑  $J_2$  项摄动, 主、副星轨道根数的平均时间变化率如下 (各式等号右边主星轨道根数不标注下标  $c$ , 将  $J_2$  项摄动影响考虑在内)

$$\dot{\Omega}_c = -\frac{3}{2} J_2 n \left( \frac{R_e}{p} \right)^2 \cos i \quad (45)$$

$$\begin{aligned} (\dot{\omega} + \dot{M}_0)_c &= n + \frac{3}{4} J_2 n \left( \frac{R_e}{p} \right)^2 (5 \cos^2 i - 1) + \\ &\frac{3}{4} J_2 n \left( \frac{R_e}{p} \right)^2 \sqrt{1 - e^2} (3 \cos^2 i - 1) \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \dot{\Omega}_d &= -\frac{3}{2} J_2 n_d \left( \frac{R_e}{p_d} \right)^2 \cos i_d + \\ &(q/m) B_0 \left( -\frac{1}{a_d^3} + \frac{\omega_e}{\sqrt{\mu a_d^3}} \cos i_d \right) \hat{N}_z \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} (\dot{\omega} + \dot{M}_0)_d &= n_d + \frac{3}{4} J_2 n_d \left( \frac{R_e}{p_d} \right)^2 (5 \cos^2 i_d - 1) + \\ &\frac{3}{4} J_2 n_d \left( \frac{R_e}{p_d} \right)^2 \sqrt{1 - e_d^2} (3 \cos^2 i_d - 1) + (q/m) B_0 \cdot \\ &\left[ \frac{3}{a_d^3} \cos i_d - \frac{\omega_e}{\sqrt{\mu a_d^3}} (2 + \cos^2 i_d - \sin^2 i_d) \right] \hat{N}_z \end{aligned} \quad (48)$$

其中,  $p = a(1 - e^2)$  为半通径,  $J_2$  ( $J_2 = 1.0826 \times 10^{-3}$ ) 为二阶带谐项系数,  $R_e$  ( $R_e = 6378.14$  km) 为地球半径. 式 (44) 可以进一步简化为如下形式

$$\dot{K} = S + (q/m) D \quad (49)$$

根据式 (45)~式 (48) 可得

$$D = 2B_0 \frac{\cos i_d}{a_d^3} \hat{N}_z - B_0 \frac{\omega_e}{\sqrt{\mu a_d^3}} (1 + \cos^2 i_d) \hat{N}_z \quad (50)$$

$$S = \cos i (A_d - A_c) + (B_d - B_c) \quad (51)$$

其中,  $A$  和  $B$  的表达式如下

$$A = -\frac{3}{2} J_2 n \left( \frac{R_e}{p} \right)^2 \cos i \quad (52)$$

$$\begin{aligned} B &= n + \frac{3}{4} J_2 n \left( \frac{R_e}{p} \right)^2 (5 \cos^2 i - 1) + \\ &\frac{3}{4} J_2 n \left( \frac{R_e}{p} \right)^2 \sqrt{1 - e^2} (3 \cos^2 i - 1) \end{aligned} \quad (53)$$

式 (49) 中右端第 1 项为主副卫星轨道根数差所引起的  $J_2$  项摄动之差所产生的漂移, 第 2 项为洛伦兹力引起的漂移.

与推导式 (41) 同理, 将式 (49) 中  $D$  所包含的副星轨道根数利用主星轨道根数代替. 同时, 将  $K$  近似为线性变化, 绕飞椭圆中心变化到期望位置所需的荷质比为

$$(q/m) = \left[ \frac{K_t - K_0}{\Delta t_2} S \right] / D' \quad (54)$$

$$D' = 2B_0 \frac{\cos i}{a^3} \hat{N}_z - B_0 \frac{\omega_e}{\sqrt{\mu a^3}} (1 + \cos^2 i) \hat{N}_z \quad (55)$$

式 (54) 中  $K_t$  为期望的末端状态,  $K_0$  为未调整前的初始状态,  $\Delta t_2$  为调整  $K$  所设定的时间。

在上述一系列公式推导中, 都做了一系列近似, 包括轨道平均法、调整  $\delta e$  和  $K$  过程中假设  $\delta e$  和  $K$  线性变化以及用主星轨道根数代替副星轨道根数等, 这些近似都将导致模型误差。因此, 对式 (43) 和式 (54) 所求得的荷质比  $(q/m)$  进行简单的线性修正, 通过引入常数  $\xi$ , 副星实际所需的荷质比为

$$(q/m)' = \xi q/m \quad (56)$$

常数  $\xi$  的值可由数值仿真试验得出, 可在一定程度上补偿模型误差。

## 6 数值仿真验证

为了验证控制策略的可行性, 本节给出两个仿真算例: 算例 1 将  $X$ - $Y$  平面内的绕飞椭圆增大一倍; 算例 2 将绕飞椭圆缩小一倍。调整完绕飞椭圆大小之后, 再将绕飞椭圆中心调整到重构之前的位置。在调整过程中, 不考虑相对轨道在  $Z$  轴方向上的变化 (实际上振动幅度  $A_z$  会发生一定程度的变化)。仿真算例中, 主星初始平均轨道根数由表 1 给出, 主、副星初始平均轨道根数差由表 2 给出。

表 1 主星初始平均轨道根数

Table 1 Initial mean orbital elements for the chief satellite

| $a/\text{km}$ | $e$  | $i/(\circ)$ | $\Omega/(\circ)$ | $\omega/(\circ)$ | $M/(\circ)$ |
|---------------|------|-------------|------------------|------------------|-------------|
| 7153          | 0.01 | 48          | 10               | 30               | 0.01        |

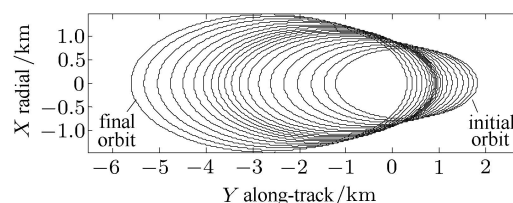
表 2 主、副星初始平均轨道根数差

Table 2 Initial mean orbital element differences

| $\delta a/\text{km}$ | $\delta e$ | $\delta i/(\circ)$ | $\delta \Omega/(\circ)$ | $\delta \omega/(\circ)$ | $\delta M_0/(\circ)$ |
|----------------------|------------|--------------------|-------------------------|-------------------------|----------------------|
| 0.001                | 0.0001     | 0.005              | 0.005                   | 0.01                    | -0.01                |

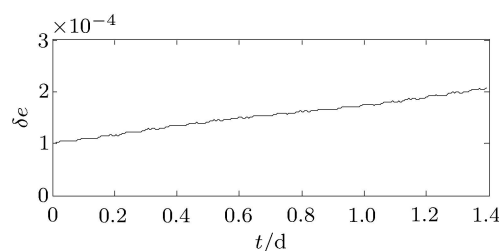
分别对主、副星轨道运动方程进行数值积分 (采用式 (11)~式 (13)), 各状态变量初值由瞬时轨道根数计算得到, 初始瞬时轨道根数则由表 1 和表 2 中的初始平均轨道根数转化得到<sup>[25]</sup>。在算例 1 中, 令  $(\delta e)_t = 2(\delta e)_0$ , 调整  $\delta e$  的时间设为 20 个轨道周期, 由式 (43) 计算得到的荷质比为  $(q/m)_1 = 2.0591 \times 10^{-4} \text{ C/kg}$ 。如图 3 所示, 大约经历 1.4d 后 (20 个轨道周期), 调整后的偏心率之差为  $\delta e =$

$2.0317 \times 10^{-4}$ 。调整  $\delta e$  结束后, 再调整绕飞椭圆中心, 此时,  $K_0 = -3.7615 \times 10^{-4} \text{ rad}$ , 令  $K_t = 5.8393 \times 10^{-5} \text{ rad}$  (对应由表 1 和表 2 计算的初始状态), 调整时间设为 2d, 由式 (54) 计算得到荷质比, 即  $(q/m)_2 = -1.3637 \times 10^{-4} \text{ C/kg}$ 。经过仿真试验, 发现所需要的荷质比为计算所得值的 1.2 倍为好 ( $\xi=1.2$ ), 即  $(q/m)_2 = -1.6364 \times 10^{-4} \text{ C/kg}$ 。在卫星持续恒定带电模式下, 绕飞椭圆和  $K$  随时间的变化如图 4 所示, 调整后  $K$  的值变为  $3.4840 \times 10^{-5} \text{ rad}$ , 距离 Hill 坐标系原点约 250m (绕飞椭圆长半轴约 3km)。图 4 中, 绕飞椭圆处于主星参考轨道 Hill 坐标系  $X$ - $Y$  平面 ( $X$  轴沿参考轨道径向, radial;  $Y$  轴在当地水平面上, 方向与速度方向相同, along-track), 文中后续图中的绕飞椭圆均如此表示。



(a) 绕飞椭圆增大 1 倍

(a) Elliptical relative orbit enlarged

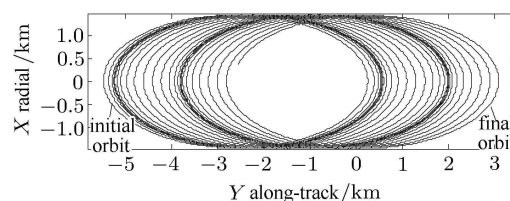


(b)  $\delta e$  随变化

(b) Time history of  $\delta e$

图 3 绕飞椭圆轨道重构 (算例 1)

Fig.3 Reconfiguration for fly-around elliptical relative orbit (case 1)



(a) 变化到期位置

(a) Changed to the desired position

图 4 绕飞椭圆中心调整 (算例 1)

Fig.4 Center adjustment for fly-around elliptical relative orbit (case 1)

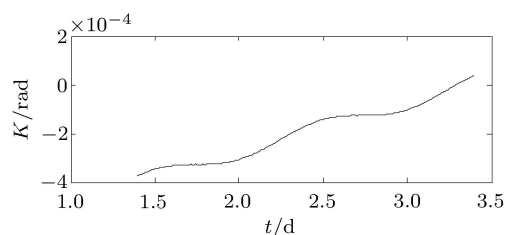
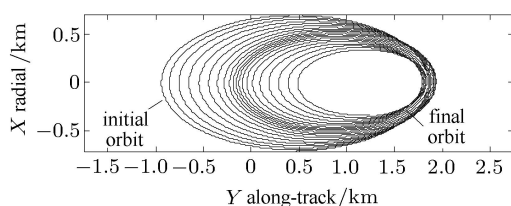
(b)  $K$  随时间的变化(b) Time history of  $K$ 

图 4 绕飞椭圆中心调整 (算例 1)(续)

Fig.4 Center adjustment for fly-around elliptical relative orbit (case 1)(continued)

算例 2 仍选取表 1 和表 2 中的主星平均轨道根数和平均轨道根数差. 在算例 2 中, 令  $(\delta e)_t = 0.5(\delta e)_0$ , 调整时间设为 20 个轨道周期, 计算得到的荷质比为  $(q/m)_1 = -1.0158 \times 10^{-4} \text{ C/kg}$ . 绕飞椭圆变化如图 5 所示, 调整后的偏心率之差为  $\delta e = 4.7038 \times 10^{-5}$ . 调整  $\delta e$  结束后,  $K_0 = 1.6234 \times 10^{-4} \text{ rad}$ , 令  $K_t = 5.8393 \times 10^{-5} \text{ rad}$ , 调整绕飞椭圆中心的时间设为 2d, 计算得的荷质比为  $(q/m)_2 = 8.2340 \times 10^{-6} \text{ C/kg}$ . 经过仿真试验, 所需要的荷质比为计算所得值的 1.2 倍为好 ( $\xi = 1.2$ ), 即  $(q/m)_2 = 9.8808 \times 10^{-6} \text{ C/kg}$ . 绕飞椭圆和  $K$  随时间的变化如图 6 所示, 调整后  $K$  值变为  $5.9678 \times 10^{-5} \text{ rad}$ , 与设定值 ( $K_t = 5.8393 \times 10^{-5} \text{ rad}$ ) 接近, 副星



(a) 缩小一倍

(a) Elliptical relative orbit lessened

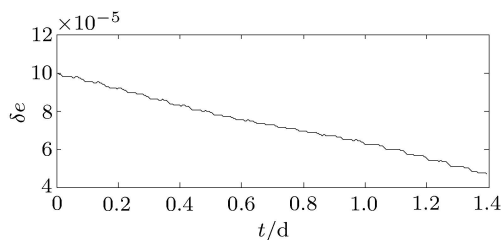
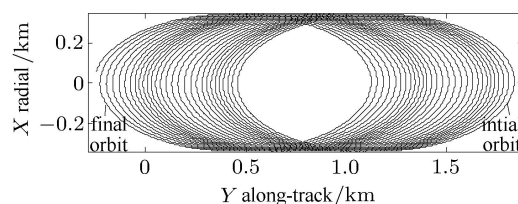
(b)  $\delta e$  随时间的变化(b) Time history of  $\delta e$ 

图 5 绕飞椭圆轨道重构 (算例 2)

Fig.5 Fly-around elliptical relative orbit reconfiguration (case 2)



(a) 变化到期望位置

(a) Changed to the desired position

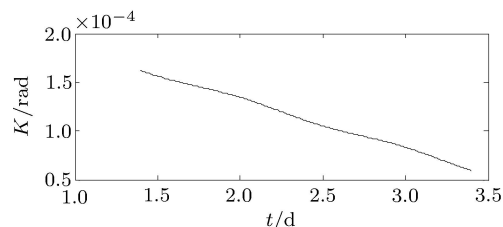
(b)  $K$  的变化(b) Time history of  $K$ 

图 6 绕飞椭圆中心调整 (算例 2)

Fig.6 Center adjustment for fly-around elliptical relative orbit (case 2)

对主星形成绕飞, 欲使主星位于绕飞椭圆中心, 可利用恒定带电模式继续调整.

上述两个算例中验证了通过控制卫星是否带电重构卫星编队可行性. 同时, 注意到  $\delta e$  和  $K$  随时间基本呈现线性变化 (见图 3~图 6), 这说明式 (43) 和式 (54) 的近似计算条件可以成立. 此外, 从图 3~图 6 可以看出, 副星绕飞轨迹会经过  $X = Y = 0$ , 这里遇到一个新的问题: 编队卫星在重构中如何避免相撞? 根据式 (34), 可以看出通过合理配置  $\delta i$  与  $\delta \Omega$ , 当  $X = Y = 0$  时,  $Z \neq 0$ , 即可防止主、副星碰撞.

## 7 结 论

将地球磁场近似为倾斜的磁偶极子, 并把洛伦兹力看作摄动力, 推导出卫星在恒定带电以及 bang-bang 带电模式下的高斯方程, 采用轨道平均方法推导出经典轨道根数一天平均变化率. 在卫星具备恒定带电和 bang-bang 带电的条件下, 洛伦兹力能够有效改变轨道偏心率、升交点赤经、近地点幅角以及平近点角. 结合轨道根数差描述的卫星相对运动模型, 提出了卫星编队绕飞椭圆大小重构和编队中心漂移的控制策略, 并计算了所需的带电量. 仿真算例表明: 在荷质比为  $10^{-6} \sim 10^{-4} \text{ C/kg}$  时, 洛伦兹力可以实现低轨近圆参考轨道公里级编队的绕飞椭圆

大小重构以及中心位置调整.

本文提出的洛伦兹力编队控制概念有利于小卫星编队自身的长期保持以及对空间目标的接近和长期绕飞保持. 由于小卫星所能携带的推进工质较少, 编队长期控制不易实现, 而采用洛伦兹力控制则无需消耗推进工质. 相对大多数洛伦兹力轨道控制而言, 文中仿真所计算出的荷质比  $10^{-6} \sim 10^{-4} \text{ C/kg}$  相对较小, 但仍不易实现. 设法让卫星带电的技术实现手段仍有待于进一步研究.

### 参 考 文 献

- 1 Peck MA. Lorentz-actuated orbits: electrodynamic propulsion without a tether. NASA Institute for Advanced Concepts, Phase I Final Report, May 2006
- 2 Schaffer L, Burns JA. The dynamics of weakly charged dust: motion through Jupiter's gravitational and magnetic fields. *Journal of Geophysical Research*, 1987, 92: 2264-2280
- 3 Hough ME. Lorentz force perturbations of a charged ballistic missile. AIAA 277-287, 1982
- 4 Streetman B, Peck MA. New synchronous orbits using the geomagnetic Lorentz force. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, 30(6): 1677-1690
- 5 Streetman B, Peck MA. General bang-bang control method for Lorentz augmented orbits. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2010, 47(3): 484-492
- 6 Streetman B, Peck MA. Gravity-assist maneuvers augmented by the Lorentz force. AIAA 2007-6846, 2007
- 7 Atchison JA, Streetman B, Peck MA. Prospects for Lorentz augmentation in Jovian captures. AIAA 2006-6596, 2006
- 8 Pollock GE, Gangestad JW, Longuski JM. Responsive coverage using propellantless satellites. AIAA-RS6-2008-2002, 2008
- 9 Pollock GE, Gangestad JW, Longuski JM. Inclination change in low-Earth orbit via the geomagnetic Lorentz force. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2010, 33(5): 1387-1395
- 10 Gangestad JW, Pollock GE, Longuski JM. Lagrange's planetary equations for the motion of electrostatically charged spacecraft. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2010, 108(2): 125-145
- 11 高扬. 洛伦兹力推进的带电卫星: 轨道运动与推进概念. 见: 中国空间科学学会空间探测专业委员会第 22 届学术会议文集, 辽宁大连, 2009 (Gao Yang. Charged spacecraft propelled by Lorentz force: orbital dynamics and propulsion concept. In: Proceeding of 22nd conference of space exploration committee, Chinese society of space research, Da Lian, Liao Ning, 2009 (in Chinese))
- 12 Kong E, Elias L, Kwon D, et al. Electromagnetic formation flight for multi-satellite arrays. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2004, 41(4): 659-666
- 13 Miller DW, Ahsun U, Ramirez-Riberos JL. Control of electromagnetic satellite formations in near-Earth orbit. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2010, 33(6): 1883-1891
- 14 King LB, Chong JH, Deshmukh S, et al. Study of inter-spacecraft Coulomb forces and implications for formation flying. *Journal of Propulsion and Power*, 2003, 19(3): 497-505
- 15 Schaub H. Stabilization of satellite motion relative to a Coulomb spacecraft formation. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2005, 28(6): 1231-1239
- 16 Peck MA, Streetman B, Saaj CM, et al. Spacecraft formation flying using Lorentz forces. *Journal of British Interplanetary Society*, 2007, 60: 263-267
- 17 Pollock GE, Gangestad JW, Longuski JM. Analysis of Lorentz spacecraft motion about Earth using the Hill-Clohessy-Wiltshire equations. AIAA 2008-6762, 2008
- 18 Lai ST. An overview of electron and ion beam effects in charging and discharging of spacecraft. *IEEE Transaction on Nuclear Sciences*, 1989, 36 (6): 2027-2032
- 19 Torkar K, Riedler W, Escoubert CP, et al. Active spacecraft potential control for Cluster – implementation and first results. *Annales Geophysicae*, 2001, 19: 1289-1302
- 20 Jackson JD. Classical Electrodynamics. 3rd edn. America: John Wiley & Sons, Inc, 1999. 186
- 21 Goldstein H, Poole C, Safko J. Classical Mechanics. American: Pearson Education, 2002. 22
- 22 罗远. 洛伦兹力推进的带电卫星轨道动力学分析. [硕士论文]. 北京: 中国科学院光电研究院/中国科学院研究生院, 2009 (Luo Yuan. Analysis of the orbital dynamics about charged satellites propelled by Lorentz force. [Master Thesis]. Beijing: Academy of Opto-Electronics, Chinese Academy of Sciences, 2009 (in Chinese))
- 23 Peng C, Gao Y. Lorentz-force-perturbed orbits with Application to  $J_2$ -invariant formation. *Acta Astronautica*, 2012, 77: 12-28
- 24 Schaub H. Spacecraft relative orbit geometry description through orbit element differences. In: Proceeding of 14th U.S. National Congress of Theoretical and Applied Mechanics Blacksburg, VA, June 23-28, 2002
- 25 Hanspeter S, John LJ. Analytical mechanics of space systems. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 2003

DOI: 10.6052/0459-1879-12-044

(责任编辑: 周冬冬)

## NEAR-CIRCULAR LOW-EARTH-ORBIT SPACECRAFT FORMATION CONTROL WITH LORENTZ FORCE

Peng Chao<sup>\*,†,\*\*,1)</sup> Gao Yang<sup>†,2)</sup>

<sup>\*</sup>(Academy of Opto-Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China)

<sup>†</sup>(Technology and Engineering Center for Space Utilization, Beijing 100094, China)

<sup>\*\*</sup>(Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract** Based on the physical law that charged particle experiences Lorentz force in magnetic field, we have analyzed the long-term averaged changes in classical orbital elements with two different charging modes: (1) The spacecraft is charged constantly; (2) The spacecraft is charged in the first half orbital revolution and uncharged in the second half. It is found that, in the first mode, the long-term changes in the longitude of ascending node, argument of periapsis and mean anomaly, can be effectively controlled by Lorentz force, while semi-major axis, eccentricity, and inclination can not be. Meanwhile, the eccentricity can be varied in the second mode. Based on the averaged evolution of the orbital element difference between two spacecrafts in formation - one is charged deputy and the other is uncharged chief, we proposed a new propellantless means for formation control - adjusting the size of fly-around elliptical relative orbit and formation center, when the chief spacecraft's reference orbit is near-circular. The required charge-to-mass ratio for formation control is derived analytically and the effectiveness of Lorentz-force formation control is verified by numerical simulations.

**Key words** charged spacecraft, Earth magnetic field, Lorentz force, spacecraft formation, orbital element differences, formation control

---

Received 17 February 2012, revised 19 April 2012.

1) E-mail: pengchao0109@mails.gucas.ac.cn

2) E-mail: gaoy@aoe.ac.cn